

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Курганский государственный университет  
(КГУ)  
Кафедра «Фундаментальная математика»



УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор

/Змызгова Т.Р./

«31» августа 2022 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

образовательной программы высшего  
образования – программы специалитета

01.05.01 – Фундаментальная математика и механика

Направленность (профиль) «Математическое и программное обеспечение  
информационных систем»

Формы обучения: очная

Курган 2022 г.

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с учебным планом по программе специалитета «Фундаментальная математика» (Математическое и программное обеспечение информационных систем), утвержденным для очной формы обучения - 30.08.2022 г.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Фундаментальная математика» «31» августа 2022 г., протокол № 1

Рабочую программу составил:  
к.п.н., доцент кафедры ФМ


 Т.Н. Михащенко

Согласовано:

Заведующий кафедрой ФМ

 М.В. Гаврильчик

Специалист по учебно-методической  
работе учебно-методического отдела

 Г.В. Казанкова

Начальник управления  
образовательной деятельности

\_\_\_\_\_ И.В. Григоренко

# 1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

всего: 9 зачетных единиц (324 академических часа)  
очная форма обучения

| Вид учебной работы   | На всю дисциплину | Семестр |   |         |       |
|--|-------------------|---------|---|---------|-------|
|  |                   | 1       | 2 | 3       | 4     |
| Аудиторные занятия (всего часов), в том числе:                     | 108               |         |   | 60      | 48    |
| Лекции   | 46                |         |   | 30      | 16    |
| Практические занятия   | 62                |         |   | 30      | 32    |
| Самостоятельная работа (всего часов), в том числе:                 | 216               |         |   | 120     | 96    |
| Контрольная работа   | 36                |         |   | 18      | 18    |
| Курсовая работа  | 36                |         |   |         | 36    |
| Подготовка к экзамену, зачету                                      | 45                |         |   | 27      | 18    |
| Другие виды самостоятельной работы                                 | 99                |         |   | 75      | 24    |
| Вид промежуточной аттестации:                                      | зачет, экзамен    |         |   | экзамен | зачет |
| Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам в часах: | 324               |         |   | 180     | 144   |

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к циклу дисциплин обязательной части блока 1.

Логически и содержательно дисциплина «Дифференциальные уравнения» взаимосвязана с другими профессиональными дисциплинами: математическим анализом, алгеброй, геометрией, численными методами, учебной и производственной практиками; она использует основные математические понятия и методы решения практических задач.

Освоение дисциплины «Дифференциальные уравнения» должно опираться на прочную базу знаний, умений и навыков, полученных абитуриентами в школьном курсе математики и студентами в ходе изучения дисциплины «Математический анализ» на первом и втором курсах обучения.

Результаты изучения дисциплины необходимы для изучения таких дисциплин как уравнения с частными производными, функциональный анализ, численные методы, вариационное исчисление и других.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» является усвоение основ теории дифференциальных уравнений, подготовка квалифицированного математика, способного применять полученные знания в различных областях науки и ее приложениях.

Задачами освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются:

- освоение основных понятий теории дифференциальных уравнений и их свойств;
- овладение методами математического исследования средствами дифференциальных уравнений;
- овладение методами и приемами решения прикладных задач из различных областей математики, физики и др.

В результате изучения курса студент должен усвоить основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений, простейшие методы качественного исследования уравнений и их систем, иметь представление о методах решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных первого порядка.

## Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении (ОПК-2).

В результате изучения дисциплины, студент должен:

- Знать основные понятия теории дифференциальных уравнений и их систем, а так же их свойства, доказательства, методы решения (ОПК-2);
- Уметь решать практические задачи на основе моделирования исследуемых процессов с помощью дифференциальных уравнений (ОПК-2);
- Владеть основными понятиями, идеями, принципами и методами решения дифференциальных уравнений (ОПК-2).

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Учебно-тематический план

| Рубеж дисциплины | Шифр раздела, темы дисциплины | Наименование раздела, темы дисциплины               | Количество часов по видам учебных занятий |                      |
|------------------|-------------------------------|---|---|----------------------|
|                  |                               |   | Лекции                                    | Практические занятия |
| <b>3 СЕМЕСТР</b> |                               |   | <b>30</b>                                 | <b>30</b>            |
| Рубеж 1          | P1                            | Дифференциальные уравнения первого порядка          | 20  | 20                   |
| Рубеж 2          | P2                            | Дифференциальные уравнения высших порядков          | 10  | 10                   |
| <b>4 СЕМЕСТР</b> |                               |   | <b>16</b>                                 | <b>32</b>            |
| Рубеж 3          | P3                            | Линейные дифференциальные уравнения высших порядков | 8   | 16                   |
| Рубеж 4          | P4                            | Линейные системы дифференциальных уравнений         | 6   | 10                   |
|                  | P5                            | Устойчивость линейных систем                        | 2   | 6                    |

### 4.2. Содержание лекционных занятий

| Шифр раздела, темы дисциплины | Наименование раздела, темы дисциплины      | Наименование и содержание лекции   | Трудоёмкость, часы |
|-------------------------------|--|--|--------------------|
| <b>3 СЕМЕСТР</b>              |  |  |                    |
| P1                            | Дифференциальные уравнения первого порядка | Общие понятия теории дифференциальных уравнений. Задачи, приводящие к дифференциальному уравнению. Понятие дифференциального уравнения, поле | 2                  |

|    |   |  |   |
|----|---|--|---|
|    |   | направлений, решения, интегральные кривые, векторное поле, фазовые кривые.   |   |
|    |   | Уравнения с разделяющимися переменными. Дифференциальные уравнения, сводящиеся к дифференциальным уравнениям с разделяющимися переменными.   | 2 |
|    |   | Однородные уравнения; уравнения, приводимые к однородным уравнениям. Квазиоднородные дифференциальные уравнения.   | 2 |
|    |   | Линейные уравнения первого порядка. Свойства решений линейного однородного и линейного неоднородного дифференциального уравнения. Уравнение Бернулли.  | 2 |
|    |   | Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.  | 2 |
|    |   | Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения. Методы нахождения особых решений.  | 4 |
|    |   | Некоторые применения дифференциальных уравнений первого порядка. Геометрические приложения дифференциальных уравнений. Применение дифференциальных уравнений в физике, химии, биологии, экономике.   | 4 |
|    |   | Вопросы существования и единственности решений уравнения первого порядка. Задача Коши: теорема существования и единственности решения задачи Коши.   | 2 |
| P2 | <i>Дифференциальные уравнения высших порядков</i> | <u>Дифференциальные уравнения высших порядков.</u> Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения n-го порядка. Типы уравнений n-го порядка, решаемые в квадратурах. Уравнения, допускающие понижения порядка.                                       | 4 |
|    |   | <u>Общая теория линейных дифференциальных уравнений.</u> Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка. Свойства частных решений. Линейно-независимая система решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского. Фундаментальная система решений. | 6 |

|                  |  |   |           |
|------------------|--|---|-----------|
|                  |  | Теорема о структуре общего решения линейного однородного уравнения<br>Неоднородные линейные уравнения.<br>Теорема о структуре общего решения.<br>Метод вариации постоянных нахождения общего решения линейного неоднородного уравнения  |           |
|                  |  | Итого:  | 30        |
| <b>4 СЕМЕСТР</b> |  |   |           |
| P3               | <i>Линейные дифференциальные уравнения высших порядков</i> | <u>Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.</u> Линейное однородное уравнение. Характеристический многочлен. Нахождение фундаментальной системы частных решений. Линейное неоднородное уравнение со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов. Применение линейных уравнений к колебательным процессам. Свободные и вынужденные колебания. Явление резонанса. | 8         |
| P4               | <i>Линейные системы дифференциальных уравнений</i>         | Нормальная форма системы дифференциальных уравнений. Эквивалентность уравнения n-го порядка и нормальной системы n уравнений первого порядка. Системы линейных дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения системы уравнений. Интервал существования решения линейной системы.   | 2         |
|                  |  | Линейные однородные системы. Свойства решений однородной системы. Понятие о линейной независимости систем решений. Условия линейной зависимости и независимости решений однородной системы уравнений. Построение общего решения. Метод Эйлера для решения однородной линейной системы с постоянными коэффициентами.   | 2         |
|                  |  | Неоднородные линейные системы. Структура общего решения неоднородной системы. Метод вариации произвольных постоянных.   | 2         |
| P5               | <i>Устойчивость линейных систем</i>                        | Понятие об устойчивости решения в смысле Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Устойчивость и неустойчивость решения по первому приближению.   | 2         |
| <b>Итого:</b>    |  |   | <b>16</b> |

### 4.3. Содержание практических занятий

| Шифр раздела, темы дисциплины | Наименование раздела, темы дисциплины                      | Наименование и содержание лекции   | Трудоемкость, часы |
|-------------------------------|--|--|--------------------|
| <b>3 СЕМЕСТР</b>              |  |  |                    |
| Р1                            | <i>Дифференциальные уравнения первого порядка</i>          | <u>Общие понятия теории дифференциальных уравнений.</u> Задачи, приводящие к дифференциальному уравнению. Понятие дифференциального уравнения, поле направлений, решения, интегральные кривые, векторное поле, фазовые кривые. | 2                  |
|                               |  | Уравнения с разделяющимися переменными. Дифференциальные уравнения, сводящиеся к дифференциальным уравнениям с разделяющимися переменными.   | 2                  |
|                               |  | Однородные уравнения; уравнения, приводимые к однородным уравнениям. Квазиоднородные дифференциальные уравнения.   | 2                  |
|                               |  | Линейные уравнения первого порядка. Свойства решений линейного однородного и линейного неоднородного дифференциального уравнения. Уравнение Бернулли   | 4                  |
|                               |  | Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.  | 2                  |
|                               |  | Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения. Методы нахождения особых решений.  | 4                  |
|                               |  | Некоторые применения дифференциальных уравнений первого порядка. Геометрические приложения дифференциальных уравнений. Применение дифференциальных уравнений в физике, химии, биологии, экономике.                             | 2                  |
|                               |  | <b>Рубежный контроль № 1 (контрольная работа №1)</b>   |                    |
| Р2                            | <i>Линейные дифференциальные уравнения высших порядков</i> | <u>Дифференциальные уравнения высших порядков.</u> Типы уравнений n-го порядка, решаемые в квадратурах. Уравнения, допускающие понижения порядка.  | 4                  |
|                               |  | <u>Общая теория линейных дифференциальных уравнений.</u> Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка. Свойства частных решений. Линейно-независимая система решений.   | 4                  |



|    |   |  |    |
|----|---|--|----|
| Р3 | Линейные дифференциальные уравнения высших порядков | <p>Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения линейного однородного уравнения. Неоднородные линейные уравнения. Теорема о структуре общего решения. Метод вариации постоянных нахождения общего решения линейного неоднородного уравнения</p>  |    |
|    |   | <i>Рубежный контроль №2</i>  | 2  |
|    |   | <i>Итого:</i>  | 30 |
|    |   | 4 СЕМЕСТР  |    |
|    |   | <p><u>Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.</u> Линейное однородное уравнение. Характеристический многочлен. Нахождение фундаментальной системы частных решений. Линейное неоднородное уравнение со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов. Применение линейных уравнений к колебательным процессам. Свободные и вынужденные колебания. Явление резонанса.</p> | 14 |
|    |   | <i>Рубежный контроль №3</i>  | 2  |
| Р4 | Линейные системы дифференциальных уравнений         | <p>Нормальная форма системы дифференциальных уравнений. Эквивалентность уравнения n-го порядка и нормальной системы n уравнений первого порядка. Системы линейных дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения системы уравнений. Интервал существования решения линейной системы.</p>   | 4  |
|    |   | <p>Линейные однородные системы. Свойства решений однородной системы. Понятие о линейной независимости систем решений. Условия линейной зависимости и независимости решений однородной системы уравнений. Построение общего решения. Метод Эйлера для решения однородной линейной системы с постоянными коэффициентами.</p>   | 2  |
|    |   | <p>Неоднородные линейные системы. Структура общего решения неоднородной системы. Метод вариации произвольных постоянных.</p>   | 4  |

|    |                                     |   |    |
|----|-------------------------------------|---|----|
| P5 | <i>Устойчивость линейных систем</i> | Понятие об устойчивости решения в смысле Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Устойчивость и неустойчивость решения по первому приближению. | 4  |
|    |                                     | <i>Рубежный контроль №4 (контрольная работа №2)</i>   | 2  |
|    |                                     | <i>Итого:</i>   | 32 |

#### 4.4. Контрольная работа

Контрольные работы № 1-2 проводятся в каждом семестре, примерные варианты контрольных работ содержатся в УМК дисциплины и в методических рекомендациях «Дифференциальные уравнения / Учебно-методическое руководство для самостоятельной работы студентов 2 курса. – Курган, 1998. - /Составители Гаврильчик М.В. и др.»

#### 4.5. Курсовая работа

Примерная тематика и требования к написанию курсовых работ (4 семестр)

Курсовая работа – самостоятельная работа студента, основной целью и содержанием которой является развитие навыков выполнения научных исследований теоретического, экспериментального или практического характера, всестороннего анализа какого-либо вопроса в области дифференциальных уравнений.

Курсовая работа должна включать в себя:

- титульный лист;
- содержание;
- введение;
- основную часть;
- заключение;
- список использованных источников;
- приложение (при необходимости).

#### Тема. Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов

**Цель работы** – дать понятие о математической модели реального процесса и показать на примерах использование дифференциальных уравнений в качестве математических моделей.

В курсовой работе должны быть раскрыты следующие вопросы:

1. Понятие о математической модели процесса.
2. Основные требования, предъявляемые к математической модели.
3. Понятие о дифференциальном уравнении и задаче Коши.

4. Мировоззренческое значение единообразия дифференциальных уравнений, описывающих различные процессы.
5. Использование дифференциальных уравнений в качестве математических моделей реальных процессов. Примеры.

## 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Приступая к изучению дисциплины «Дифференциальные уравнения», необходимо повторить: основные понятия курса Математический анализ, особенно темы «Дифференциальное и интегральное исчисления функции одной переменной».

Для успешного освоения курса «Дифференциальные уравнения», обязательно посещение лекций и практических занятий, регулярное конспектирование материала всех лекций и участие в обсуждении решения задач на практических занятиях.

При подготовке к практическим занятиям необходимо проработать теоретический материал для решения определенного вида дифференциальных уравнений; затем выполнить задания для самостоятельного решения по теме предыдущего занятия; после этого изучить теоретический материал очередного практического занятия. Подготовка нужна не только к практическим занятиям, но и к лекциям. Перед очередной лекцией необходимо повторить материал предыдущих лекций, так как материал новой лекции часто опирается на уже известный материал.

Систематическая подготовка к аудиторным занятиям и активное участие в рассмотрении вопросов, как на практических занятиях, так и на лекциях является залогом успешного прохождения рубежных контролей и промежуточных аттестаций по дисциплине «Дифференциальные уравнения».

Для текущего контроля успеваемости используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов, что способствует лучшему освоению материала и получению высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям и рубежным контролям, выполнение контрольных работ, подготовку к зачетам, выполнение курсовой работы.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице

| Наименование вида самостоятельной работы  | Рекомендуемая трудоемкость, акад. час |            |             |            |
|---|---------------------------------------|------------|-------------|------------|
|   | I семестр                             | II семестр | III семестр | IV семестр |
| Углубленное изучение разделов, тем лекционного курса:<br>Линейные дифференциальные уравнения<br>Линейные системы дифференциальных уравнений<br>Устойчивость линейных систем | —                                     | —          | 45          | 8          |
| Подготовка к практическим занятиям  | —                                     | —          | 26          | 14         |
| Подготовка к рубежным контролям   | —                                     | —          | 4           | 2          |
| Подготовка к экзамену, зачету   | —                                     | —          | 27          | 18         |
| Выполнение контрольной работы   | —                                     | —          | 18          | 18         |
| Выполнение курсовой работы  | —                                     | —          | —           | 36         |
| <b>ИТОГО</b>  | —                                     | —          | 120         | 96         |

### 6. Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине

#### 6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно - рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов КГУ;
2. Банк заданий к рубежному контролю 1,4, контрольные работы;
3. Материалы к экзамену, зачету.
4. Темы курсовых работ.
5. Банк заданий к рубежному контролю № 2,3.

#### 6.2 Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине

| № | Наименование   | Содержание                        |                  |                                 |   |                      |         |
|---|--|-----------------------------------|------------------|---------------------------------|---|----------------------|---------|
|   |  | Распределение баллов за 3 семестр |                  |                                 |   |                      |         |
| 1 | Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы | Вид УР:                           | Посещение лекций | Работа на практических занятиях | Рубежный контроль №1 (контрольная работа) | Рубежный контроль №2 | Экзамен |
|   |  | Балльная оценка:                  | 1                | 0-2                             | 12  | 17                   | 30      |

|  |  |   |  |                                 |                              |  |       |
|--|--|---|--|---------------------------------|------------------------------|--|-------|
|  |  | Примечания:   | За прослушанную лекцию, ведение конспекта. Всего: 15 | Всего 13*2<br>Максимум 26       | На 10-м практическом занятии | На 15-м практическом занятии               |       |
| <b>Распределение баллов за 4 семестр</b> |  |   |  |                                 |                              |  |       |
|  |  | Вид УР:   | Посещение лекций                                     | Работа на практических занятиях | Рубежный контроль № 3        | Рубежный контроль № 4 (контрольная работа) | Зачет |
|  |  | Балльная оценка:  | 2  | 0-2                             | 13                           | 13   | 30    |
|  |  | Примечания:   | За прослушанную лекцию, ведение конспекта. Всего: 16 | Всего 14*2<br>Максимум 28       | На 8-м практическом занятии  | На 16-м практическом занятии               |       |
| 2  | Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и экзамена   | <p><b>60 и менее баллов – неудовлетворительно (не зачтено);</b><br/> <b>61...73 – удовлетворительно (зачтено);</b><br/> <b>74... 90 – хорошо;</b><br/> <b>91...100 – отлично.</b></p>   |  |                                 |                              |  |       |
| 3  | Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения экзаменационной оценки по дисциплине, возможность получения бонусных баллов | <p>Для допуска к промежуточной аттестации (экзамену, зачету) студент должен набрать по итогам текущего и рубежного контроля не менее 50 баллов и должен выполнить все практические работы, контрольные работы, курсовую работу.</p> <p>Для получения экзаменационной оценки «автоматически» студенту необходимо набрать за семестр следующее минимальное количество баллов:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 68 для получения «автоматически» оценки «удовлетворительно» в 3-м семестре.</li> <li>- 61 для получения зачета «автоматически» в 4-м семестре.</li> </ul> <p>По согласованию с преподавателем студенту, набравшему минимум 68 баллов, могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активное участие в научно-исследовательской работе, оригинальность принятых решений в ходе выполнения практических работ, за участие в значимых учебных и внеучебных мероприятиях кафедры и выставлена за экзамен «автоматически» оценка «хорошо» или «отлично».</p> |  |                                 |                              |  |       |
| 4  | Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра  | <p>В случае если к промежуточной аттестации набрана сумма менее 50 баллов, студенту необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных практических занятий.</p> <p>Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнение и защита отчетов по пропущенным практическим занятиям (1...2 балла);</li> <li>- выполнение контрольных работ до 136;</li> <li>- прохождение рубежного контроля (баллы в зависимости от рубежа).</li> </ul> <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>   |  |                                 |                              |  |       |

*И семестр*  
*Балльно-рейтинговая оценка курсовой работы*

| Качество теоретической части | Качество практической части | Качество графической части | Качество оформления | Качество защиты | Всего      |
|------------------------------|-----------------------------|----------------------------|---------------------|-----------------|------------|
| 0 – 20                       | 0 – 20                      | 0 – 10                     | 0 – 10              | 0 – 40          | 100 баллов |

### 6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежный контроль № 2-3 проводится в письменной форме по билетам, студентам предлагаются 2-3 практических задания (по 3-5 баллов за каждое задание), на рубежный контроль отводится 30-40 минут. Перед проведением рубежного контроля проводятся итоговые занятия по соответствующим разделам, где разбираются примерные задания рубежного контроля. Рубежный контроль № 1, 4 проводится в форме контрольной работы

Экзамен и зачет проводятся в письменной форме по билетам; студентам предлагаются как теоретические вопросы, так и практические задания (билет содержит три вопроса, ответ на каждый вопрос оценивается 5-10 баллами). Время, отводимое на экзамен, зачет 1-2 часа.

Результаты текущего контроля, зачета или экзамена заносятся в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института; результаты экзамена, зачета выставляются в зачетную книжку студента.

### 6.4 Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена, зачета.

1. Задания к рубежному контролю № 1-№4.
2. Вопросы к экзамену, зачету.
3. Примерные темы курсовых работ.

*Примерная тематика по используемым формам контроля:*

Рубежный контроль № 1 (контрольная работа № 1)

Вариант № 0

1. Решить дифференциальные уравнения:

a)  $(3x^2y^3 + 4xy - 2)dx + (3x^3y^2 + 2x^2 + y)dy = 0;$

b)  $y' = (4x + y - 1)^2;$

c)  $(x^2 + 2xy)dx + xydy = 0;$

d)  $xy' + 1 = e^y;$

e)  $\frac{dx}{dt} = \frac{t - x\sqrt{1+t^2}}{t\sqrt{1+t^2}}.$

2. Во сколько времени тело, нагретое до 110 градусов, охладится до 25 градусов в комнате с температурой 10 градусов, если до 60 градусов оно охлаждается за 20 минут. (По закону Ньютона скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурами тела и среды).

Рубежный контроль № 2

Вариант № 0

1. Решить задачу Коши  $y^4 - y^3 y'' = 1, y(0) = 1, y'(0) = \sqrt{2}$ .
2. Решить задачу Коши  $y^3 y'' = 1, y(2) = 1, y'(2) = 0$ .

Рубежный контроль № 3

Вариант № 0

Для уравнения  $y^{(5)} + y''' = f(x)$

- а) найти общее решение соответствующего однородного уравнения;
- б) найти частное решение неоднородного уравнения, если  $f(x) = 24 \sin 2x$ , записать общее решение этого уравнения;
- в) найти частное решение, удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = y^{(4)}(0) = 0$ ;
- г) записать частное решение с неопределенными коэффициентами, если  $f(x) = e^x (\sin x - 3x) + x^2$ .

Рубежный контроль №4 (контрольная работа № 2)

Вариант № 0

1. Решить задачу Коши  $yy'' = (y')^2 - (y')^3, y(1) = 1, y'(1) = 2$ .
2. Для уравнения  $y''' - 4y'' + 3y' = f(x)$ 
  - а) найти общее решение соответствующего однородного уравнения;
  - б) найти частное решение неоднородного уравнения, если  $f(x) = e^{2x}(12x + 6)$ , записать общее решение этого уравнения;
  - в) найти частное решение, удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 1, y'(0) = -1, y''(0) = -19$ ;
  - г) записать частное решение с неопределенными коэффициентами, если  $f(x) = e^x \cos x + x^2 e^{3x} - 4$ .
3. Методом вариации решить дифференциальное уравнение:  $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$ .

4. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений:
 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 8y \\ \frac{dy}{dt} = x + y + 6t \end{cases}$$

Вопросы к экзамену по дисциплине " Дифференциальные уравнения" (3 семестр)

(билет содержит один теоретический и один практический вопрос)

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения (без доказательства).
2. Качественная теория дифференциальных уравнений первого порядка. Метод изоклин.
3. Уравнения с разделяющимися переменными. Простейшие дифференциальные уравнения, которые приводятся к уравнениям с разделяющимися переменными.
4. Уравнения, однородные относительно переменных. Простейшие типы дифференциальных уравнений, которые приводятся к однородным уравнениям. Квазиоднородные дифференциальные уравнения.
5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Способы отыскания решений линейных неоднородных уравнений (три способа).
6. Уравнение Бернулли, различные способы его решения.
7. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

8. Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной.
9. Особые точки и особые решения дифференциального уравнения. Ортогональные траектории.
10. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

#### Вопросы к зачету по дисциплине " Дифференциальные уравнения" (4 семестр)

*(билет содержит один теоретический и один практический вопрос)*

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка.
2. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами.
3. Уравнение Эйлера n-ого порядка.
4. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-ого порядка, метод вариации.
5. Метод неопределенных коэффициентов решения неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
6. Операторный метод решения неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
7. Системы дифференциальных уравнений. Общие определения. Однородные и неоднородные линейные системы. Методы решения систем дифференциальных уравнений.
8. Системы линейных дифференциальных уравнений, системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
9. Применение дифференциальных уравнений к изучению колебательных движений. Свободные колебания и вынужденные колебания.
10. Дифференциальные уравнения с частными производными, основные понятия, некоторые методы решения дифференциальных уравнений с частными производными.
11. Вопросы устойчивости решений дифференциальных уравнений и их систем.

#### Примерные практические задания для экзамена (3-4 семестр)

1. Решить однородное уравнение  $y' = \frac{3x + 2y}{x}$
2. Решить линейное уравнение  $y' - 5xy = 3x, y(0) = 1$
3. Решить уравнение Бернулли  $2y' - \frac{1 + \cos x}{x + \sin x} y = y^3$
4. Решить уравнение в полных дифференциалах  $-y \sin x dx + \cos x dy = 0$
6. Решить уравнения, не разрешенные относительно производной  
а)  $y = xy' + \cos y'$  б)  $x + y \sin y' = 0$
7. Понизить порядок уравнений  
а)  $y'y''' + 3y^3 = 0$  б)  $(y'')^3 x + y^2 y' e^x = 0$  в)  $y'' + x^3 y''' + 1 = 0$
8. Решить задачу Коши  
а)  $9y'' + 6y' + y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$   
б)  $9y''' + 6y'' + 2y' = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = 1$
9. Решить уравнение методом вариации произвольных постоянных  $9y'' - 6y' + y = x$
10. Решить уравнение методом неопределенных коэффициентов  
 $y'' + 6y' + 9y = (x + 1)e^{-3x}$

#### Примерная тематика курсовых работ

1. Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов.
2. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и их приложения.
3. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений и их систем.
4. Приложения операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений.
5. Краевые задачи для дифференциальных уравнений второго порядка.



6. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения (систем дифференциальных уравнений)
7. Методы Рунге – Кутты решения дифференциальных уравнений и их систем.
8. Приложения дифференциальных уравнений и их систем.

### **Примерное содержание курсовой работы**

#### **1. Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов**

Цель работы – дать понятие о математической модели реального процесса и показать на примерах использование дифференциальных уравнений в качестве математических моделей.

В курсовой работе должны быть раскрыты следующие вопросы:

2. Понятие о математической модели процесса.
1. Основные требования, предъявляемые к математической модели.
2. Понятие о дифференциальном уравнении и задаче Коши (начальной задаче).
3. Мировоззренческое значение единообразия дифференциальных уравнений, описывающих различные процессы.
4. Использование дифференциальных уравнений в качестве математических моделей реальных процессов. Примеры.

#### **Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами**

В курсовой работе должны быть рассмотрены следующие вопросы:

1. Общий вид линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Однородное и неоднородное уравнения. Случай уравнения с постоянными коэффициентами.
2. Основные свойства линейного дифференциального уравнения.
3. Основные свойства решений однородного линейного уравнения.
4. Понятие о фундаментальной системе решений однородного линейного уравнения.
5. Построение общего решения однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.
6. Построение фундаментальной системы решений однородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами методом Эйлера.
7. Структура общего решения неоднородного линейного уравнения.
8. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.

### **6.5 ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

## **7. Основная и дополнительная учебная литература**

### **7.1.Основная литература**

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 432 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011973-1 <http://znanium.com/catalog/product/549273>
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы: Учебное пособие / Литвин Д.Б., Мелешко С.В., Мамаев И.И. - Ставрополь:Сервисшкола, 2017. - 76 с.: <http://znanium.com/catalog/product/976476>
3. Эльсгольц Л.Э. Обыкновенные дифференциальные уравнения: (Учебник для вузов)/ Л.Э. Эльсгольц. - Санкт-Петербург: Лань, 2002. - 220 с.

## 7.2. Дополнительная литература

1. Дифференциальные уравнения в приложениях / В. В. Амелькин. - Москва: Наука, 1987. - 158, [2] с.: ил.
2. Киселев, Д.М. Элементы теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] / Д.М. Киселев. - М.: МГАВТ, 2001. - 39 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=522813>

## 8. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

1. Дифференциальные уравнения / Учебно-методическое руководство для самостоятельной работы студентов 2 курса. – Курган, 1998. - /Составили Гаврильчик М.В. и др. – 48с.
2. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными / Учебно-методические указания для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы студентов. – Курган, 2009. - / Составили Михащенко Т.Н., Арапова Л.Ю. - 44 с.

## 9. Интернет-ресурсы необходимые для освоения дисциплины

| № | Интернет-ресурс   | Краткое описание  |
|---|---|---|
| 1 | <a href="http://www.edu.ru/">http://www.edu.ru/</a>                     | Федеральный портал «Российское образование»                       |
| 2 | <a href="http://highermath.ru">highermath.ru</a>                        | Курс высшей математики (теория)                                   |
| 3 | <a href="http://mathelp.spb.ru">mathelp.spb.ru</a>                      | Лекции по высшей математике                                       |
| 4 | <a href="http://elementy.ru">http://elementy.ru</a>                     | Энциклопедический сайт  |
| 5 | <a href="http://ru.wikipedia.org">http://ru.wikipedia.org</a>           | Энциклопедия Википедия  |
| 6 | <a href="http://botaniks.ru/matem.php">http://botaniks.ru/matem.php</a> | Алгоритмы решения основных задач математического анализа          |
| 7 | <a href="http://www.msu.ru">http://www.msu.ru</a>                       | Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова |

## **10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

Мультимедийное оборудование (переносной персональный компьютер, мультимедийный проектор, мультимедийный экран).

## **11. Для студентов, обучающихся с использованием дистанционных образовательных технологий**

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п.4.1. Распределение баллов соответствует п.6.2 или может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до сведения обучающихся.

**Аннотация**  
к рабочей программе дисциплины

**«Дифференциальные уравнения»**

образовательной программы высшего образования – программы специалитета.

**01.05.01-Фундаментальные математика и механика**

Направленность (профиль) "Математическое и программное обеспечение информационных систем»

Трудоемкость дисциплины: 9 зач.ед.(324 академических часа)

Семестры: 3,4

Формы промежуточной аттестации: экзамен (3), зачет (4)

**Содержание дисциплины**

Основные положения теории дифференциальных уравнений первого порядка, дифференциальные уравнения высших порядков, системы дифференциальных уравнений и их приложения.