

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Курганский государственный университет»

(КГУ)

Кафедра «Фундаментальной математики»

УТВЕРЖДАЮ:

Первый проректор



/ Змызгова Т.Р. /

» сентября 2021 г.

Рабочая программа учебной дисциплины

АЛГЕБРА

образовательной программы высшего образования –  
программы специалитет

**01.05.01 – Фундаментальная математика и механика**

**Направленность (профиль): Математическое и программное  
обеспечение информационных систем**

Формы обучения: очная.

Курган 2021

Рабочая программа дисциплины «Алгебра» составлена в соответствии с учебным планом по программе специалитета «Фундаментальная математика и механика (Математическое и программное обеспечение информационных систем)», утвержденным :

- для очной формы обучения « 30 » августа 2021 года;

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Фундаментальной математики»

« 6 » сентября 2021 года, протокол № 1

Рабочую программу составил  
Старший  
преподаватель



Е.А. Лукерьянова

Согласовано:

Заведующий кафедрой  
«Фундаментальной математики»



М.В. Гаврильчик


Специалист по учебно-методической работе

Учебно-методического отдела



Г.В. Казанкова

Начальник Управления  
образовательной деятельности



С.Н. Синицын

## 1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 14 зачетных единицы трудоемкости (504 академических часов)

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр		
		1	2	3
<b>Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов в том числе:</b>	<b>180</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>60</b>
Лекции	90	30	30	30
Практические занятия	90	30	30	30
<b>Самостоятельная работа, всего часов в том числе:</b>	<b>324</b>	<b>84</b>	<b>120</b>	<b>120</b>
Подготовка к экзамену	81	27	27	27
Контрольная работа	54	18	18	18
Другие виды самостоятельной работы	189	39	75	75
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	Экзамен	Экзамен	Экзамен	Экзамен
<b>Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов</b>	<b>504</b>	<b>144</b>	<b>180</b>	<b>180</b>

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Алгебра» относится к обязательной части учебного блока 1.

### *Краткое содержание дисциплины.*

Понятие алгебры. Поле комплексных чисел. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. Многочлены от одной переменной. Многочлены над полями  $C$ ,  $R$ ,  $Q$ . Линейные пространства.

Линейные операторы. Евклидовы пространства. Квадратичные формы. Алгебраические структуры (Группы. Кольца. Поля. Алгебраические числа).

Дисциплина «Алгебра» базируется на знаниях, умениях, навыках, приобретенных студентами в средней школе. Освоение обучающимися дисциплины «Алгебра» опирается также на знания, умения, навыки и компетенции, приобретенные в результате освоения дисциплин: вводный курс математики, геометрия, математический анализ.

Знания, полученные при изучении дисциплины «Алгебра», лежат в основе математического образования, они необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений. В частности, знания данного курса используются в геометрии, математическом анализе, математической логике, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и экономических дисциплинах.

Результаты обучения по дисциплине необходимы для осуществления профессиональной деятельности.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью освоения дисциплины «Алгебра» является получение фундаментального образования, способствующего развитию личности. При освоении дисциплины вырабатывается умение логически мыслить, проводить доказательства утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов.

Задачами освоения дисциплины «Алгебра» являются изучение основных понятий, формул, теорем алгебры, овладение методами и приемами решения алгебраических задач, а также формирование навыков работы со специальной литературой.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики (ОПК-1)

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

**Знать**

основные понятия и методы изучаемых разделов (для ОПК – 1);  
основные сферы приложения теории алгебраических систем  
линейной алгебры, теории многочленов (для ОПК – 1);  
основные теоремы и формулы изучаемых разделов (для ОПК – 1);  
основные методы доказательства, используемые в линейной алгебре, теории  
групп, колец (для ОПК – 1).

**Уметь**

формулировать проблему в терминах алгебры (для ОПК – 1)  
решать основные типы задач (для ОПК – 1);  
формулировать и доказать основные теоремы изучаемых разделов (для  
ОПК – 1);  
выделять главные смысловые аспекты в доказательствах на примере  
изучаемых утверждений (для ОПК – 1)

**Владеть**

Математическим аппаратом алгебры (для ОПК – 1 )  
Методами доказательства утверждений в этой области (для ОПК – 1).  
Владеть навыками практического использования алгебраических  
методов при анализе различных задач (для ОПК – 1 ).

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Учебно-тематический план

Рубеж и контроль	Шифр раздела, темы дисципли ны	Наименование раздела, темы дисциплины	Количество часов контактной работы с преподавателем	
			Лекции	Практическ ие занятия
		<b>1 семестр</b>	<b>30</b>	<b>30</b>
Рубеж 1	P1	Понятие алгебры. Поле комплексных чисел	<b>4</b>	<b>4</b>
Рубеж 2	P2	Матрицы и определители	<b>6</b>	<b>6</b>
	P3	Системы линейных уравнений	<b>8</b>	<b>8</b>
	P4	Многочлены от одной переменной	<b>12</b>	<b>12</b>
		<b>2 семестр</b>	<b>30</b>	<b>30</b>
Рубеж 3	P5	Линейные пространства	<b>6</b>	<b>6</b>
Рубеж 4	P6	Линейные операторы	<b>8</b>	<b>8</b>
	P7	Евклидовы пространства	<b>8</b>	<b>8</b>
	P8	Квадратичные формы	<b>8</b>	<b>8</b>
	P10	<b>3 семестр</b> Алгебраические структуры	<b>30</b>	<b>30</b>
Рубеж 5,6		Группы	<b>8</b>	<b>8</b>
		Кольца	<b>8</b>	<b>8</b>
		Поля	<b>6</b>	<b>6</b>
		Алгебраические числа	<b>8</b>	<b>8</b>

## 4.2. Содержание лекционных занятий

### 1 семестр

#### *Раздел 1. Алгебры*

##### **Тема 1. Понятие алгебры**

Бинарная алгебраическая операция. Свойства бинарной алгебраической операции.

Алгебра как множество с алгебраическими операциями. Определение группы, кольца, поля. Примеры.

##### **Тема 2. Поле комплексных чисел**

Определение комплексных чисел. Теорема существования. Алгебраическая, геометрическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической, геометрической и тригонометрической формах, показательная форма комплексного числа. Двучленные уравнения.

#### *Раздел 2. Матрицы и определители*

##### **Тема 1. Матрицы.**

Определение матрицы, виды матриц, действия над матрицами.

##### **Тема 2. Определители.**

Перестановки из  $n$  элементов. Подстановки  $n$ -ой степени. Определение определителя  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца. Следствие из нее.

##### **Тема 3. Обратная матрица.**

Вырожденные и невырожденные матрицы. Обратная матрица, ее вычисление. Матричные уравнения.

#### *Раздел 3. Системы линейных уравнений*

##### **Тема 1. Основные понятия.**

Линейное уравнение, система линейных уравнений, решение системы линейных уравнений, виды систем линейных уравнений, равносильность систем. Элементарные преобразования систем.

## **Тема 2. Методы решения систем линейных уравнений.**

Решение систем линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных (метод Гаусса). Система однородных линейных уравнений. Условие существования ненулевых решений. Запись и решение системы  $n$ -линейных уравнений с  $n$  неизвестными в матричном виде. Правило Крамера.

### ***Раздел 4. Многочлены от одной переменной***

**Тема 1. Многочлены от одной переменной над полем. Делимость многочленов.** Понятие многочлена от одной переменной над полем. Операции над многочленами, свойства операций. Деление многочлена с остатком. Делимость многочленов, свойства делимости. Наибольший общий делитель многочленов, его нахождение с помощью алгоритма Евклида. Взаимно простые многочлены, их свойства.

#### **Тема 2. Корни многочлена. Теорема Безу.**

Деление многочлена на линейный двучлен. Схема Горнера. Корни многочлена. Теорема Безу. Кратность корня многочлена. Производная многочлена. Формула Тейлора. Теорема о  $k$ -кратном корне многочлена.

#### **Тема 3. Приводимые и неприводимые многочлены.**

Приводимые и неприводимые многочлены над полем, их свойства. Разложение многочлена над полем на неприводимые множители.

#### **Тема 4. Многочлены над полем комплексных, действительных и рациональных чисел.**

Понятие алгебраически замкнутого поля. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Свойства многочленов над полем комплексных чисел. Формулы Виета. Многочлены над полем действительных чисел, их свойства. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.

### ***2 семестр***

### ***Раздел 5. Линейные пространства***

#### **Тема 1. Линейные пространства.**

Линейная зависимость векторов. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Изоморфность линейных пространств одинаковой конечной размерности.

#### **Тема 2. Подпространства линейных пространств.**

Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка и ранг систем векторов. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма.



### **Тема 3. Исследование систем линейных уравнений**

Ранг матрицы, вычисление ранга матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений. Связь решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений.

### **Раздел 6. Линейные операторы**

#### **Тема 1. Линейные операторы векторных пространств**

Линейные операторы векторных пространств, их задание матрицами. Образ, ранг, ядро и дефект линейного оператора. Действия над линейными операторами. Матрицы оператора в различных базисах.

#### **Тема 2. Собственные векторы и собственные значения**

Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен линейного оператора. Алгоритм приведения матрицы к диагональному виду.

### **Раздел 7. Евклидовы векторные пространства**

#### **Тема 1 Евклидовы векторные пространства.**

Евклидовы векторные пространства. Длина вектора и угол между векторами. Ортонормированные базисы, процесс ортогонализации. Изоморфность евклидовых пространств одинаковой размерности.

### **Раздел 8. Квадратичные формы.**

#### **Тема 1. Понятия квадратичной формы.**

Квадратичной формы. Запись квадратичной формы в матричном виде.

Преобразование квадратичной формы с помощью линейной замены переменных. Ранг квадратичной формы.

#### **Тема 2. Канонический вид квадратичной формы.**

Ортогональное преобразование квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции квадратичной формы.

Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

## **3 семестр**

### **Раздел 9. Алгебраические структуры**

#### **Тема 1. Группы**

Группы. Изоморфизмы и гомоморфизмы групп. Подгруппы. Циклические подгруппы и группы. Смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа. Нормальные делители. Факторгруппа.

#### **Тема 2. Кольца**

Кольца, подкольца, изоморфизм колец.

#### **Тема 3. Поля**

Поля, подполя, изоморфизм полей. Числовые поля. Упорядоченные поля.

#### Тема4. Алгебраические и трансцендентные числа

Алгебраические и трансцендентные числа. Алгебраические расширения поля.

#### 4.3 Практические занятия

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание практических занятий (с указанием часов)	Норматив времени, часы
	1 семестр		<b>30</b>
P1	Алгебры	Понятие адгебры	1
		Поле комплексных чисел	1
		(Рубеж 1)	2
P2	Матрицы и определители	Матрицы	2
		Определители	2
		Обратная матрица	2
P3	Системы линейных уравнений	Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса	4
		Решение систем $n$ линейных уравнений с $n$ неизвестными в	2

		матричном виде. Правило Крамера	
		Контрольная работа №1 (Рубеж 2)	2
P4	Многочлены от одной переменной	Многочлены от одной переменной над полем. Делимость многочленов.	2
		Корни многочлена. Теорема Безу.	2
		Приводимые и неприводимые многочлены.	4
		Многочлены над полями комплексных, действительных и рациональных чисел	4
		2 семестр	<b>30</b>
P5	Линейные пространства	Линейные пространства.	1
		Подпространства.	1
		Исследование систем линейных уравнений	2
		Контрольная работа №2 (Рубеж 3)	2
P6	Линейные операторы	Линейные операторы векторных пространств.	4
		Собственные векторы и собственные значения.	4
P7	Евклидовы пространства	Евклидовы пространства	8
P8	Квадратичные формы	Понятия квадратичной формы.	2
		Канонический вид квадратичной формы.	4
		(Рубеж 4)	2

		3 семестр	30
Р10	Алгебраические структуры	Группы	8
		Кольца	6
		Контрольная работа №3 (Рубеж 5)	2
		Поля	6
		Алгебраические и трансцендентные числа	6
		(Рубеж 6)	2

#### 4.4 КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Учебным планом предусмотрены 3 контрольных работ : по одной в каждом семестре. Цель контрольных работ проверить знания, умения и навыки решения задач, осуществить коррекцию знаний студентов.

Контрольная работа № 1(Рубеж 2) проводится по темам « Матрицы и определители» и «Системы линейных уравнений», контрольная работа №2 (Рубеж3) проводится по разделу « Линейные пространства», контрольные работа 3 (Рубежи 5) проводятся по темам «Группы. Кольца. Поля».

#### 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств, на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Преподавателем запланировано применение на лекционных занятиях технологий коллективного взаимодействия, групповая форма работы студентов на этапе повторения материала.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения)

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям и рубежным контролям, выполнение контрольной работы, подготовку к экзаменам.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице

#### Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Шифр СРС	Виды самостоятельной работы студентов (СРС)	Трудоемкость, часы
C1	Углубленное изучение разделов, тем дисциплины лекционного курса: - Многочлены от одной переменной - Линейные пространства - Линейные операторы - Алгебраические структуры	99
C2	Подготовка к аудиторным занятиям (практические занятия) по 2 часа на каждое занятие	78
C3	Подготовка к рубежному контролю ( по 2 часа на каждый рубеж)	12
C4	Контрольная работа	54
C5	Подготовка к экзамену	81
	Итого:	324

#### 6. Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине

##### 6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов в КГУ (для очной формы обучения)
2. Перечень вопросов к экзаменам.
3. Задания для рубежных контролей №1,2,3,4,5,6.
4. Контрольная работа №1,2,3 (рубежных контролей 2,3,5)

### 6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплины

№	Наименование	Содержание			
1	Распределение баллов за семестр по видам учебной работы	<i>Распределение баллов за 1 семестр</i>			<i>Промежуточная аттестация</i>
		Посещение лекций 1 балл 16·15	Практические занятия 1 балл 16·13	Рубеж 1 до 21 баллов Рубеж 2 (контрольная работа) до 21 баллов	Экзамен
		До 15	До 13	До 42	30
		<i>Распределение баллов за 2 семестр</i>			<i>Промежуточная аттестация</i>
		Посещение лекций 1 балл 16·15	Практические занятия 2 балл 26·13	Рубеж 3 (контр. работа 2) до 15 баллов Рубеж 4 до 14 баллов	экзамен
		До 15	До 26	До 29	30

		<i>Распределение баллов за 3 семестр</i>			<i>Промежуточная аттестация</i>
		Посещение лекций 1 балла 16·15	Практические занятия 2 балл 26·13	Рубеж 5 (контр. работа 3) до 15 баллов  Рубеж 6 до 14 баллов	Экзамен
		До15	До 26	До29	30
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и экзамена	60 и менее баллов – не зачтено оценка 2 (неудовлетворительно) 61-73 балла зачтено, оценка 3 (удовлетворительно) 74-90 балла –зачтено, оценка 4 (хорошо) 91-100 баллов –зачтено, оценка 5 (отлично)			

3	<p>Критерий допуска к промежуточной аттестации по дисциплине (зачет, экзамен), возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине</p>	<p>1. Для допуска к промежуточной аттестации (зачету, экзамену) студенту необходимо набрать не менее 50 баллов и выполнить контрольную работу</p> <p>2. Для получения экзаменационной оценки («автоматически») студенту необходимо набрать за семестр следующее минимальное количество баллов:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 68 для получения «автоматически» оценки «удовлетворительно» в 1,2 и 3-м семестре;</li> </ul> <p>По согласованию с преподавателем студенту, набравшему минимум 68 баллов, могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активное участие в работе на занятиях, оригинальность принятых решений в ходе выполнения практических работ и выставлена за экзамен «автоматически» оценка «хорошо» или «отлично».</p>
4	<p>Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра</p>	<p>В случае если к промежуточной аттестации набрана сумма менее 50 баллов, студенту необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных практических работ.</p> <p>Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнение и защита отчетов по пропущенным практическим занятиям (0,5 балла);</li> <li>- прохождение рубежного контроля (баллы в зависимости от рубежа).</li> </ul> <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разницы в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>



### 6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли № ,2,3, 5 проводятся в форме контрольных работ и рубежи 1,4,6 в форме письменных проверочных работ.

На каждый рубеж студенту отводится время не менее 90 минут.

Преподаватель оценивает в баллах результаты каждого студента по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Экзамен проводится по билетам, в которых: два вопроса теоретических (каждый оценивается до 8 баллов) и две задачи (до 7 баллов). Время, отводимое студенту на экзаменационное задание, составляет 1.5 астрономических часа.

Результаты текущего контроля успеваемости, экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день экзамена, а также выставляются в зачетную книжку студента.

### 6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена

#### Рубеж 1

1. Выполните указанные действия в алгебраической форме:

а)  $(-3+2i)(3-5i) + \frac{1+4i}{2+3i}$ ; б)  $(-3+i)^4$ ;

2. Вычислите:

а)  $\sqrt[6]{-\sqrt{3}+i}$ ; б)  $\sqrt{4-3i}$ .

3. Решите уравнение:  $z^4 + 16 = 0$

4. Изобразите множество точек плоскости, удовлетворяющих условию:

$$\begin{cases} 0 < |z| \leq 4, \\ \frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

## Рубеж 2. (Контрольная работа 1)

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 1, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -1, \\ 6x_1 + 13x_2 - 10x_3 - 7x_4 = 3, \\ 2x_1 - 23x_2 + 12x_3 - 13x_4 = -5, \\ x_1 + 9x_2 - 5x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

2. Найти значение многочлена
- $f(x)$
- от матрицы
- $A$
- .
- $f(x) = x^2 - 2x + 3$
- ,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему в матричной форме:
- $$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 2, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Решить систему по правилу Крамера:
- $$\begin{cases} 3x + 4y + 7z = -1, \\ -2x + 5y - 3z = 1, \\ 5x - 6y + 11z = -3. \end{cases}$$

## Рубеж 3 (контрольная работа №2).

1. Выяснить образует ли множество всех векторов
- $n$
- мерного пространства, у которых координаты с четными номерами равны нулю, подпространство
- $\mathbb{R}^n$
- .

2. Найти матрицу перехода от базиса
- $(e)$
- к базису
- $(f)$
- :

$$\vec{e}_1 = (1, 0, 1) \quad \vec{f}_1 = (3, 4, -1)$$

$$\vec{e}_2 = (0, 1, 2) \quad \vec{f}_2 = (2, 3, -1)$$

$$\vec{e}_3 = (2, 3, 7) \quad \vec{f}_3 = (4, 8, -3)$$

3. Выяснить линейную зависимость системы векторов
- $\vec{a}_1 = (1, 1, 1, 1)$
- ,
- $\vec{a}_2 = (1, -1, 1, -1)$
- ,
- $\vec{a}_3 = (1, 3, 1, 3)$
- .

4. Найти базис и размерность подпространства решений однородной

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 13x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - 10x_3 + 18x_4 = 0. \end{cases}$$

системы линейных уравнений

**Рубеж 4.**

1. Линейный оператор  $\varphi$  в базисе  $(e)$  имеет матрицу  $A$ . Найти матрицу

$$A_e^{\varphi} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix},$$

этого оператора в базисе  $(f)$ , если

$$\vec{e}_1 = (1, 0, 1) \quad \vec{f}_1 = (3, 4, -1)$$

$$\vec{e}_2 = (0, 1, 2) \quad \vec{f}_2 = (2, 3, -1)$$

$$\vec{e}_3 = (2, 3, 7) \quad \vec{f}_3 = (4, 8, -3)$$

2. Для матрицы  $A$  построить каноническое разложение и, пользуясь им, вычислить сотую степень и корень квадратный из матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -4 & 4 \\ -4 & 5 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. Проверить линейную независимость и ортогонализировать систему векторов:  $a_1 = (1, -1, 1, 2)$ ;  $a_2 = (1, 1, 2, -1)$ ;  $a_3 = (2, 0, 3, 2)$ .

**Рубеж 5 (Контрольная работа №3)**

1. Проверить является ли множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix}$ , где  $a, b \in \mathbb{Q}$ ,  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  группой относительно умножения.

2. Доказать изоморфизм мультипликативных групп  $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0, b \neq 0 \right\}$  и  $G' = \{ a+bi, \text{ где } a \text{ и } b \in \mathbb{Q}, a \neq 0, b \neq 0 \}$ .

3. Проверить, будет ли подгруппа  $A = \{ 12n, n \in \mathbb{Z} \}$  нормальным делителем группы  $B = \{ 4m, m \in \mathbb{Z} \}$ . Если да, то построить фактор-группу  $B/A$ .

4. Доказать, что множество  $A = \{ 8k, k \in \mathbb{Z} \}$  есть подгруппа аддитивной группы целых чисел.

5. Найти порядок элемента  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  симметрической группы  $S_4$ .

6. Выяснить, образует ли кольцо множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & b \\ 5b & a \end{pmatrix}$ , где  $\forall a, b \in \mathbb{Q}$

### Рубеж 6

1. По критерию Сильвестра проверить, является ли квадратичная форма

$$A(x, y) = x_1^2 x_1 x_2 + 4 x_1 x_3 + x_2^2$$

знакоопределенной.

2. Выяснить будет ли число  $\alpha = 1 + 3i$  алгебраическим над полями  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{Q}$ . Найти минимальный многочлен этого числа над соответствующим полем.

3. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби:

$$1) \frac{7}{1 - \sqrt[4]{2} + \sqrt{2}} \quad 2) \beta = \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2 + \alpha - 1}, \text{ где } \alpha - \text{ корень уравнения: } x^4 - 7 = 0.$$

### 1 семестр

#### Вопросы к экзамену

1. Понятие бинарной алгебраической операции. Свойства операций. Примеры.
2. Понятие алгебры как множества с алгебраическими операциями. Примеры.
3. Группы. Виды групп. Свойства групп. Примеры.
4. Определение и примеры колец.
5. Определение поля. Примеры.
6. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
7. Тригонометрическая форма комплексного числа.
8. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме (умножение и деление).
9. Возведение комплексных чисел в целую степень. Формула Муавра.
10. Извлечение корней  $n$ -ой степени из комплексных чисел в тригонометрической форме. Двучленные уравнения.
11. Матрицы. Операций над матрицами и их свойства.
12. Перестановки из  $n$  элементов. Число перестановок из  $n$  элементов. Четные и нечетные перестановки. Теорема о транспозициях в перестановках.
13. Подстановки  $n$ -ой степени.
14. Определение определителя  $n$ -го порядка. Определители 2-го и 3-го порядков.

15. Свойства, выражающие достаточные условия равенства определителя нулю.
16. Преобразования над строками определителя, не влияющие на его величину.
17. Преобразования над строками определителя, влияющие на его величину.
18. Миноры и алгебраические дополнения.
19. Теорема об определителе, в котором все элементы какой-либо строки, кроме одного, равны нулю.
20. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца, следствие из нее.
21. Обратная матрица, ее вычисление.
22. Матричные уравнения.
23. Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем.
24. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
25. Решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными в матричном виде.
26. Правило Крамера.
27. Кольцо многочленов от одного неизвестного над полем.
28. Теорема о делении с остатком.
29. Делимость многочленов, свойства делимости.
30. НОД двух и нескольких многочленов. Алгоритм Евклида.
31. Взаимно простые многочлены и их свойства.
32. Деление многочлена на линейный двучлен. Схема Горнера.
33. Теорема Безу, следствие из нее.
34. Корни многочлена. Число корней многочлена  $n$  степени.
35. Приводимые и неприводимые многочлены над полем. Свойства неприводимых многочленов.
36. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых над полем многочленов.
37. Производная многочлена. Теорема о  $K$ -кратном корне многочлена.
38. Формула Тейлора. Схема вычисления значений многочлена и его производных.
39. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Свойства многочленов над полем комплексных чисел.
40. Многочлены над полем действительных чисел. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
41. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных чисел.
42. Критерий Эйзенштейна.
43. Целые и рациональные корни многочлена (первое необходимое условие существования рациональных корней, достаточное условие).
44. Целые и рациональные корни многочлена (второе необходимое условие существования рациональных корней, достаточное условие).

## 2 Семестр

### Вопросы к экзамену

1. Определение и примеры линейных пространств.
2. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости.
3. Размерность и базис линейного пространства.
4. Координаты вектора в заданном базисе.
5. Изоморфизм линейных пространств. Теоремы о изоморфизмах линейных пространств.
6. Подпространство линейного пространства. Критерий подпространства.
7. Линейная оболочка и ранг систем векторов.
8. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма.
9. Ранг матрицы, вычисление ранга матрицы.
10. Критерий совместности системы линейных уравнений.
11. Связь решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений.
12. Линейные операторы векторных пространств, их задание матрицами.
13. Образ, ранг, ядро и дефект линейного оператора.
14. Действия над линейными операторами.
15. Матрицы оператора в различных базисах.
16. Собственные векторы и собственные значения.
17. Характеристический многочлен линейного оператора.
18. Алгоритм приведения матрицы к диагональному виду.
19. Евклидовы векторные пространства (определение и примеры). Свойства скалярного произведения.
20. Длина вектора и угол между векторами. Нормированные векторы.
21. Ортонормированные базисы, процесс ортогонализации.
22. Квадратичной формы. Запись квадратичной формы в матричном виде.
23. Преобразование квадратичной формы с помощью линейной замены переменных.
24. Ранг квадратичной формы.
25. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.
26. Закон инерции квадратичной формы.
27. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

### 3 семестр

#### Вопросы к экзамену

1. Бинарная операция. Типы бинарных операций.
2. Определение и примеры групп. Эквивалентность двух определений.
3. Подгруппа. Критерий подгруппы. Примеры.
4. Циклические подгруппы. Циклические группы, примеры. Порядок элемента.
5. Теорема о порядке циклической группы.
6. Изоморфизм групп. Свойства изоморфизма.
7. Теорема об изоморфизме циклических групп.
8. Теорема Кэли.
9. Гомоморфизмы групп. Примеры.
10. Смежные классы по подгруппе. Теорема о разбиении.
11. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Следствия из теоремы Лагранжа.
12. Нормальные делители.
13. Факторгруппа. Свойства факторгрупп.
14. Определение и примеры колец.
15. Свойства колец.
16. Кольцо классов вычетов.
17. Гомоморфизмы колец.
18. Типы колец. Область целостности.
19. Гомоморфизм и изоморфизм колец.
20. Определение и примеры полей. Свойства полей.
21. Упорядоченные поля.
22. Подполе. Простое поле. Характеристика поля.
23. Простое расширение поля. Степень элемента над полем.
24. Теорема о строении простого алгебраического расширения полем.
25. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. Пример.

#### 6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

## 7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 7.1. Основная учебная литература

1. Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры [Электронный ресурс] Учебник вузов. /Кострикин А.И. – 2-е изд., исправл. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 272 с. – Доступ из ЭБС «Консультант студента»
2. Линейная алгебра в вопросах и задачах [Электронный ресурс] :Учеб. Пособие / Под ред. В.Ф. Бутузова. – 2-е изд., исправл. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 248с. – Доступ из ЭБС «Консультант студента»

### 7.2. Дополнительная литература

1. Алгебраические структуры и их приложения [Электронный ресурс] /Зяблицева Л.В., Корабельщикова С.Ю., Кузнецова И.В., Тихомиров С.А. – Архангельск : ИД САФУ, 2015.- 169с. . – Доступ из ЭБС «Консультант студента»

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Логиновских Л.М., Тышук Л.Н. Многочлены. Методические указания и материалы для практических занятий по алгебре со студентами специальности 010100 Математика. – Курган, Изд-во КГУ, 1999 г.
2. Лукерьянова Е.А. Линейные пространства. Материалы для практических занятий и самостоятельной работы студентов факультета «Естественных наук и математики» (на правах рукописи).
3. Лукерьянова Е.А. Линейные операторы. Материалы для практических занятий и самостоятельной работы студентов факультета «Естественных наук и математики» (на правах рукописи).
4. Шатных О.Н. Алгебра (Часть 1). Материалы для практических занятий и самостоятельной работы студентов факультета «Математики и информационных технологий» направлений 010100 «математика», 050100 «Педагогическое образование» профиль «Математическое образование». – Курган, Изд-во КГУ, 2014
5. Шатных О.Н. Алгебра (Часть 2). Материалы для практических занятий и самостоятельной работы для студентов направлений 010301 и 44.03.01. – Курган, Изд-во КГУ, 2015
6. Шатных О.Н. Алгебра (Часть 3). Материалы для практических занятий и самостоятельной работы студентов факультета «Математики и информационных технологий». – Курган, Изд-во КГУ, 2016



7. Шатных О.Н. Группы. Кольца. Поля. Методические указания и материалы для практических занятий по алгебре со студентами специальности 010100 «математика». – Курган, Изд-во КГУ, 2012

### **9.РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Интернет-ресурс	Краткое описание
<a href="http://en.edu.ru/">http://en.edu.ru/</a>	Портал является составной частью федерального портала "Российское образование". Содержит ресурсы и ссылки на ресурсы по естественно-научным дисциплинам (физика, математика, химия и биология).
<a href="http://www.edu.ru/">http://www.edu.ru/</a>	Федеральный портал «Российское образование»
<a href="http://www.msu.ru">http://www.msu.ru</a>	Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова

### **10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

При изучении курса используются офисные программы Microsoft Windows7 Корпоративная или XP, Microsoft Office, Open Office 4.1.3

### **11. Для студентов, обучающихся с использованием дистанционных образовательных технологий**

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п.6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до сведения обучающихся.

Аннотация к рабочей программе дисциплины  
Алгебра

образовательной программы высшего образования –  
программы специалитета

**01.05.01 – Фундаментальная математика и механика**  
**Направленность ( профиль):**

**Математическое и программное обеспечение информационных систем.**

Формы обучения: очная

Трудоемкость дисциплины: 143Е (504 академических часов)

Семестр: 1,2,3 (очная форма обучения).

Форма промежуточной аттестации: Экзамен, Экзамен, Экзамен

Содержание дисциплины

Алгебры. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. Многочлены от одной переменной. Линейные пространства. Линейные операторы. Евклидовы пространства. Квадратичные формы. Алгебраические структуры (Группы. Кольца. Поля) Алгебраические числа .