

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»
(КГУ)

Кафедра «Фундаментальная математика»



УТВЕРЖДАЮ:

Первый проректор

/Т.Р. Змызгова/

«07» сентября 2021 г.

Рабочая программа учебной дисциплины
АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

образовательной программы высшего образования –
программы специалитета

10.05.03 – Информационная безопасность автоматизированных систем
Специализация: Безопасность открытых информационных систем

Формы обучения: очная

Курган 2021

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия» составлена в соответствии с учебными планами по программе специалитета Информационная безопасность автоматизированных систем (Безопасность открытых информационных систем), утвержденными:

- для очной формы обучения «30» августа 2021 года;

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Фундаментальной математики» «06» сентября 2021 года, протокол № 1.

Рабочую программу составил:
К. пед. наук, доцент кафедры
«Фундаментальная математика»



А.В. Чернышова

Согласовано:

Заведующий кафедрой
«Фундаментальная математика»



М.В. Гаврильчик

Заведующий кафедрой
«Безопасность информационных
автоматизированных систем»



Д.И. Дик

Специалист по учебно-методической
работе учебно-методического отдела



Г.В. Казанкова

Начальник управления
образовательной деятельности



С.Н. Сеницын

1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 6 зачетных единиц трудоемкости (216 академических часов)

Очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр	
		1	2
Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов	112	64	48
в том числе:			
Лекции	48	32	16
Практические занятия	64	32	32
Самостоятельная работа, всего часов	104	44	60
в том числе:			
Подготовка к экзамену, зачету	45	27	18
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины)	31	7	24
Контрольные работы	28	10	18
Вид промежуточной аттестации	Экз, зач	Экзамен	Зачет
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов	216	108	108

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к обязательной части дисциплин модуля «Математические и естественнонаучные дисциплины» Блока 1.

Краткое содержание дисциплины: элементы теории множеств, поле комплексных чисел, матрицы, операции над матрицами, определители квадратных матриц, системы линейных уравнений, делимость в поле целых чисел и многочленов, элементы теории сравнений, координатный метод, векторы на плоскости и в пространстве, линии на плоскости и в пространстве, поверхности.

Дисциплина «Алгебра и геометрия» базируется на знаниях, умениях, навыках, приобретенных студентами в средней школе.

Знания, умения и навыки, полученные при освоении дисциплины «Математическая статистика», являются необходимыми для освоения последующих дисциплин:

- дискретная математика,
- математическая логика и теория алгоритмов,
- теория информации.

Результаты обучения по дисциплине необходимы для осуществления профессиональной деятельности.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью изучения дисциплины является получение фундаментального образования, способствующего развитию личности.

Задачами дисциплины являются: изучение основ алгебры, теории чисел и аналитической геометрии; овладение методами и приемами решения основных задач линейной алгебры, теории чисел и аналитической геометрии; овладение методами решения задач в условиях, ограниченных строго рамками заданной темы; формирование навыков проведения анализа заданных условий, умения выделять необходимые понятия, формулы и свойства при решении задач.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

Для очной формы обучения

- Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-3);

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

Знать: фундаментальные понятия, свойства понятий, теоремы и формулы линейной алгебры, теории чисел и аналитической геометрии (ОПК-3)

Уметь: читать научный текст, находить в тексте понятия и формулы, необходимые для решения задач; самостоятельно решать задачи базового уровня, аналогичные имеющимся в теоретических источниках образцам; самостоятельно находить в сторонних информационных источниках понятия, формулы и методы для решения задач повышенного уровня; применять полученные знания и навыки при изучении других дисциплин (ОПК-3).

Владеть: методами решения задач линейной алгебры, теории чисел и аналитической геометрии (ОПК-3)

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план

Очная форма обучения

1 семестр

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем		
			Лекции	Практич. занятия	Лабораторные работы
Рубеж 1	1	Элементы теории множеств	4	4	
	2	Множество комплексных чисел	4	3	
		Рубежный контроль № 1	-	1	
Рубеж 2	3	Матрицы и операции над ними	4	4	
	4	Определители квадратных матриц. Обратные матрицы.	4	4	
	5	Системы линейных уравнений	4	3	
		Рубежный контроль № 2	-	1	
Рубеж 3	6	Делимость целых чисел	4	4	
	7	Многочлены. Делимость многочленов	4	4	
	8	Элементы теории сравнений	4	3	
		Рубежный контроль № 3	-	1	
Всего:			32	32	-

2 семестр

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем		
			Лекции	Практич. занятия	Лабораторные работы
Рубеж 1	1	Метод координат на плоскости и в пространстве	2	4	
	2	Векторная алгебра на плоскости и в пространстве	2	4	
	3	Координаты векторов на плоскости и в пространстве	2	3	
		Рубежный контроль № 1		1	
Рубеж 2	4	Линии первого порядка на плоскости	2	6	
	5	Линии второго порядка на плоскости	2	4	
	6	Линии первого порядка в пространстве	2	4	

	7	Поверхности в пространстве	4	5	
		Рубежный контроль № 2	-	1	
		Всего:	16	32	-

4.2. Содержание лекционных занятий

1 семестр

Тема 1. Элементы теории множеств

Введение. Цели и задачи изучения дисциплины. Требования по изучению дисциплины. Понятие множества. Подмножества. Способы задания множеств. Операции над множествами. Геометрическая интерпретация операций над множествами. Формула Грассмана.

Тема 2. Множество комплексных чисел

Множество комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме. Двучленные уравнения.

Тема 3. Матрицы и операции над ними

Понятие матрицы. Виды матриц. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами. Приведение матрицы к каноническому виду. Матрицы ступенчатого вида.

Тема 4. Определители квадратных матриц. Обратные матрицы

Определители квадратных матриц второго и третьего порядка. Алгебраические дополнения. Миноры. Общее правило нахождения определителей. Ранг матрицы. Нахождение ранга матрицы разными способами. Матрица, обратная к данной.

Тема 5. Системы линейных уравнений

Системы линейных уравнений. Коэффициент, свободный член. Виды систем. Решение системы линейных уравнений. Совместность системы линейных уравнений. Метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод решения системы.

Тема 6. Делимость целых чисел

Делимость целых чисел. Признаки делимости. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. Свойства делимости. Свойства НОД, НОК. Применение свойств делимости к решению задач.

Тема 7. Многочлены. Делимость многочленов

Многочлены на множествах целых, рациональных, действительных и комплексных чисел. Операции над многочленами. НОД, НОК многочленов. Корень многочлена. Способы нахождения корней многочленов.

Тема 8. Элементы теории сравнений

Определение сравнения первой степени. Эквивалентность различных определений сравнения первой степени. Свойства сравнений. Применение свойств сравнений к решению задач. Решение сравнений первой степени. Системы сравнений первой степени.

2 семестр

Тема 1. Метод координат на плоскости и в пространстве

Понятие координатной плоскости. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Полярная система координат. Связь между полярной и прямоугольной системами координат. Длина отрезка. Деление отрезка в данном отношении.

Тема 2. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве

Понятие вектора на плоскости. Операции над векторами. Свойства операций над векторами. Коллинеарность векторов. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Понятие вектора в пространстве. Компланарность векторов. Смешанное произведение векторов. Применение векторного метода к решению геометрических задач.

Тема 3. Координаты векторов на плоскости и в пространстве

Координаты вектора. Операции над векторами в координатах. Применение векторного метода к решению геометрических задач.

Тема 4. Линии первого порядка на плоскости

Прямая на плоскости. Уравнения прямой. Основные задачи на прямую (расстояние от точки до прямой, угол между двумя прямыми, координаты точки пересечения двух прямых).

Тема 5. Линии второго порядка на плоскости

Окружность. Эллипс. Гипербола. Парабола.

Тема 6. Линии первого порядка в пространстве

Прямая и плоскость в пространстве. Каноническое уравнение прямой и плоскости. Пересечение прямой и плоскости. Параллельность прямой и плоскости. Пересечение плоскостей. Параллельность плоскостей. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Тема 7. Поверхности в пространстве

Уравнение поверхности в пространстве. Взаимное расположение поверхностей. Исследование поверхностей методом параллельных сечений.

4.2. Практические занятия

Содержание практических занятий:

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Наименование практического занятия	Норматив времени, час.
1 семестр			
1	Элементы теории множеств	Множество. Подмножества. Способы задания множеств. Операции над множествами. Геометрическая интерпретация операций над множествами. Формула Грассмана.	4
2	Множество комплексных чисел	Множество комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме.	3
		Рубежный контроль 1	1
3	Матрицы и операции над ними	Матрицы. Виды матриц. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами. Приведение матрицы к каноническому виду. Матрицы ступенчатого вида.	4
4	Определители квадратных матриц. Обратные матрицы.	Определители квадратных матриц второго и третьего порядка. Алгебраические дополнения. Миноры. Общее правило нахождения определителей. Ранг матрицы. Нахождение ранга матрицы разными способами. Матрица, обратная к данной.	4
5	Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений. Коэффициент, свободный член. Виды систем. Решение системы линейных уравнений. Совместность системы линейных уравнений. Метод Крамера, метод Гаусса, матричный метод решения системы.	3
		Рубежный контроль 2	1
6	Делимость целых чисел	Делимость целых чисел. Признаки делимости. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. Свойства делимости. Свойства НОД, НОК. Применение свойств делимости к решению задач.	4
7	Многочлены. Делимость многочленов	Многочлены на множествах целых, рациональных, действительных и комплексных чисел. Операции над многочленами. НОД, НОК многочленов. Корень многочлена. Способы нахождения корней многочленов.	4

8	Элементы теории сравнений	Определение сравнения первой степени. Эквивалентность различных определений сравнения первой степени. Свойства сравнений. Применение свойств сравнений к решению задач. Решение сравнений первой степени. Системы сравнений первой степени.	3
		Рубежный контроль 3	1
2 семестр			
1	Метод координат на плоскости и в пространстве	Понятие координатной плоскости. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Полярная система координат. Связь между полярной и прямоугольными системами координат. Длина отрезка. Деление отрезка в данном отношении.	4
2	Векторная алгебра на плоскости и в пространстве	Понятие вектора на плоскости. Операции над векторами. Свойства операций над векторами. Коллинеарность векторов. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Понятие вектора в пространстве. Компланарность векторов. Смешанное произведение векторов.	4
3	Координаты векторов на плоскости и в пространстве	Координаты вектора на плоскости и в пространстве. Операции над векторами в координатах. Применение векторного метода к решению геометрических задач.	3
		Рубежный контроль 1	1
4	Линии первого порядка на плоскости	Прямая на плоскости. Уравнения прямой. Основные задачи на прямую (расстояние от точки до прямой, угол между двумя прямыми, координаты точки пересечения двух прямых).	6
5	Линии второго порядка на плоскости	Окружность. Эллипс. Гипербола. Парабола.	4
6	Линии первого порядка в пространстве	Прямая и плоскость в пространстве. Каноническое уравнение прямой и плоскости. Пересечение прямой и плоскости. Параллельность прямой и плоскости. Пересечение плоскостей. Параллельность плоскостей. Расстояние между скрещивающимися прямыми.	4
7	Поверхности в пространстве	Уравнение поверхности в пространстве. Взаимное расположение поверхностей. Исследование поверхностей методом параллельных сечений.	5
		Рубежный контроль 2	1
Всего:			64

4.4. Контрольная работа

Контрольная работа состоит из 5 заданий в первом семестре и из 15 заданий во втором семестре. Примерный вариант контрольной работы находится в методических указаниях.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств, на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Преподавателем запланировано применение на лекционных занятиях технологий коллективного взаимодействия, разбора конкретных ситуаций, групповая форма работы студентов на этапе повторения материала.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения).

Для текущего контроля успеваемости преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям, выполнение контрольных работ, подготовку к экзамену, зачёту.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоем- кость, акад. час.
Самостоятельное изучение тем дисциплины:	16,4
Вычисление определителей квадратных матриц высших порядков	2
Применение метода математической индукции к решению задач на делимость	2
Различные методы нахождения корней многочленов	2
Сравнения второй степени	2
Двучленные уравнения	3
Уравнение линии на плоскости и в пространстве.	2,2
Взаимное расположение поверхностей	3,2
Подготовка к рубежным контролям (по 1 часу на каждый рубеж)	5
Подготовка к практическим занятиям (по 0,3 часа на занятие)	9,6
Выполнение контрольной работы № 1,2	28
Подготовка к экзамену	27

Подготовка к зачету	18
Всего:	104

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов в КГУ
2. Перечень вопросов к экзамену
3. Контрольная работа № 1,2
4. Банк заданий к рубежным контролям № 1, № 2, № 3, № 4, № 5
5. Банк тестовых заданий к экзамену
6. Банк тестовых заданий к зачету
7. Задания к практическим занятиям
8. Дополнительные задания исследовательского характера (на усмотрение преподавателя).

6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине

№	Наименование	Содержание							
1 семестр									
Распределение баллов									
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доводятся до сведения студентов на первом учебном занятии)	Вид учебной работы:	Посещение лекций	Посещение практических занятий, активность на занятиях	Контрольная работа	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	Рубежный контроль №3	Экзамен
		Балльная оценка:	До 16	До 16	До 10	До 9	До 9	До 10	До 30
		Примечания:	16 лекций по 1 баллу	16 практических занятий по 1 баллу		На 4 практическом занятии	На 10 практическом занятии	На 16 практическом занятии	
2 семестр									
1	Распределение баллов	Распределение баллов							

	за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доводятся до сведения студентов на первом учебном занятии)	Вид учебной работы:	Посещение лекций	Посещение практических занятий и активность на них	Контрольная работа	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	Зачет
	Балльная оценка:	До 8	До 16	До 15	До 15	До 16	До 30	
	Примечания:	8 лекций по 1 баллу	16 практических занятий по 1 баллу		На 6 практическом занятии	На 16 практическом занятии		
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и зачета		60 и менее баллов – неудовлетворительно; незачёт 61...73 – удовлетворительно; зачтено 74... 90 – хорошо; 91...100 – отлично					
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов		<p>Для допуска к промежуточной аттестации студент должен выполнить все работы рубежного контроля и контрольную работу и набрать не менее 50 баллов.</p> <p>Для получения экзаменационной оценки «автоматически» студенту необходимо набрать следующее минимальное количество баллов:</p> <ul style="list-style-type: none"> - 61 балл для получения зачета «автоматически»; - 68 баллов для получения «автоматически» оценки удовлетворительно». <p>По согласованию с преподавателем студенту, набравшему минимум 68 балл могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активное участие в научной и методической работе, оригинальность принятых решений в ходе выполнения заданий текущего и рубежного контроля, за участие в значимых учебных и внеучебных мероприятиях кафедры и выставлена за экзамен «автоматически» оценка «хорошо» или «отлично».</p>					
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра		<p>В случае если к промежуточной аттестации (экзамену, зачёту) набрана сумма менее 50 баллов, студенту необходимо выполнить дополнительные задания, до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных лекционных и практических занятий.</p> <p>Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем):</p> <ul style="list-style-type: none"> - выполнение и защита отчетов по пропущенным практическим занятиям (1...2 балла); - прохождение рубежного контроля (баллы в зависимости от рубежа); - выполнение контрольной работы – до 15 баллов. <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>					

6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме самостоятельных работ.

Перед проведением каждого рубежного контроля преподаватель прорабатывает со студентами основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии.

Варианты заданий для рубежных контролей 1 семестра состоят: № 1 и № 2 – из 9 задач по 1 баллу каждая, № 3 – из 10 задач, по одному баллу каждая. Варианты заданий для рубежного контроля 2 семестра состоят: № 1 – из 15 задач, № 2 – из 16 задач по 1 баллу каждая.

На каждую работу при рубежном контроле студенту отводится время не менее 60 минут.

Преподаватель оценивает в баллах результаты рубежного контроля каждого студента по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Экзаменационный тест (1 семестр) состоит из 16 вопросов, зачетный тест (2 семестр) – из 14 вопросов. Каждый вопрос в тесте оценивается от 1 до 4 баллов. Количество баллов по результатам экзамена (зачета) зависит от количества правильных ответов. Время, отводимое студенту на экзаменационный тест, составляет 1 астрономический час, на зачетный – 45 минут.

Результаты текущего контроля успеваемости и экзамена (зачета) заносятся преподавателем в экзаменационную (зачетную) ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день экзамена (зачета), а также выставляются в зачетную книжку студента.

6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей, экзамена и зачёта

1 семестр

Рубеж 1

Самостоятельная работа

- 1 Даны два множества A и B . Найти: 1) $A \cap B$; 2) $A \cup B$; 3) $A \setminus B$; 4) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$, если $A = \{12; 20; 34; 37\}$ и $B = \{2; 34; 35; 37\}$.
- 2 M – множество спортсменов России. Принадлежит ли этому множеству: а) Евгений Плющенко; б) Евгений Дементьев; в) Дмитрий Лоськов; г) Сергей Бубка; д) Бенъямин Нитаниягу; е) Мария Шарапова.
- 3 Составить и записать все возможные подмножества множества $X = \{31; 25; 14\}$.
- 4 В детском саду 52 ребенка. Каждый из них любит пирожное или мороженое. 25 детей любит пирожное, а 20 человек – пирожное и мороженое. Сколько детей любит мороженое?
- 5 Среди следующих множеств найдите равные: $A = \{1; 3; 6\}$, $B = \{6; 2; 3\}$, $C = \{6; 9; 3\}$, $D = \{9; 6; 3\}$, $E = \{3; 2; 6\}$, $K = \{3; 6; 9\}$, $L = \{x \mid x \in N, 1 \leq x < 5\}$, $M = \{x \mid x \in N, 1 \leq x \leq 4\}$, $R = \{x \mid x \in N, 2 < x \leq 4\}$, $P = \{x \mid x \in N, 1 < x \leq 4\}$,
- 6 При каких значениях x и y два комплексных числа $z_1 = x + 2i$ и $z_2 = 4 + \sqrt{3}yi$ сопряжены?
- 7 Найдите $(9 - 2i)(4 + 2i)$.
- 8 Найдите $\frac{2 + 9i}{7 - 2i}$.

- 9 Вычислить $\sqrt[4]{\frac{-i-\sqrt{3}}{i}}$ (в ответе записать только общий вид корня).

Рубеж 2

Самостоятельная работа

- Найти линейную комбинацию матриц $3A - 5B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,
 $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 5 & -2 & 0 \\ 7 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
- Найти значение матричного многочлена $f(C): f(x) = 2x^2 - 3x + 1$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 7 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- Привести к ступенчатому виду матрицу: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & -18 \\ 5 & 0 & -1 & -13 \\ 1 & -2 & 1 & 11 \\ 3 & -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.
- Найти определитель матрицы $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \\ -3 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ двумя способами: по рекуррентной формуле и с помощью разложения по строке (столбцу).
- Найти $\text{rang} F = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 6 \end{pmatrix}$ приведением к каноническому виду.
- Решить уравнение $\begin{vmatrix} 6 & 2 & -1 \\ x+2 & 0 & 1 \\ 24 & 3-x & 1 \end{vmatrix} = 0$.
- Решите систему матричным методом: $\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8, \\ 2x - 4y - 3z = -1, \\ x + 5y + z = 0. \end{cases}$
- Решите систему с помощью формул Крамера: $\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8, \\ 2x - 4y - 3z = -1, \\ x + 5y + z = 0. \end{cases}$
- Найдите общее решение системы и какое-нибудь ее частное решение: $\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases}$

Рубеж 3

Самостоятельная работа

- Найти наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел a, b и c с помощью алгоритма Евклида, если $a=529, b=1541, c=1817$.
- Дробь $\frac{359}{571}$ представить в виде цепной и найти все её подходящие дроби.
- При каких целых значениях n число $3n^4 - 8n^2 - 3$ является простым? Найти это простое число.

4. Разложить многочлен $f(x)$ на неприводимые множители над множествами рациональных, действительных и комплексных чисел. $f(x) = x^4 + 3$
5. Найти значения многочлена $f(x) = x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 7$ и его производных при $x = 3$.
6. Пользуясь алгоритмом Евклида, подобрать полиномы $u(x)$ и $v(x)$ так, чтобы $f(x)u(x) + \varphi(x)v(x) = d(x)$, где $d(x)$ – НОД многочленов $f(x)$ и $\varphi(x)$, если $f(x) = 4x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 5x + 9$, $\varphi(x) = 2x^3 - x^2 - 5x + 4$.
7. Решите сравнение: $36x \equiv 30 \pmod{114}$.
8. Найдите остаток от деления 215^{339} на 42
9. Доказать, что при любом натуральном n число $12^{n+2} + 37^n$ делится на 5
10. Решите систему:
$$\begin{cases} 3x \equiv 5 \pmod{11} \\ 5x \equiv 6 \pmod{13} \\ 7x \equiv 4 \pmod{9} \end{cases}$$

Пример экзаменационного теста

1. Назовите основателя теории множеств. (1 балл)
2. Даны множества: A и B . Найти: 1) $A \cap B$; 2) $A \cup B$; 3) $A \setminus B$; 4) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$. $A = \{12; 20; 34; 37\}$, $B = \{2; 34; 35; 37\}$. (2 балла)
3. Дайте определение множества комплексных чисел. (2 балла)
4. Вычислите: $(9 - 2i)(4 + 2i)$. (1 балл)
5. Сформулируйте правила выполнения сложения матриц и умножения матрицы на число. Приведите примеры. (2 балла)
6. Привести к ступенчатому виду матрицу:
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & -18 \\ 5 & 0 & -1 & -13 \\ 1 & -2 & 1 & 11 \\ 3 & -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$
. (2 балла)
7. Дайте определение минора и алгебраического дополнения. (2 балла)
8. Найдите обратную матрицу для матрицы $\tilde{N} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$. (2 балла)
9. Дайте определение системы линейных уравнений и ее компонентов. (2 балла)
10. Выясните, является ли система совместной:
$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ 2x - 4y - 3z = -1 \\ x + 5y + z = 0 \end{cases}$$
 (2 балла)
11. Перечислите свойства делимости целых чисел. (2 балла)
12. Найти наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел a , b и c любым способом: $a = 529$, $b = 1541$, $c = 1817$. (2 балла)
13. Объясните на примере, как находят рациональные корни многочлена. (2 балла)
14. Разложите многочлен $f(x)$ на неприводимые множители над множествами рациональных, действительных и комплексных чисел. $f(x) = x^4 + 2$. (2 балла)
15. Дайте определение полной системы вычетов по модулю m . (2 балла)
16. Решите сравнение: $36x \equiv 30 \pmod{114}$. (2 балла)

2 семестр

Рубеж 1

Самостоятельная работа

1. Найти точку, в которой прямая, проходящая через точки $A(4; 6)$ и $B(1; 2)$, пересечет ось Ox .

2. Точки $A(2; 2)$, $B(-2; 7)$ и $C(-3; 2)$ – три вершины параллелограмма, причем A и C – противоположные вершины. Найти четвертую вершину.
3. Разделить отрезок между точками $(0; 3)$ и $(5; 0)$ в таком же отношении, в каком находятся расстояния этих точек от начала координат.
4. В полярной системе координат даны две противоположные вершины квадрата $A\left(2; -\frac{2\pi}{3}\right)$ и $C\left(4; \frac{3\pi}{4}\right)$. Найти его площадь. $A(-2; 1; 4)$
5. Дан треугольник с вершинами в точках $A(-2; 1; 4)$, $B(-5; 6; 0)$, $C(4; 2; -4)$. Найти длину его медианы, проведенной из вершины A .
6. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\phi = \frac{\pi}{6}$. Зная, что $|\vec{a}| = 4$ и $|\vec{b}| = 5$, вычислить $(\vec{a} + 3\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$.
7. Даны два вектора \vec{a} и \vec{b} , для которых $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\phi = \angle(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\pi}{2}$. Найти: $\left|(4\vec{a} + 2\vec{b}) \times (4\vec{a} - \vec{b})\right|$.
8. В параллелограмме $ABCD$: K и M – середины сторон BC и CD , $\overrightarrow{AK} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AM} = \vec{b}$. Разложить \overrightarrow{BD} по векторам \vec{a} и \vec{b} .
9. Точки A, B, C, D – вершины параллелограмма, O – точка пересечения диагоналей. Упростить выражение $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{OC}$.
10. $ABCD$ – произвольный четырёхугольник. Точки M и N – середины сторон BC и AD соответственно. Доказать, что $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD})$.
11. На плоскости даны векторы $\vec{a}, \vec{u}, \vec{v}$. Найти коэффициенты разложения вектора \vec{a} по векторам \vec{u} и \vec{v} , если $\vec{a} = (4; 1)$, $\vec{u} = (3; -1)$, $\vec{v} = (2; 3)$.
12. Даны вершины треугольника $A(3; -1; 5)$, $B(5; 3; -4)$, $C(-4; 0; 3)$. Найти длину медианы, проведенной из вершины B и площадь треугольника ABC .
13. Даны векторы $\vec{a} = (6; -4; -1)$, $\vec{b} = (4; 4; -5)$, $\vec{c} = (3; -4; 5)$. Найти $np_c(\vec{a} + \vec{b})$.
14. Вычислить внутренние углы треугольника ABC и определить его вид, если $\overrightarrow{AB} = (2; 1; 2)$, $\overrightarrow{CA} = (-3; 1; -4)$.
15. $ABCD$ – тетраэдр, $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$, $D(-5; -4; 8)$. Найти длину высоты DH .

Рубеж 2

Самостоятельная работа

1. Найти острый угол между прямыми $2x - 3y + 8 = 0$ и $4x - 6y = 10$.
2. Составить уравнение прямой в полярных координатах, если известно, что она проходит через точку $M\left(3; \frac{\pi}{6}\right)$ и наклонена к полярной оси под углом $\frac{\pi}{4}$.
3. Дан треугольник с вершинами в точках $A(1; -2)$, $B(0; 5)$, $C(-6; 5)$. Найти координаты центра описанной около треугольника окружности.
4. Какая из прямых $2x - 4y + 3 = 0$ и $x + y = 1$ отсекает на оси ординат отрезок большей длины?

5. Через точку пересечения прямых $x + y - 6 = 0$ и $2x + y - 13 = 0$ провести прямую (не совпадающую с данными), отсекающую на осях равные отрезки и написать её уравнение.
6. Написать уравнение окружности, если центр находится в точке $C(-2; 0)$, а радиус $R = 2$.
7. Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Oy , симметрично относительно начала координат, если его полуоси равны 5 и 8.
8. Найти угол между асимптотами гиперболы, если её эксцентриситет равен 4.
9. При каких значениях k прямая $y = kx - 1$ пересекает параболу $y^2 = -5x$? Касается её?
10. Написать уравнение плоскости проходящей через точки $M_1(5; -3; 2)$ и $M_2(-7; 1; 5)$ параллельно вектору $\vec{s}(1; -3; 6)$.
11. Составить уравнение плоскости проходящей через точку $M(3; -8; 2)$ параллельно плоскости $3x - 5y + 4z - 7 = 0$.
12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-3; 2; 5)$ и $M_2(3; 4; -1)$, перпендикулярно плоскости $x - 2y + 3z - 10 = 0$.
13. Привести к каноническому виду прямую $\begin{cases} 2x + 3y + 6z - 7 = 0, \\ 5x + 2y + z - 11 = 0 \end{cases}$ и определить величины углов, образованные этой прямой с координатными осями.
14. Составить уравнение сферы радиуса $R=9$, проходящей через точки $A(-5; 10; -1)$, $B(1; -2; 1)$, $C(-8; -2; 2)$.
15. Установить тип заданной поверхности и построить её $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{81} = 1$.
16. Определить центр $M_0(x_0; y_0; z_0)$ и радиус окружности: $\begin{cases} (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100 \\ 2x - 2y - z + 9 = 0 \end{cases}$

Пример зачетного теста

1. Как задается прямоугольная система координат? (2 балла)
2. Точки $A(2; 2)$, $B(-2; 7)$ и $C(-3; 2)$ – три вершины параллелограмма, причем A и C – противоположные вершины. Найти четвертую вершину. (2 балла)
3. Дайте определение вектора на плоскости, длины вектора, нулевого и единичного вектора. (2 балла)
4. Даны два вектора \vec{a} и \vec{b} , для которых $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$, $\phi = \angle(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\pi}{2}$. Найти: $|(7\vec{a} + 2\vec{b}) \times (3\vec{a} - \vec{b})|$. (2 балла)
5. Сформулируйте определение векторного произведения векторов. (2 балла)
6. При каких значениях α и β векторы $\vec{a} = -7\vec{i} + 2\vec{j} + \alpha\vec{k}$ и $\vec{b} = \beta\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}$ коллинеарны? (2 балла)
7. Запишите уравнение прямой с угловым коэффициентом. Опишите все его компоненты. (2 балла)
8. Составить уравнение прямой в полярных координатах, если известно, что она проходит через точку $M\left(6; \frac{\pi}{6}\right)$ и наклонена к полярной оси под углом $\frac{\pi}{2}$. (2 балла)
9. Дайте определение параболы и всех ее компонентов. (2 балла)
10. Написать уравнение окружности, если центр находится в точке $C(-2; 0)$, и имеет радиус $R = 2$. (2 балла)
11. Запишите формулы для нахождения расстояния от данной точки до плоскости. (2 балла)

12. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(5; -3; 2)$ и $M_2(-7; 1; 5)$ параллельно вектору $\vec{s}(1; -3; 6)$. (2 балла)
13. Запишите каноническое уравнение гиперболического параболоида и всех его сечений. (2 балла)
14. Установить тип заданной поверхности и построить её $2x^2 - 7y^2 + 11z = 0$. (4 балла)

Примерный вариант контрольной работы

Вариант выбирается по последней цифре зачетной книжки (1 – 1 вариант, ..., 0 – 10 вариант). Образцы решения ВСЕХ задач находятся в книге Просветова Г.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия.

1 семестр

1. Для матриц $A = \begin{pmatrix} k & m \\ l & n \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} p & r \\ q & s \end{pmatrix}$ найти сумму $A + B$, разность $A - B$, произведения AB и BA , определители, транспонированные и обратные матрицы.

2. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} k & n & r \\ l & p & s \\ m & q & t \end{pmatrix}$ вычислить определитель и найти обратную матрицу.

3. Решить систему уравнений $\begin{cases} kx + ly = m, \\ nx + py = q. \end{cases}$ а) с помощью правила Крамера; б) матричным методом; в) методом Гаусса.

4. Решить систему уравнений $\begin{cases} kx + ly + mz = n, \\ px + qy + rz = s, \\ tx + fy + gz = h. \end{cases}$ а) с помощью правила Крамера; б) матричным методом; в) методом Гаусса.

5. Методом Гаусса решить систему уравнений $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + a_{15}x_5 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 + a_{25}x_5 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 + a_{35}x_5 = b_3 \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 + a_{45}x_5 = b_4 \end{cases}$.

2 семестр

6. 1) Даны точки $A(k, l, p)$, $B(m, n, q)$, $C(p, q, m)$. Найти координаты вектора $\alpha \overline{AB} + \beta \overline{AC}$, скалярное произведение векторов \overline{AB} и \overline{AC} , длину вектора \overline{AB} , косинус угла между векторами \overline{AB} и \overline{AC} . Определить координаты середины отрезка AB . Определить проекцию вектора \overline{AB} на ось $\vec{a} = (n, p, q)$. Выяснить ортогональность векторов \overline{AB} и \overline{AC} . Определить векторное произведение векторов \overline{AB} и \overline{BC} . Определить с помощью векторного произведения площадь треугольника ABC .

2) Известно, что $|\vec{a}| = k$, $|\vec{b}| = l$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен φ . Определить скалярное произведение векторов $m\vec{a} + n\vec{b}$ и $p\vec{a} - a\vec{b}$. Определить модуль векторного произведения векторов $m\vec{a} + n\vec{b}$ и $p\vec{a} - a\vec{b}$.

3) Определить смешанное произведение векторов $\vec{a} = (k, l, m)$, $\vec{b} = (-n, -p, q)$ и $\vec{c} = (p, n, -k)$.

- 4) Даны точки $A(k, l, p)$, $B(m, n, q)$, $C(p, q, m)$, $D(-n, -p, q)$. Определить объем пирамиды $ABCD$. Определить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(k, l, p)$, $B(m, n, q)$, $C(p, q, m)$.
- 5) Определить декартовы координаты точки по полярным координатам (p, φ) .
- 6) Определить уравнение плоскости π , зная точку $M_0(k, l, m)$ в этой плоскости и нормаль $\vec{n} = (p, q, m)$ плоскости. Привести уравнение плоскости π к нормальному виду. Определить расстояние от точки $D(-n, -p, q)$ до плоскости π . Определить уравнение плоскости π_1 , проходящей через точку $C(p, q, m)$ параллельно плоскости π . Определить уравнение плоскости π_2 , проходящей через точки $A(k, l, p)$, $B(m, n, q)$ перпендикулярно плоскости π .
- 7) Известны точка $A(k, l, p)$ на прямой и направляющий вектор $\vec{s} = (m, n, q)$ этой прямой. Определить канонические уравнения этой прямой. Определить параметрические уравнения прямой. Определить расстояние от точки $C(p, q, m)$ до построенной прямой.
- 8) Определить канонические уравнения прямой, проходящей через точки $A(k, l, p)$ и $B(m, n, q)$.
- 9) Определить косинус угла между прямыми $mx - ny + l = 0$ и $kx + py - q = 0$.
- 10) Определить тангенс угла между прямыми $y = -px + q$ и $y = kx + l$. Определить уравнение прямой m_1 , проходящей через точку $M(-\alpha, \beta)$, перпендикулярно прямой $y = kx + l$.
- 11) Для эллипса $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 1$ определить большую и малую полуоси, большую и малую оси, координаты фокусов, расстояние между фокусами, эксцентриситет, директрисы.
- 12) Для гиперболы $\frac{x^2}{k} - \frac{y^2}{l} = 1$ определить действительную и мнимую полуоси, действительную и мнимую оси, координаты фокусов, расстояние между фокусами, эксцентриситет, директрисы, асимптоты.
- 13) Определить фокус и директрису параболы $y^2 = mx$.
7. Что можно сказать о взаимном расположении прямых $kx + ty + m = 0$ и $nx + py + q = 0$?
8. Изобразить прямую $kx + py + m = 0$.

6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1. Основная учебная литература

1. Просветов Г.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: задачи и решения: Учебно-практическое пособие. 2-е изд., доп. – М.: Издательство «Альфа-пресс», 2009. – 208 с.

2. Лунгу К.Н. Высшая математика. Руководство к решению задач. Ч. 1: Учебное пособие / Лунгу К.Н., Макаров Е.В., - 3-е изд. - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 216 с.: ISBN 978-5-9221-1500-1

3. Заболотский, В. С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия (учебный комплекс) : учебное пособие / В.С. Заболотский. — 2-е изд., стер. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 309 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-110519-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1872461>

4. Борताковский, А. С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум : учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — 2-е изд., стер. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 352 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010206-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1014764>

7.2. Дополнительная учебная литература

1. Лунгу К.Н. Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. – 7-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 576 с.

2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – М.: АСТ: Астрель, 2006. – 991 с.

3. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебный комплекс для вузов / О. В. Зими́на. – Ростов н/Д: Феникс, 2015. — 378 с.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Методические рекомендации к выполнению контрольной работы.
2. Электронный экземпляр текстов лекций (хранится на диске в УМК)
3. Памятка студенту о работе в технологии индивидуализированного обучения.
4. Методические рекомендации по выполнению заданий исследовательского характера (входят в УМК).

9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. http://www.academiaxxi.ru/Collections/La_Ag/Electr_book/title.htm - Электронное учебное пособие по линейной алгебре и аналитической геометрии, подготовленное на кафедре высшей математики МЭИ (ТУ).

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

При чтении лекций используются слайдовые презентации.

Минимальные требования к операционной системе и программному обеспечению компьютера, используемого при показе слайдовых презентаций: Windows XP, Foxit Reader Pro версия 1.3.

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Мультимедийное оборудование (переносной персональный компьютер, мультимедийный проектор, мультимедийный экран).

12. ДЛЯ СТУДЕНТОВ, ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИ- СТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме он-лайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п. 6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до сведения обучающихся.

Аннотация к рабочей программе дисциплины

«Алгебра и геометрия»

образовательной программы высшего образования –
программы специалитета

10.05.03 – Информационная безопасность автоматизированных систем

Специализация: Безопасность открытых информационных систем

Трудоемкость дисциплины: 6 ЗЕ (216 академических часа)

Семестр: 1-2

Форма промежуточной аттестации: 1 семестр – экзамен, 2 семестр – зачет;

Содержание дисциплины

Элементы теории множеств, поле комплексных чисел, матрицы, операции над матрицами, определители квадратных матриц, системы линейных уравнений, делимость в поле целых чисел и многочленов, элементы теории сравнений, координатный метод, векторы на плоскости и в пространстве, линии на плоскости и в пространстве, поверхности.