

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»
(КГУ)

Кафедра «Математика и физика»

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по образовательной и
международной деятельности
_____ / А.А.Кирсанкин /
«___» _____ 20__ г.

Рабочая программа учебной дисциплины

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата

01.03.01 – Математика

**Направленность: Математическое и программное обеспечение экономи-
ческой деятельности**

Формы обучения: очная

Курган 2025

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика» составлена в соответствии с учебными планами по программе бакалавриата Математика (Математическое и программное обеспечение экономической деятельности), утвержденными:

- для очной формы обучения « 27 » июня 2025 года.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Математика и физика» «01» сентября 2025 года, протокол № 1.

Рабочую программу составил
доцент

О.Н. Хмеляр

Согласовано:

Заведующий кафедрой
«Математика и физика»

М.В. Гаврильчик

Специалист по учебно-методической работе
Учебно-методического отдела

Г.В. Казанкова

Начальник управления
образовательной деятельности

И.В. Григоренко

1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 5 зачетных единиц трудоемкости (180 академических часов)

Очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр
		4
Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов в том числе:	60	60
Лекции	30	30
Практические занятия	30	30
Самостоятельная работа, всего часов в том числе:	120	120
Подготовка к зачету	18	18
Подготовка к контрольной работе	18	18
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины)	84	84
Вид промежуточной аттестации	Зачёт	Зачёт
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов	180	180

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Дискретная математика» относится к обязательной части блока I подготовки по направлению 01.03.01.«Математика» направленность: Математическое и программное обеспечение экономической деятельности.

Дискретная математика является одним из основных разделов современной математики. Знания, полученные при изучении дисциплины «Дискретная математика», лежат в основе математического образования, они необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений. В частности, знания данного курса используются в теории чисел, теории вероятностей, информационных технологиях, и др.

Дисциплина «Дискретная математика» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, а также курсов «Алгебра», «Математическая логика».

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Основной целью курса является формирование математической культуры обучающегося, фундаментальная подготовка по основным разделам дискретной математики, а также овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1).

Индикаторы и дескрипторы части соответствующей компетенции, формируемой в процессе изучения дисциплины «Дискретная математика», оцениваются при помощи оценочных средств.

Планируемые результаты обучения по дисциплине «Дискретная математика», индикаторы достижения компетенций ОПК-1, перечень оценочных средств

№ п/п	Код индикатора достижения компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции	Код планируемого результата обучения	Планируемые результаты обучения	Наименование оценочных средств
1.	ИД-1 _{ОПК-1}	Знать: основные понятия и методы изучаемых разделов	З (ИД-1 _{ОПК-1})	Знает: определения и свойства математических объектов, используемых в данной области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений	Задания рубежных контролей, вопросы для сдачи зачета
2.	ИД-2 _{ОПК-1}	Уметь: формулировать и решать проблему в терминах дискретной математики	У (ИД-2 _{ОПК-1})	Умеет: решать основные типы задач, формулировать и доказать основные теоремы изучаемых разделов	Задания рубежных контролей, вопросы для сдачи зачета
3.	ИД-3 _{ОПК-1}	Владеть: математическим аппаратом дисциплины	В (ИД-3 _{ОПК-1})	Владет: методами доказательства утверждений в этой области и навыками практического использования математических методов при анализе различных задач	Задания рубежных контролей, вопросы для сдачи зачета

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план

Очная форма обучения

Рубежный контроль	Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Количество часов по видам учебных занятий	
			Лекции	Практические занятия
Рубеж 1	P1	Элементы комбинаторики	10	10
	P2	Элементы теории графов	12	14
Рубеж 2	P3	Элементы теории кодирования	8	6

4.2. Содержание лекционных занятий

Раздел 1. Элементы комбинаторики

Тема 1. *Выборки, перестановки, сочетания, размещения.*

Понятие выборки. Перестановки, сочетания и размещения без повторения и с повторением элементов.

Тема 2. *Полиномиальная теорема.*

Понятие бинома Ньютона, биномиальные коэффициенты и их свойства. Полиномиальная теорема. Формула вычисления полиномиальных коэффициентов и их приложения к определению числа разбиений. Формула включений и исключений.

Тема 3. *Рекуррентные соотношения*

Понятие рекуррентного соотношения. Числа Фибоначчи, как пример рекуррентного соотношения. Понятие решения рекуррентного соотношения. Способы решения однородных и неоднородных линейных рекуррентных соотношений.

Раздел 2. Элементы теории графов

Тема 1. *Основные понятия; способы представления графов*

Ориентированные и неориентированные графы. Способы задания графов. Цепи. Циклы. Связные графы. Изоморфизм графов.

Понятие об эйлеровых и гамильтоновых графах. Теорема Эйлера.

Понятие дерева и леса. Цикломатическое число. Задача коммивояжера. Обходы графа по глубине и ширине. Разрезы. Понятие планарного графа. Примеры планарных графов. Теорема Эйлера.

Тема 2. *Сети; алгоритмы решения задач на сетях*

Ориентированные графы. Алгоритмы Дейкстры, Флойда. Сети планирования, транспортные сети. Теорема Форда – Фалкерсона.

Раздел 3 Элементы теории кодирования

Тема 1. *Понятие кодирования, виды кодов*

Понятие об единичном n -мерном кубе; побуквенном кодировании, виды кодирования, взаимно – однозначное кодирование.

Тема 2. *Коды Хэмминга, коды Фано, взаимно-однозначное кодирование*

Знакомство с делимыми; префиксными самокорректирующимися кодами; кодами Хэмминга, исправляющими единичные ошибки. Код Фано. Критерий взаимной однозначности кодирования.

4.3 Практические занятия

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание практических занятий (с указанием часов)	Трудоемкость, часы
	4 семестр		30
Р1	Элементы комбинаторики	Выборки, перестановки, сочетания, размещения с повторениями	4
		Полиномиальная теорема	4
		Рекуррентные соотношения	2

Р2	Элементы теории графов	Основные понятия; способы представления графов	4
		Сети; алгоритмы решения задач на сетях	8
		Контрольная работа (Рубеж №1)	2
Р3	Элементы теории кодирования	Коды Хэмминга, Фано,	2
		Взаимно-однозначное кодирование	2
		Рубеж №2	2

4.4 Контрольная работа

Учебным планом предусмотрена контрольная работа.

Контрольная работа проводится по темам «Элементы комбинаторики» и «Элементы теории графов»

Цель контрольной работы проверить знания, умения и навыки решения задач, осуществить коррекцию знаний обучающихся.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств, на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения).

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное углубленное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям, контрольной работе, подготовку к зачету.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.
Самостоятельное изучение тем дисциплины:	30
Полиномиальная теорема	6
Рекуррентные соотношения	8

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.
Основные понятия; способы представления графов	8
Сети; алгоритмы решения задач на сетях	8
Подготовка к практическим занятиям (по 4 часа на каждое занятие)	52
Подготовка к рубежному контролю №2 (по 2 часа на рубеж)	2
Подготовка к контрольной работе (Рубежный контроль №1)	18
Подготовка к зачёту	18
Всего:	120

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности обучающихся (для очной формы обучения)
2. Перечень вопросов к зачету.
3. Задания для рубежного контроля №1 (контрольная работа), №2.
4. Перечень вопросов для самостоятельного изучения.

6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся по дисциплине

№	Наименование	Содержание					
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доводятся до сведения обучающихся на первом учебном занятии)	Распределение баллов					
		Вид учебной работы:	Посещение лекций	Практические занятия (включая выполнение домашней работы)	Рубеж №1 (контрольная работа)	Рубеж №2	Зачёт
		Балльная оценка:	До 15	До 26	До 20	До 9	До 30
	Примечания:	15 лекций по 1 баллу	До 2х баллов за занятие	Согласно учебно-тематическому плану	Согласно учебно-тематическому плану		
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и зачета	60 и менее баллов – неудовлетворительно; 61...73 – удовлетворительно; 74... 90 – хорошо; 91...100 – отлично					

3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов	<p>Для допуска к промежуточной аттестации по дисциплине за семестр обучающийся должен набрать по итогам текущего и рубежного контролей не менее 51 балла. В случае если обучающийся набрал менее 51 балла, то к аттестационным испытаниям он не допускается.</p> <p>Для получения зачета без проведения процедуры промежуточной аттестации обучающемуся необходимо набрать в ходе текущего и рубежных контролей не менее 61 балла. В этом случае итог балльной оценки, получаемой обучающимся, определяется по количеству баллов, набранных им в ходе текущего и рубежных контролей. При этом, на усмотрение преподавателя, балльная оценка обучающегося может быть повышена за счет получения дополнительных баллов за академическую активность.</p> <p>Обучающийся, имеющий право на получение оценки без проведения процедуры промежуточной аттестации, может повысить ее путем сдачи аттестационного испытания. В случае получения обучающимся на аттестационном испытании 0 баллов итог балльной оценки по дисциплине не снижается.</p> <p>За академическую активность в ходе освоения дисциплины, участие в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности обучающемуся могут быть начислены дополнительные баллы. Максимальное количество дополнительных баллов за академическую активность составляет 30.</p> <p>Основанием для получения дополнительных баллов являются:</p> <ul style="list-style-type: none"> - выполнение дополнительных заданий по дисциплине (модулю, практике); дополнительные баллы начисляются преподавателем; - участие в течение семестра в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности КГУ.
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) обучающихся для получения недостающих баллов в конце семестра	<p>В случае если к промежуточной аттестации (зачету) набрана сумма менее 51 балла, обучающемуся необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра.</p> <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>

6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежный контроль №1 проводится в форме контрольной работы, №2 – в виде самостоятельной письменной работы (примерные варианты приведены в п.6.4.).

На рубежи 1, 2 обучающимся отводится время не менее 90 минут.

Преподаватель оценивает в баллах результаты каждого обучающегося по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Для зачета обучающемуся предлагается шесть вопросов, по 5 баллов каждый, на подготовку отводится 40 минут.

Результаты текущего контроля успеваемости и зачета заносятся преподавателем в зачетную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день зачета, а также выставляются в зачетную книжку обучающегося.

6.4. Примеры оценочных средств для зачета и рубежных контролей

Вопросы к зачету

1. Основные понятия комбинаторики. Правило суммы и произведения.
2. Размещения (с повторениями и без повторений)
3. Сочетания (с повторениями и без повторений)
4. Перестановки (с повторениями и без повторений)
5. Разбиения (упорядоченные и неупорядоченные)
6. Бином Ньютона.
7. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.
8. Метод рекуррентных соотношений.
9. Основные понятия теории графов. Теоремы о степенях вершин.
10. Ориентированные графы.
11. Матрица смежности графа и ее свойства.
12. Способы задания графа - матрица инцидентности, структуры смежности и список ребер.
13. Изоморфизм графов.
14. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
15. Обход графа в глубину.
16. Обход графа в ширину.
17. Деревья.
18. Планарные графы. Теорема Эйлера и следствия из нее.
19. Раскраска планарного графа.
20. Задачи о кратчайших путях в графе. Алгоритм Дейкстры.
21. Задачи о кратчайших путях в графе. Алгоритм Флойда-Уоршелла.
22. Поиск остова графа наименьшего веса
23. Сети и потоки в сетях. Алгоритм Форда-Фалкерсона поиска наибольшего потока.
24. Сети планирования. Нахождение минимального времени завершения работ. Критический путь.
25. Классификация методов кодирования информации.
26. Алфавитное и равномерное кодирование.
27. Критерий однозначности алфавитного кодирования.
28. Самокорректирующиеся коды. Алгоритм построения кодов Хемминга.
29. Кодирование без учета помех. Оптимальное кодирование. Код Фано.
30. Критерий взаимной однозначности декодирования.

Рубеж №1 (Контрольная работа)
(4 балла за задание, всего 20 баллов)

1. Автобусные билеты имеют шестизначные номера от 000000 до 999999.

- а) сколько номеров, у которых есть хотя бы одна нечетная цифра?
- б) сколько номеров содержат цифру 7?
- в) сколько номеров содержат цифру 7 и 0?
- г) сколько среди них счастливых? (Счастливым считается номер abcabc или abccba).

2. а) $C_{x+8}^{x+3} = 5A_{x+6}^3$; б) $C_{15}^{k-2} < C_{15}^k$ в) $\begin{cases} C_x^{y+1} = 2,5x \\ C_{x-1}^y = 10 \end{cases}$

г) Найдите коэффициент при a^3b^5c после раскрытия скобок в выражении $(a + b - c + 5)^{11}$.

д) Определить коэффициент k в члене $ka^6b^6c^{12}$ многочлена, получаемого из алгебраического выражения $(a+b+c)^3(a^2+b^2+c^2)^6$:

3. Постройте граф отношения « $x + y > 7$ » на множестве $M = \{1,2,3,4,5,6\}$. Для полученного графа найдите матрицу смежности, матрицу инцидентности, радиус, диаметр и центр, цикломатическое и хроматическое числа.

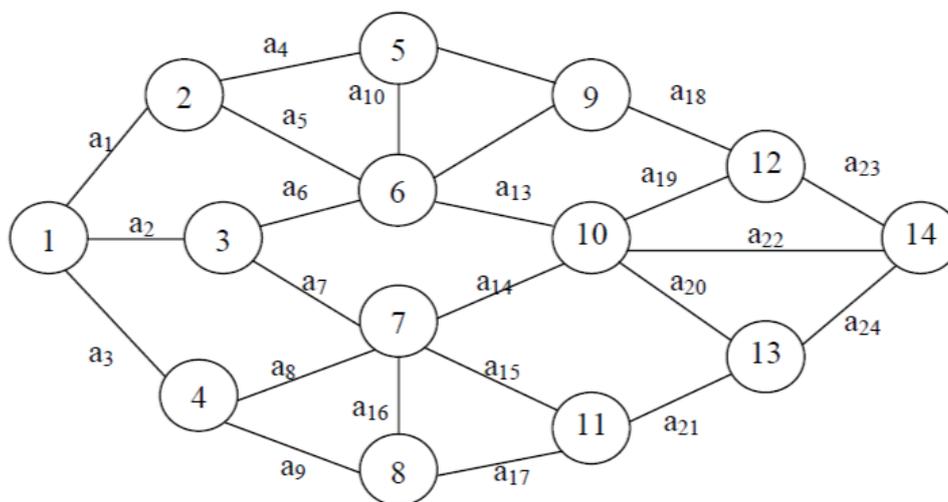
4. Составить сетевой график выполнения работ и найти минимальное время завершения работ, критический путь.

Содержание работы	Обозначение	Предыдущая работа	Продолжительность, дн.
Исходные данные на изделие	a_1		t_1
Заказ комплектующих деталей	a_2	a_1	t_2
Выпуск документации	a_3	a_1	t_3
Изготовление деталей	a_4	a_3	t_4
Постановка комплектующих деталей	a_5	a_2	t_5
Сборка изделия	a_6	a_4, a_5	t_6
Выпуск документации на испытание	a_7	a_3	t_7
Испытание и приемка изделия	a_8	a_6, a_7	t_8

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8
30	7	15	35	25	13	12	14

5. Транспортному предприятию требуется перевезти груз из пункта 1 в пункт 14. На рисунке показана сеть дорог и стоимость перевозки единицы груза между отдельными пунктами.

Определить маршрут доставки груза, которому соответствуют наименьшие затраты.



a																							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
20	18	19	11	15	13	12	14	12	24	21	20	22	23	24	20	22	31	32	35	37	45	28	30

Рубеж №2 (4 балла за задание 1, 5 баллов за задание 2)

1. Построить код Фано и Хаффмана для списка сообщений с заданным распределением частот. Определить стоимость кода.

S	T	U	V	W	X	Y	Z
0,15	0,1	0,15	0,2	0,05	0,1	0,18	0,07

2. Построить код Хэмминга для заданного сообщения 11101010. Внести ошибку в 5 разряд и, проведя декодирование, подтвердить место ошибки.

6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1. Основная учебная литература

1. Редькин, Н. П. Дискретная математика / Редькин Н. П. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 264 с. – Доступ из ЭБС "Консультант студента"

7.2. Дополнительная литература

1. Кириллов, И. А. Дискретная математика и ее специальные разделы : учебное пособие / И. А. Кириллов, М. В. Шептунов. - Москва : Проспект, 2022. - 264 с. – Доступ из ЭБС "Консультант студента".

2. Курейчик, В. М. Учебное пособие по курсу "Дискретная математика". Раздел "Теория графов" : учебное пособие / В. М. Курейчик, В. В. Курейчик, Е. Р. Мунтян. - Ростов-на-Дону : ЮФУ, 2022. - 164 с. – Доступ из ЭБС "Консультант студента".

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Гаврилов, Г. П. Задачи и упражнения по дискретной математике : учебное пособие. / Гаврилов Г. П. , Сапоженко А. А. - 3-е изд. , перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 416 с. – Доступ из ЭБС "Консультант студента"

9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. dist.kgsu.ru - Система поддержки учебного процесса КГУ;

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1. ЭБС «Лань»
2. ЭБС «Консультант студента»
3. ЭБС «Znaniium.com»
4. Гарант – справочно-правовая система

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение по реализации дисциплины осуществляется в соответствии с требованиями ФГОС ВО по данной образовательной программе.

12. ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п. 6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до обучающихся.

Аннотация к рабочей программе дисциплины
Дискретная математика

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата
01.03.01 – Математика

**Направленность: Математическое и программное обеспечение экономиче-
ской деятельности**

Трудоемкость дисциплины: 53Е (180 академических часа)

Семестр: 4 (очная форма обучения).

Форма промежуточной аттестации: зачет

Содержание дисциплины

Элементы комбинаторики. Элементы теории графов. Элементы теории кодирования. Элементы теории конечных автоматов.

ЛИСТ
регистрации изменений (дополнений) в рабочую программу
учебной дисциплины
«Дискретная математика»

Изменения / дополнения в рабочую программу
на 20__ / 20__ учебный год:

Ответственный преподаватель _____ / Ф.И.О. _____ /

Изменения утверждены на заседании кафедры «__» _____ 20__ г.,
Протокол № ____

Заведующий кафедрой _____ «__» _____ 20__ г.

Изменения / дополнения в рабочую программу
на 20__ / 20__ учебный год:

Ответственный преподаватель _____ / Ф.И.О. _____ /

Изменения утверждены на заседании кафедры «__» _____ 20__ г.,
Протокол № ____

Заведующий кафедрой _____ «__» _____ 20__ г.