

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Курганский государственный университет  
(КГУ)  
Кафедра «Фундаментальная математика»



УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор

Змызгова Т.Р./

«*Т.Р. Змызгова*» 20/21 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

образовательной программы высшего  
образования – программы бакалавриата

**01.03.01 – Математика**

**Направленность (профиль) "Математическое и программное обеспечение  
экономической деятельности»**

Формы обучения: очная

Курган 2021 г.



Рабочая программа дисциплины «Уравнения с частными производными» составлена в соответствии с учебным планом по программе бакалавриата «Математика» (Математическое и программное обеспечение экономической деятельности)

утвержденным для очной формы обучения - 30.08.2021 г.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Фундаментальной математики»  
«6» сентября 2021г., протокол № 1

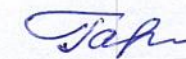
Рабочую программу составил:  
к.п.н., доцент кафедры ФМ



Т.Н. Михашенко

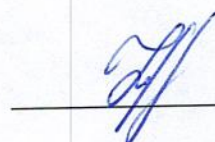
Согласовано:

Заведующий кафедрой ФМ



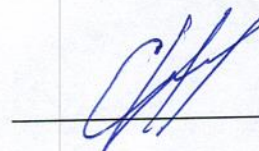
М.В. Гаврильчик

Специалист по учебно-методической  
работе учебно-методического отдела



Г.В.Казанкова

Начальник управления  
образовательной деятельности



С.Н.Синицын



## 1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

всего: 4 зачетных единиц (144 академических часа)

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр	
		5	
<b>Аудиторные занятия (всего часов), в том числе:</b>	60	60	
Лекции	30	30	
Практические занятия	30	30	
<u>Интерактивные формы обучения</u>			
<b>Самостоятельная работа (всего часов), в том числе:</b>	84	84	
Контрольная работа	18	18	
Подготовка к экзамену	27	27	
Другие виды самостоятельной работы	39	39	
<b>Вид промежуточной аттестации:</b>	экзамен	экзамен	
<b>Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам в часах:</b>	144	144	



## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Уравнения с частными производными» относится к обязательной части Блока 1. Логически и содержательно дисциплина «Уравнения с частными производными» взаимосвязана с другими профессиональными дисциплинами: математическим анализом, алгеброй, геометрией, учебной и производственной практиками; она использует основные математические понятия и методы решения практических задач.

Освоение дисциплины «Уравнения с частными производными» должно опираться на прочную базу знаний, умений и навыков, полученных студентами в ходе изучения дисциплин «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения» на первом и втором курсах обучения.

Результаты изучения дисциплины необходимы для изучения таких дисциплин как численные методы, функциональный анализ, вариационное исчисление и многих других.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью освоения дисциплины «Уравнения с частными производными» является усвоение основ теории дифференциальных уравнений с частными производными, подготовка квалифицированного математика, способного применять полученные знания в различных областях науки и ее приложениях.

Задачами освоения дисциплины «Уравнения с частными производными» являются:

- освоение основных понятий теории уравнений с частными производными и их свойств;
- овладение методами исследования средствами дифференциальных уравнений с частными производными;
- овладение методами и приемами решения прикладных задач из различных областей математики, физики и др.

В результате изучения курса студент должен усвоить основные понятия теории уравнений с частными производными, простейшие методы качественного исследования уравнений и их систем, иметь представление о методах решения уравнений в частных производных первого и второго порядка.



## Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1).

В результате изучения дисциплины, студент должен:

В результате изучения дисциплины, студент должен:

- Знать основные понятия теории уравнений с частными производными, а также их свойства, методы решения (ОПК-1);
- Уметь решать практические задачи на основе моделирования исследуемых процессов с помощью уравнений с частными производными (ОПК-1);
- Владеть основными понятиями, идеями и методами решения уравнений с частными производными (ОПК-1).

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Учебно-тематический план

Рубеж дисциплины	Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Количество часов по видам учебных занятий	
			Лекции	Практические занятия
<b>5 СЕМЕСТР</b>			<b>30</b>	<b>30</b>
Рубеж 1	P1	Уравнения с частными производными первого порядка	14	14
Рубеж 2	P2	Уравнения с частными производными второго порядка	16	16

### 4.2. Содержание лекционных занятий

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание лекции	Трудоемкость, часы
<b>5 СЕМЕСТР</b>			
P1	<i>Уравнения с частными производными первого порядка.</i>	Введение в теорию уравнений с частными производными. Основные понятия. Теоремы Коши-Ковалевской.	4



		Уравнения с частными производными первого порядка. Линейные и квазилинейные уравнения.	4
		Нелинейные уравнения. Системы уравнений.	6
P2	<i>Уравнения с частными производными второго порядка.</i>	Классификация уравнений второго порядка. Приведение к каноническому виду уравнения второго порядка, линейного относительно старших производных.	6
		Уравнения гиперболического типа.	4
		Уравнения параболического типа.	4
		Уравнения эллиптического типа.	2
		<b>Итого:</b>	<b>30</b>

### 4.3. Содержание практических занятий:

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание лекции	Трудоемкость, часы
<b>5 СЕМЕСТР</b>			
P1	<i>Уравнения с частными производными первого порядка.</i>	Введение в теорию уравнений с частными производными. Основные понятия. Теоремы Коши-Ковалевской. Пример Адамара. Понятие обобщенного решения.	4
		Уравнения с частными производными первого порядка. Линейные и квазилинейные уравнения.	4
		Нелинейные уравнения. Системы уравнений.	4
<i>Рубежный контроль №1 (контрольная работа №1)</i>			<b>2</b>
P2	Уравнения с частными производными второго порядка.	Классификация уравнений второго порядка. Приведение к каноническому виду уравнения второго порядка, линейного относительно старших производных.	4
		Уравнения гиперболического типа.	4
		Уравнения параболического типа.	4
		Уравнения эллиптического типа.	2
		<i>Рубежный контроль №2</i>	<b>2</b>
<b>Итого:</b>			<b>30</b>



#### 4.4. Контрольная работа

По дисциплине «Уравнения с частными производными» предусмотрена одна контрольная работа в пятом семестре, примерные варианты содержаться в фонде оценочных средств и в УМК дисциплины.

### 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Приступая к изучению дисциплины «Уравнения с частными производными», необходимо повторить основные понятия курса «Математический анализ» и курса «Дифференциальные уравнения».

Для успешного освоения курса «Уравнения с частными производными», обязательно посещение лекций и практических занятий, регулярное конспектирование материала всех лекций и участие в обсуждении решения задач на практических занятиях.

Систематическая подготовка к аудиторным занятиям и активное участие в рассмотрении вопросов, как на практических занятиях, так и на лекциях является залогом успешного прохождения рубежных контролей и промежуточных аттестаций по дисциплине «Уравнения с частными производными».

Для текущего контроля успеваемости используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки активности студентов, что способствует лучшему освоению материала и получению высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям и рубежным контролям, выполнение контрольных работ, подготовку к экзамену.

**Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в  
таблице**

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад.час
	5 семестр
Углубленное изучение разделов, тем лекционного курса: Уравнения гиперболического типа Уравнения параболического типа Уравнения эллиптического типа	9
Подготовка к практическим занятиям	26
Подготовка к рубежным контролям	4



Подготовка к экзамену	27
Выполнение контрольной работы	18
ИТОГО:	84

## 6. Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине

### 6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно - рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов КГУ;
2. Банк заданий к рубежному контролю №1 (контрольная работа);
3. Материалы к экзамену;
4. Банк заданий к рубежному контролю № 2.

### 6.2 Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине

№	Наименование	Содержание					
		Распределение баллов за 5 семестр					
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы	Вид УР:	Посещение лекций	Работа на практических занятиях	Рубежный контроль №1 (контрольная работа)	Рубежный контроль №2	Экзамен
		Балльная оценка:	1	0-2	14	15	30
		Примечания:	За прослушанную лекцию, ведение конспекта. Всего:15	Всего 13*2 Максимум 26	На 7-м практическом занятии	На 15-м практическом занятии	
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и экзамена	<b>60 и менее баллов – неудовлетворительно;</b> <b>61...73 – удовлетворительно;</b> <b>74... 90 – хорошо;</b> <b>91...100 – отлично.</b>					
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения экзаменационной оценки по дисциплине, возможность получения бонусных баллов	<p>Для допуска к промежуточной аттестации (экзамену, зачету) студент должен набрать по итогам текущего и рубежного контроля не менее 50 баллов и должен выполнить все практические работы, контрольную работу.</p> <p>Для получения экзамена по дисциплине «автоматом» на удовлетворительную оценку обучающемуся необходимо набрать 68 баллов и выше.</p> <p>Студенту, набравшему минимум 68 баллов, могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активное участие в научно-исследовательской работе, оригинальность принятых решений в ходе выполнения практических занятий, за участие в значимых учебных и внеучебных мероприятиях кафедры и выставлена за экзамен «автоматически» оценка «хорошо» или «отлично»</p>					



4	<p>Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра</p>	<p>В случае если к промежуточной аттестации набрана сумма менее 50 баллов, студенту необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных практических занятий.</p> <p>Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнение и защита отчетов по пропущенным практическим занятиям (1...2 балла);</li> <li>- прохождение рубежного контроля (баллы в зависимости от рубежа).</li> </ul> <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>
---	--	---

### 6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежный контроль № 1 проводится в форме контрольной работы, студентам предлагаются 3-5 практических задания (по 1-3 балла за верный ответ на вопрос), на рубежный контроль № 2 отводится два академических часа. Перед проведением рубежного контроля проводятся итоговые занятия по соответствующим разделам, где разбираются примерные задания рубежного контроля.

Экзамен проводится в письменной форме по билетам; студентам предлагаются 1-2 теоретических вопроса и 1-2 практических задания. Время, отводимое на экзамен 1-2 часа. Каждый вопрос оценивается по 10 баллов.

Результаты текущего контроля успеваемости, экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день зачета или экзамена, а также выставляются в зачетную книжку студента.

### 6.4 Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена.

1. Задания к рубежным контролям № 1, № 2.
2. Вопросы к экзамену (5 семестр).

*Примерная тематика по используемым формам контроля:*

#### Рубежный контроль № 1 (контрольная работа № 1)

##### Вариант № 0

Определить вид ДУВЧП. Найти его общее решение уравнений явным, неявным и параметрическим методом:

а)  $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{x}$ ,

б)  $-y \frac{\partial u}{\partial x} + 4x \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{4x^2 - y^2}{xy} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ ,  $u = \frac{z}{x^4}$ ,  $y = x$ ,  $x > 0$ ,  $z > 0$ ,

в)  $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = z^2$ , г)  $\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 y^2$ .



## Рубежный контроль № 2

### Вариант №0

1. Проверить, являются ли функции  $U_1 = x^3y - 3xz + 4$ ,  $U_2 = xy^2 + 2xz - 5$  решениями уравнения  $x^2U_{xx} + U_{yy} + y^2U_{zz} - U_z = 0$ .

2. Определить тип уравнения с частными производными и привести его к каноническому виду: а)  $2U_{xx} + 3U_{xy} - 9U_{yy} + 5U_x - 7U = 0$ ; б)  $U_{xx} + U_{xy} + \frac{U_{yy}}{4} + 4U = 0$ ;

$$в) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 3 \frac{\partial u}{\partial x} + 4 \frac{\partial u}{\partial y} + 2u = 0.$$

3. Найти области на плоскости, в которых уравнение имеет параболический тип (эллиптический, гиперболический)

$$(y^2 + 1)^2 U_{xx} + 4(y^2 + 1)U_{xy} + (2x - 6y)U_{yy} - U_y = 0.$$

4. Привести математическую формулировку задачи о распространении тепла в тонком однородном стержне длиной  $L = 4$ . Боковая поверхность стержня теплоизолирована, концы поддерживаются при постоянной температуре  $100^\circ\text{C}$ , начальное распределение температуры  $\phi(x) = 100^\circ + x(4 - x)$ . Решить задачу методом Фурье.

5. Однородная струна, закрепленная на концах  $x=0$  и  $x=1$ , имеет в начальный момент времени форму  $u(x,0)$ , точкам струны сообщена скорость  $u'_t$ . Найти отклонение струны для любого момента времени, если  $u''_{tt} = u''_{xx}$ ,  $0 < x < 1$ ,  $0 < t < \infty$ ,  $u(x,0) = x(x-1)$ ,  $u'_t(x,0) = x$ ,  $u(0,t) = 0$ ,  $u(1,t) = 0$ .

### Вопросы к экзамену по дисциплине "Уравнения в частных производных" (5 семестр)

1. Основные понятия теории ДУВЧП. Теорема Коши-Ковалевской. Примеры ДУВЧП.
2. Задача Коши для ДУВЧП первого порядка функции двух переменных, геометрический смысл.
3. Задачи, приводящие к ДУВЧП первого порядка (о потенциальной энергии материальной точки, о распределении молекул жидкости).
4. Линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка (ЛОДУВЧП) функции двух переменных.
5. Линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка (ЛЛОДУВЧП) функции  $n$  - переменных.
6. Линейное неоднородное уравнение в частных производных первого порядка (ЛНДУВЧП) функции  $n$  переменных.
7. Квазилинейные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.
8. Нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.
9. Уравнение Пфаффа.
10. Полный интеграл нелинейного дифференциального уравнения в частных производных.



11. Метод Лагранжа-Шарпи решения нелинейного уравнения с двумя переменными.
12. Метод Коши решения нелинейного уравнения с двумя переменными.
13. Теорема Коши-Ковалевской; приведение уравнения к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.
14. Вывод уравнения колебания струны, постановка краевых задач, их физическая интерпретация.
15. Вывод уравнения теплопроводности, постановка краевых задач, их физическая интерпретация.
16. Волновое уравнение; метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье.
17. Уравнение теплопроводности; принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши; построение решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
18. Понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных краевых задач.

## **6.5 ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

## **7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА**

### **7.1. Основная литература**

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики: учебник для студентов физических и механико-математических специальностей вузов / В. С. Владимиров. - Изд. 4-е, испр. и доп.. - Москва: Наука, 1981. - 512 с.: ил.
2. Уравнения математической физики/Ильин А. М. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 192 с.: - Доступ из ЭБС «znanium.com».



3. Михашенко Т.Н. Уравнения с частными производными : учебное пособие / Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Курганский государственный университет. - Курган : Издательство Курганского государственного университета, 2022. - 75 с. - Доступ из ЭБС КГУ.

### 7.2. Дополнительная литература

1. Курс лекций по уравнениям математической физики с примерами и задачами: учебное пособие / А.И. Сухинов, В.Н. Зуев, В.В. Семенистый. - Ростов н/Д: Издательство ЮФУ, 2009. - 307 с. - Доступ из ЭБС «znanium.com»
2. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики/ Е.С. Соболева, Г.М. Фатеева. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 96 с.- Доступ из ЭБС «znanium.com»

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.2.-М., Высшая школа, 1995.
2. Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка.- М., Наука, 1966.

### 9. Интернет-ресурсы необходимые для освоения дисциплины

№	Интернет-ресурс	Краткое описание
1	<a href="http://www.edu.ru/">http://www.edu.ru/</a>	Федеральный портал «Российское образование»
2	<a href="http://highermath.ru">highermath.ru</a>	Курс высшей математики (теория)
3	<a href="http://elementy.ru">http://elementy.ru</a>	Энциклопедический сайт

## 10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

При изучении курса используются офисные программы Microsoft Windows7 Корпоративная, MicrosoftOffice, OpenOffice 4.1.3 .



## **11. Для студентов, обучающихся с использованием дистанционных образовательных технологий**

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п.4.1. Распределение баллов соответствует п.6.2 или может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до сведения обучающихся.



**Аннотация**

к рабочей программе дисциплины «Уравнения с частными производными» образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата.

**01.03.01-Математика**

**Направленность (профиль) "Математическое и программное обеспечение экономической деятельности»**

Трудоемкость дисциплины: 4зач.ед.(144 академических часа)

Семестры: 5

Формы промежуточной аттестации: 5 семестр – экзамен

**Содержание дисциплины**

Уравнения с частными производными первого порядка. Классификация уравнений второго порядка. Уравнения гиперболического типа. Уравнения параболического типа. Уравнения эллиптического типа.