Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»

Кафедра «Программное обеспечение автоматизированных систем»

УТВЕРЖДАЮ:
Первый проректор
____________Т. Р. Змызгова
«02» сентября 2022 г.

Рабочая программа учебной дисциплины

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата

09.03.04 Программная инженерия
направленность
Программное обеспечение автоматизированных систем

Форма обучения: очная, заочная

Курган 2022

Рабочая программа дисциплины «Вычислительная математика» составлена в соответствии с учебными планами по программе бакалавриата «Программная инженерия» (Программное обеспечение автоматизированных систем), утвержденными для очной формы обучения «30» августа 2022 года, для заочной формы обучения «30» августа 2022 года.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Программное обеспечение автоматизированных систем» «1» сентября 2022 года, протокол № 1.

Рабочую программу составил:

Доцент кафедры «Программное обеспечение автоматизированных систем» к.т.н., доцент	_______________ А.М. Семахин

Согласовано:

Заведующий кафедрой «Программное обеспечение автоматизированных систем» к.т.н., доцент	_______________ В. К. Волк
Начальник управления образовательной деятельности	_______________ И. В. Григоренко
Специалист по учебно-методической работе учебно-методического отдела	_______________ Г.В. Казанкова

1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 3 зачетных единиц трудоемкости (108 академических часа)

Очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр
		3
Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов в том числе:	**32**	**32**
Лекции	16	16
Лабораторные работы	16	16
Аудиторные занятия в интерактивной форме, часов	-	-
Самостоятельная работа, всего часов в том числе:	**76**	**76**
Контрольная работа	18	18
Подготовка к зачёту	18	18
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплны)	40	40
Вид промежуточной аттестации	**Зачёт**	**Зачёт**
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов	**108**	**108**

Заочная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Курс 2 семестр 3
Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов в том числе:	**12**	**12**
Лекции	6	6
Лабораторные работы	6	6
Практические занятия	-	-
Аудиторные занятия в интерактивной форме, часов	-	-
Самостоятельная работа, всего часов в том числе:	**96**	**96**
Контрольная работа	18	18
Подготовка к зачёту	18	18
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины)	60	60
Вид промежуточной аттестации	**Зачёт**	**Зачёт**
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов	**108**	**108**

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Вычислительная математика» относится к обязательной части, формируемой участниками образовательных отношений, блока 1.

Изучение дисциплины базируется на результатах обучения, сформированных при изучении следующих дисциплин:

- Информатика.
- Основы программирования.
- Алгоритмы и структуры данных.
- Дискретная математика.

Результаты изучения дисциплины используются при освоении профильных дисциплин, включенных в модули «Теория вероятностей и математическая статистика», «Объектно-ориентированное программирование», «Функциональное программирование» и «Разработка мобильных приложений».

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью освоения дисциплины «Вычислительная математика» является формирование знаний и практических навыков в реализации на ПЭВМ с использованием языков программирования алгоритмов приближённых численных способов решения математических задач, которые не решаются или трудно решаются точными аналитическими методами.

Задачи дисциплины:

1) изучение:

– основ теории погрешностей;
– аппроксимации и интерполяции функций:
– численного дифференцирования;
– численного интегрирования;
– численного решения нелинейных уравнений;
– численного решения систем уравнений;
– численного решения обыкновенных уравнений;
– Методе Монте-Карло.

2) практическое освоение:

– интегрированная среда программирования Microsoft Visual Studio;
– языки программирования Visual C++, Visual C#;

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности (ОПК-1);

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

Знать;

- естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности (ОПК-1).

Уметь:

- применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности (ОПК-1).

Владеть:

- навыками использования естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности (ОПК-1).

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план. Очная форма обучения. Семестр 3

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем	
			Лекции	Лабораторные работы
Рубеж 1	1	Основы теории погрешностей	2	1
	2	Основы теории приближения (аппроксимации) и интерполяции функций	2	1
	3	Численное дифференцирование	2	1
	4	Численное интегрирование	2	1
		Рубежный контроль №1	-	2
Рубеж 2	5	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	2	2
	6	Численное решение нелинейных уравнений	2	2
	7	Численное решение систем уравнений	2	2
	8	Метод Монте-Карло	2	2
		Рубежный контроль №2	-	2
		Всего:	**16**	**16**

4.2 Заочная форма обучения (курс 2)

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем	
			Лекции	Лабораторные работы
Рубеж 1	1	Основы теории погрешностей	0,5	0,5
	2	Основы теории приближения (аппроксимации) и интерполяции функций	0,5	0,5

	3	Численное дифференцирование	0,5	0,5
	4	Численное интегрирование	0,5	0,5
Рубеж 2	5	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	1	1
	6	Численное решение нелинейных уравнений	1	1
	7	Численное решение систем уравнений	1	1
	8	Метод Монте-Карло	1	1
		Всего:	**6**	**6**

4.3 Содержание лекционных занятий
Семестр 3

Тема 1. Основы теории погрешностей

Основные понятия и определения. Источники погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Действия с приближёнными числами. Правило сложения и вычитания приближённых чисел. Правило умножения и деления приближённых чисел. Пример решения варианта задания.

Тема 2. Основы теории приближения (аппроксимации) и интерполяции функций

Способы задания функции. Основные понятия и определения. Интерполяционный полином Лагранжа. Погрешность интерполяционного полинома Лагранжа. Примеры.

Тема 3. Численное дифференцирование

Постановка задачи численного дифференцирования. Формулы численного дифференцирования. Формулы численного дифференцирования для равноотстоящих узлов. Формулы численного дифференцирования для четырёх равноотстоящих узлов. Формулы численного дифференцирования с использованием интерполяционного многочлена Стирлинга, многочлена Бесселя, первого и второго многочлена Ньютона

Тема 4. Численное интегрирование

Постановка задачи численного интегрирования. Алгоритмы решения задачи 1 и задачи 2. Квадратурные формулы: формула Ньютона-Котеса, левых и правых прямоугольников, трапеций, других видов квадратурных формул.

Тема 5. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Основные понятия и определения. Задача Коши. Метод Эйлера. Неявный метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Неявный метод Эйлера Коши. Метод Эйлера Коши с итерационной обработкой. Первый улучшенный метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка (метод Хьюна). Метод Рунге Кутты третьего порядка точности. Метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Контроль точности на каждом шаге.

Тема 6. Численное решение нелинейных уравнений

Основные понятия и определения. Метод половинного деления (дихотомии), метод итераций (последовательного приближения), метод Ньютона, метод секущих, метод хорд.

Тема 7. Численное решение систем уравнений

Линейные системы. Метод простой итерации. Условия сходимости итерационного процесса. Метод Зейделя. Нелинейные системы

Тема 8. Метод Монте-Карло

Основные понятия и определения имитационного моделирования. Статистический эксперимент. Область применения и классификация имитационных моделей. Пример

4.4 Лабораторные занятия. Очная форма обучения. Семестр 3

Номер раздела, темы	**Наименование раздела, Темы**	**Наименование лабораторной работы**	**Норматив времени, час.**
1	Основы теории погрешностей	Погрешность	1
2	Основы теории приближения (аппроксимации) и интерполяции функций	Интерполирование функций	1
3	Численное дифференцирование	Численное дифференцирование	1
4	Численное интегрирование	Численное интегрирование	1
		Рубежный контроль №1	2
5	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	2
6	Численное решение нелинейных уравнений	Численное решение нелинейных уравнений	2
7	Численное решение систем уравнений	Численное решение систем уравнений	2
8	Метод Монте-Карло	Вычисление площади круга методом Монте-Карло	2
		Рубежный контроль №2	2
		Всего:	**16**

4.5 Лабораторные занятия. Заочная форма обучения. Курс 2, семестр 3

Номер раздела, темы	Наименование раздела, Темы	Наименование лабораторной работы	Норматив времени, час.
1	Основы теории погрешностей	Погрешность	0,5
2	Основы теории приближения (аппроксимации) и интерполяции функций	Интерполирование функций	0,5
3	Численное дифференцирование	Численное дифференцирование	0,5
4	Численное интегрирование	Численное интегрирование	0,5
5	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	1
6	Численное решение нелинейных уравнений	Численное решение нелинейных уравнений	1
7	Численное решение систем уравнений	Численное решение систем уравнений	1
8	Метод Монте-Карло	Вычисление площади круга методом Монте-Карло	1
		Всего:	**6**

4.6 Контрольная работа

Контрольная работа посвящена разработке программных приложений, реализующих алгоритмы численных методов решения задач, согласно методических рекомендаций.

4.6.1 Назначение, цели и задачи контрольной работы

Контрольная работа выполняется по вариантам заданий или по теме, предложенной студентом, и согласованной с преподавателем.

В ходе выполнения контрольной работы студент проектирует и реализует программное приложение с использованием технологии визуального проектирования и событийного программирования.

Основная учебная цель выполнения контрольной работы – закрепление теоретических знаний, полученных в процессе изучения дисциплины «Вычислительная математика», и приобретение практических навыков в разработке программных приложений.

Основные задачи, решаемые студентом в процессе выполнения контрольной работы:

– Изучение теоретического обоснования предметной области.

– Разработка алгоритма решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

– Разработка диаграммы классов (объектно-ориентированный метод).

– Разработка программного приложения, формализующего решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка явным методом Эйлера, модификациями метода Эйлера, методом Рунге-Кутты.

– Оформление контрольной работы.

4.6.2 Требования к контрольной работе

4.6.2.1 Требования к функциональным характеристикам

Проектируемое приложение должно обеспечивать выполнение функций:

– Ввод исходных данных задачи.

– Расчет приближенного решения явным методом Эйлера задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, уточненное решение с помощью формулы Рунге, численное решение задачи одним из модификаций метода Эйлера, методом Рунге-Кутты.

– Вывод расчетных данных.

4.6.2.2 Требования к эксплуатационным характеристикам

– Модульность.

– Расширяемость.

– Кроссплатформенность.

4.6.2.3 Требования к программному обеспечению

– Интегрированная среда программирования Microsoft Visual Studio 2022 Community.

– Язык программирования Visual C++, Visual C#.

4.6.2.4 Требования к содержанию контрольной работы

К защите контрольной работы должен быть представлены мобильное приложение и пояснительная записка:

- экран загрузки;
- регистрация и авторизация;
- основной экран;
- меню;

- поиск;
- уведомления.

4.6.3 Варианты заданий контрольной работы

Разработать программу, реализующую численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка.

1. Найти приближенное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} y' = f(x,y); \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

в точке $x = x_k$ с помощью метода Эйлера, $k = n-1$.

2. Получить уточненное решение с помощью формулы Рунге

$Y^*(x_k) = 2 * y_{2*n}(x_k) - y_n(x_k)$

Использовать разбиение отрезка $[x_0, x_n]$ на $n_1 = 5$ и $n_2 = 10$ равных частей.

3. Получить численное решение задачи методами, указанными в заданиях вариантов.

Варианты заданий

Вариант	$f(x,y)$	x_0	y_0	x_n	Методы
1	$\sin(x*y) + N*y^2$	0	1	0,5	1. Метод Эйлера - Коши. 2. Метод Рунге-Кутты 3 порядка.
2	$\sin(x + N*y) + y$	0	0	0,5	1. Улучшенный метод Эйлера. 2. Метод Хьюна
3	$N*y^2 + e^x$	0	1	0,5	1. Метод Эйлера-Коши. 2. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка.
4	$N*\sqrt{y} + \sin x$	0	4	0,5	1. Улучшенный метод Эйлера. 2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка.
5	$N*\sqrt{y} + 2*x^2$	0	1	1	1. Метод Эйлера - Коши. 2. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка.
6	$10*\sqrt{y} + \sin(x/N)$	0	1	1	1. Улучшенный метод Эйлера. 2. Метод Рунге-Кутты 3 порядка.
7	$\cos y * \sqrt{y} + x^2 * y/N$	0	0,1	1	1. Метод Эйлера - Коши. 2. Метод Хьюна

8	$\sqrt{y}/N + x^2$	0	0,1	1	1. Улучшенный метод Эйлера. 2. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка.
9	$3*x + N*y + \ln y$	0	1	0,5	1. Метод Эйлера - Коши. 2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка.
10	$x/N + 2*y*x*\ln y$	1	1	1,5	1. Улучшенный метод Эйлера. 2. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка.
11	$x*y/N + \ln y$	1	1	1,5	1. Метод Эйлера - Коши. 2. Метод Рунге-Кутты 3 порядка.
12	$3*x*y + (\ln y/N)$	1	1	1,5	1. Улучшенный метод Эйлера. 2. Метод Хьюна
13	$e^{2*x} * y + N$	0	0	0,5	1. Метод Эйлера - Коши. 2. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка.
14	$e^x + x*y/N$	0	1	1	1. Улучшенный метод Эйлера. 2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка.
15	$e^x * y + N*x$	0	1	0,5	1. Метод Эйлера - Коши. 2. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка.
16	$e^x * \sin y + N*x$	0	1	0,5	1. Улучшенный метод Эйлера. 2. Метод Рунге-Кутты 3 порядка.
17	$e^x * \cos y + x*y/N$	0	1	1	1. Метод Эйлера - Коши. 2. Метод Хьюна
18	$e^x * (1+y) + x/N$	0	1	1	1. Улучшенный метод Эйлера. 2. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка.
19	$y*x^2 + e^{-N*x}$	0	0	5	1. Метод Эйлера - Коши. 2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка.
20	$y*x^3 + e^{-N*x}$	0	1	5	1. Улучшенный метод Эйлера. 2. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

21	$y*\sqrt{x}+e^{-N*x}$	0	1	5	1. Метод Эйлера - Коши. 2. Метод Рунге-Кутты 3 порядка.
22	$2*y*x+e^{-N*y}$	0	0	1	1. Улучшенный метод Эйлера. 2. Метод Хьюна
23	$5*y*x+2*\sin(x/N)$	0	1	0,5	1. Метод Эйлера - Коши. 2. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка.
24	$2*x^2+\cos y/N$	0	1	0,5	1. Улучшенный метод Эйлера. 2. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка.
25	$2*\ln x+\cos(y/N)$	1	1	1,5	1. Метод Эйлера - Коши. 2. Метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекционный курс основывается на методе обучения, использующем технологию, при которой студенты конспектируют теоретический материал, участвуют в опросах и дискуссиях. В этом случае задействованы зрительная, слуховая, моторная и ассоциативная виды памяти.

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, на которых заостряет внимание преподаватель, в частности те, которые направлены на качественное выполнение соответствующей лабораторной работы.

Преподавателем запланировано использование при чтении лекций технологии учебной дискуссии. Поэтому рекомендуется фиксировать для себя интересные моменты с целью их активного обсуждения на дискуссии в конце лекции.

Залогом качественного выполнения лабораторных работ является самостоятельная подготовка к ним накануне путем повторения материалов лекций. Рекомендуется подготовить вопросы по неясным моментам и обсудить их с преподавателем в начале занятия.

Лабораторные работы выполняются с применением интегрированной среды программирования Microsoft Visual Studio 2022 Community, языков программирования Visual C++, Visual C# и новых версий этих программных продуктов.

Преподавателем запланировано применение на лабораторных занятиях технологий развивающейся кооперации, коллективного взаимодействия, разбора конкретных ситуаций.

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на лабораторных занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к лабораторным работам, к рубежным контролям (для очной формы обучения), выполнение контрольной работы, подготовку к зачёту для очной и заочной формы обучения.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы для очной формы обучения представлена в таблице:

Рекомендуемый режим самостоятельной работы
Очная форма

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.	
	Очная форма обучения	Заочная форма обучения
Самостоятельное изучение тем дисциплины:	**28**	**57**
Среднеквадратичное приближение	4	8
Равномерное приближение	4	8
Уравнения в частных производных	4	8
Параболические уравнения	4	8
Эллиптические уравнения	4	8
Гиперболические уравнения	4	8
Интегральные уравнения	4	9
Подготовка к лабораторным занятиям (по 1 часа на каждое занятие)	**8**	**3**
Подготовка к рубежным контролям (по 2 часа на каждый рубеж)	**4**	**-**
Выполнение контрольной работы	**18**	**18**
Подготовка к зачёту	**18**	**18**
Всего:	**76**	**96**

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Перечень оценочных средств

1 Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов в КГУ (для очной формы обучения).

2 Отчеты студентов по лабораторным работам.

3 Банк заданий к рубежным контролям № 1, № 2 (для очной формы обучения).

4 Банк заданий к зачёту.

5 Контрольная работа.

6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине

Очная форма обучения

№	Наименование	Содержание						
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы *(доводятся до сведения студентов на первом учебном занятии)*	Распределение баллов, 3 семестр						
		Вид учебной работы:	Посещение лекций	Выполнение и защита отчетов по лабораторным работам	Рубеж бежный контроль №1	Рубежный контроль №2	Контрольная работа	Зачёт
		Балльная оценка:	2б*8=16б	5б*8=40б	5	5	4	30
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и зачёта	60 и менее баллов – незачтено; 61…73 – зачтено; 74… 90 – зачтено; 91…100 – зачтено						

3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов	Для допуска к промежуточной аттестации по дисциплине за семестр обучающийся должен набрать по итогам текущего и рубежного контролей не менее 51 балла. В случае если обучающийся набрал менее 51 балла, то к аттестационным испытаниям он не допускается. Для получения зачета без проведения процедуры промежуточной аттестации обучающемуся необходимо набрать в ходе текущего и рубежных контролей не менее 61 балла. В этом случае итог балльной оценки, получаемой обучающимся, определяется по количеству баллов, набранных им в ходе текущего и рубежных контролей. При этом, на усмотрение преподавателя, балльная оценка обучающегося может быть повышена за счет получения дополнительных баллов за академическую активность. Обучающийся, имеющий право на получение оценки без проведения процедуры промежуточной аттестации, может повысить ее путем сдачи аттестационного испытания. В случае получения обучающимся на аттестационном испытании 0 баллов итог балльной оценки по дисциплине не снижается. За академическую активность в ходе освоения дисциплины, участие в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности обучающемуся могут быть начислены дополнительные баллы. Максимальное количество дополнительных баллов за академическую активность составляет 30. Основанием для получения дополнительных баллов являются: - выполнение дополнительных заданий по дисциплине; дополнительные баллы начисляются преподавателем; - участие в течение семестра в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности КГУ.
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) обучающихся для получения недостающих баллов в конце семестра	В случае если к промежуточной аттестации (зачету) набрана сумма менее 51 балла, обучающемуся необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра. Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.

6.3 Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в виде ответов на вопросы в письменной форме. Зачёт проводится в виде ответов на вопросы билета в устной форме для очной формы обучения.

Зачёт проводится в виде ответов на вопросы билета в устной форме для заочной формы обучения.

Перед проведением рубежного контроля преподаватель прорабатывает с обучающимися основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии.

На подготовку к рубежному контролю обучающемуся отводится 2 часа самостоятельной работы. На выполнение тестовых заданий рубежных контролей обучающемуся отводится 2 часа на практических занятиях.

Варианты заданий для рубежных контролей № 1, № 2 состоят из 20 вопросов. Для определения баллов при проверке рубежных контролей используются интервальные оценки, представленные в таблице

Количество правильных ответов	1-5	6-8	9-11	12-14	15-17	18-20
Количество баллов	0	1	2	3	4	5

Преподаватель оценивает в баллах результаты рубежного контроля каждого обучающегося по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Билет зачёта содержит 1 вопрос. Вопросы к зачёту доводятся до обучающегося на последней лекции в семестре. На подготовку ответа обучающему отводится 1 астрономический час.

Результаты текущего контроля успеваемости, зачёта заносятся преподавателем в зачётную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день зачёта, а также выставляются в зачетную книжку обучающего.

6.4 Примеры оценочных средств для рубежных контролей и зачёта

6.4.1 Примеры заданий для рубежного контроля №1
Очная форма обучения, 3 семестр

Вариант 1_1

1 Что называется вычислительной математикой?

1 Раздел математики, изучающий дискретные структуры, возникающие в пределах математики и её приложениях.

2 Раздел математики, занимающийся разработкой и изучением численных алгоритмов, решением задач науки и производственной деятельности.

3 Раздел математики, изучающий пространственные структуры и их обобщения.

4 Раздел математики, изучающий доказательства и вопросы оснований математики.

2 Что называется абсолютной погрешностью значения a^* (а – точное значение)?

1 Величина $\Delta(a^*)$ для которой выполняется условие $|a^* - a| \le \Delta(a^*)$.

2 Величина $\Delta(a^*)$ для которой выполняется условие $|a^* - a| \ge \Delta(a^*)$.

3 Величина $\Delta(a^*)$ для которой выполняется условие $|a^* - a| \le \Delta(a)$.

4 Величина $\Delta(a^*)$ для которой выполняется условие $|a^* + a| \le \Delta(a^*)$.

3 Что называется относительной погрешностью приближенного значения a^* (а – точное значение)?

1 Величина $\delta(a^*)$ для которой выполняется условие $|\frac{a^* - a}{a^*}| \ge \delta(a^*)$.

2 Величина $\delta(a^*)$ для которой выполняется условие $|\frac{a^* - a}{a^*}| \le \delta(a)$.

3 Величина $\delta(a^*)$ для которой выполняется условие $|\frac{a^* + a}{a^*}| \le \delta(a^*)$.

4 Величина $\delta(a^*)$ для которой выполняется условие $|\frac{a^* - a}{a^*}| \le \delta(a^*)$.

4 Что называется интерполяцией?

1 Оценка значения величины, находящейся между двумя неизвестными значениями.

2 Оценка значения величины, находящейся между двумя известными значениями.

3 Оценка значения величины, находящейся за пределами ряда известных величин.

4 Оценка значения величины, находящейся за пределами ряда неизвестных величин.

5 Что называется экстраполяцией?

1 Оценка значения величины, находящейся за пределами ряда известных величин.

2 Оценка значения величины, находящейся между двумя известными значениями.

3 Оценка значения величины, находящейся между двумя неизвестными значениями.

4 Оценка значения величины, находящейся за пределами неизвестных значениий.

6 Что называется аппроксимацией функции?

1 Научный метод, заключающийся в прогнозировании поведения объектов.

2 Научный метод, заключающийся в выборе оптимального по критерию объекта.

3 Научный метод, заключающийся в исследовании поведения объектов.

4 Научный метод, заключающийся в замене одних объектов другими, близкими к исходным, но более простыми.

7 Что исследует аппроксимация?

1 Числовые характеристики и качественные свойства объекта, сводя задачу к изучению коррелируемых объектов.

2 Числовые характеристики и качественные свойства объекта, сводя задачу к изучению регрессионных объектов.

3 Числовые характеристики и качественные свойства объекта, сводя задачу к изучению более простых объектов.

4 Числовые характеристики и качественные свойства объекта, сводя задачу к изучению обобщённых объектов.

8 Что называется линейной интерполяцией?

1 Интерполяция алгебраическим двучленом $P_1(x) = a * x + b$ функции f, заданной в нескольких точках x_0, $x_1, \ldots, x_n$ отрезка $[a,b]$.

2 Интерполяция алгебраическим двучленом $P_1(x) = a * x + b$ функции f, заданной в двух точках x_0 и x_1 отрезка $[a,b]$.

3 Интерполяция алгебраическим двучленом $P_1(x) = a * x + b$ функции f, заданной в нескольких точках x_0, $x_1, \ldots, x_n$ отрезка $[c,d]$.

4 Интерполяция алгебраическим двучленом $P_1(x) = a * x + b$ функции f, заданной в двух точках x_0 и x_1 отрезка $[c,d]$.

9 Что называется интерполяционным многочленом Лагранжа?

1 Многочлен, записанный в виде $L_n(x) = \sum_{i=1}^{n} f(x_i) * \prod_{j \neq i} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$.

2 Многочлен, записанный в виде $L_n(x) = \sum_{i=1}^{n} f(x_i) * \prod_{j \neq i} \frac{(x - x_j)^2}{(x_i - x_j)^2}$.

3 Многочлен, записанный в виде $L_n(x) = \sum_{i=1}^{n} | f(x_i) | / n * \prod_{j \neq i} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$.

4 Многочлен, записанный в виде $L_n(x) = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{f(x_i)} * \prod_{j \neq i} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$.

10 Что называется интерполяционным многочленом Ньютона с разделенными разностями?

1 Многочлен, записанный в виде $L_n(x) = f(x_1) + f(x_1; x_2) * (x - x_1)^2 + \ldots + f(x_1;\ldots;x_n) * (x - x_1)^2 * \ldots * (x_1;\ldots;x_{n-1})$

2 Многочлен, записанный в виде $L_n(x) = f(x_1) + f(x_1; x_2) * (x - x_1) * n + \ldots + f(x_1;\ldots;x_n) * (x - x_1) * n * \ldots * (x_1;\ldots;x_{n-1})$

3 Многочлен, записанный в виде $L_n(x) = f(x_1) + f(x_1; x_2) * (x - x_1) + \ldots + f(x_1;\ldots;x_n) * (x - x_1) * \ldots * (x_1;\ldots;x_{n-1})$

4 Многочлен, записанный в виде $L_n(x) = f(x_1) + f(x_1; x_2) / (x - x_1) + \ldots + f(x_1;\ldots;x_n) / (x - x_1) * \ldots * (x_1;\ldots;x_{n-1})$

11 Как формулируется метод наименьших квадратов?

1 Сумма квадратов разности наблюденной и расчетной эндогенной переменной должна быть наименьшей.

2 Сумма квадратов разности наблюденной и расчетной экзогенной переменной должна быть наименьшей.

3 Сумма квадратов разности наблюденной и расчетной экзогенной переменной должна быть наибольшей.

4 Сумма квадратов разности наблюденной и расчетной эндогенной переменной должна быть наибольшей.

12 Что называется рядом Фурье?

1 Разложение периодической функции с периодом π в ряд по тригонометрическим функциям $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k*\cos k*x+b_k*\sin k*x)$.

2 Разложение периодической функции с периодом $2*\pi$ в ряд по тригонометрическим функциям $f(x)=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k*\cos k*x+b_k*\sin k*x)$.

3 Разложение периодической функции с периодом $2*\pi$ в ряд по тригонометрическим функциям $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k*\cos k*x+b_k*\sin k*x)$.

4 Разложение периодической функции с периодом $2*\pi$ в ряд по тригонометрическим функциям $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k*\cos x+b_k*\sin x)$.

13 Какая задача гармонического анализа?

1 Разложение функции в ряд Тейлора.

2 Разложение функции в ряд Фурье.

3 Разложение в ряд Лорана.

4 Разложение по многочленам Чебышева.

14 Сколько уравнений в системе нормальных уравнений при оценке коэффициентов a_0, a_1, a_2 уравнения связи методом наименьших квадратов?

1 3 уравнения

2 2 уравнения

3 4 уравнений

4 6 уравнений

15 Что называется производной функции f в точке x_0?

1 Предел отношения приращения аргумента к приращению функции при стремлении приращения аргумента к нулю, если предел существует.

2 Предел отношения приращения аргумента к приращению функции при стремлении приращения функции к нулю, если предел существует.

3 Предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении приращения аргумента к единице, если предел существует.

4 Предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если предел существует.

16 Что называется численным дифференцированием?

1 Совокупность методов вычисления производной непрерывно заданной функции.

2 Совокупность методов вычисления производной дискретно заданной функции.

3 Совокупность методов вычисления производной дискретно заданного аргумента.

4 Совокупность методов вычисления производной непрерывно заданного аргумента.

17 Какая формула расчета определенного интеграла методом левого прямоугольника?

1 $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n} f(x_i) * h_i + \varepsilon$

2 $\int_a^b f(x)dx \approx h * \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1} + \frac{h}{2}) + \varepsilon$

3 $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) * h_i + \varepsilon$

4 $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) * h_i + \varepsilon$

18 Какая формула расчета определенного интеграла методом трапеций?

1 $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2} * (f(x_0) + f(x_n) + 2 * \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i))$

2 $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2} * (f(x_0) + f(x_n) + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i))$

3 $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2} * (f(x_{n-1}) + f(x_n) + 2 * \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i))$

4 $\int_a^b f(x)dx \approx h * (f(x_0) + f(x_n) + 2 * \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i))$

19 В чем сущность метода Гаусса?

1 Классический метод решения СЛАУ, при котором система уравнений приводится к системе треугольного типа, из которой выборочно, начиная с первых по номеру переменных, определяются остальные переменные.

2 Классический метод решения СЛАУ, при котором система уравнений приводится к системе прямоугольного типа, из которой последовательно, начиная с последних по номеру переменных, определяются остальные переменные.

3 Классический метод решения СЛАУ, при котором система уравнений приводится к системе треугольного типа, из которой последовательно, начиная с последних по номеру переменных, определяются остальные переменные.

4 Классический метод решения СЛАУ, при котором система уравнений приводится к системе треугольного типа, из которой последовательно, начиная с средних по номеру переменных, определяются остальные переменные.

20 Какая формула расчета определенного интеграла методом Симпсона?

1 $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} * (y_0 + y_n + 4 * \sum\limits_{i=1}^{m} y_{2i-1} + 2 * \sum\limits_{i=1}^{m-1} y_{2i}) + \varepsilon$

2 $\int\limits_a^b f(x)dx \approx h * (y_0 + y_n + 4 * \sum\limits_{i=1}^{m} y_{2i-1} + 2 * \sum\limits_{i=1}^{m-1} y_{2i}) + \varepsilon$

3 $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} * (y_0 + y_n + 4 * \sum\limits_{i=1}^{m} y_{2i-1} + \sum\limits_{i=1}^{m-1} y_{2i}) + \varepsilon$

4 $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} * (y_0 + y_n + 4 * \sum\limits_{i=1}^{m} y_{i-1} + 2 * \sum\limits_{i=1}^{m-1} y_{i}) + \varepsilon$

21 Какая формула расчета определенного интеграла методом правого прямоугольника?

1 $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \sum\limits_{i=1}^{n} f(x_i) * h_i + \varepsilon$

2 $\int\limits_a^b f(x)dx \approx h * \sum\limits_{i=1}^{n} f(x_{i-1} + \frac{h}{2}) + \varepsilon$

3 $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{1}{n} \sum\limits_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) * h_i + \varepsilon$

4 $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \sum\limits_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) * h_i + \varepsilon$ **?**

22 Какая формула расчета определенного интеграла методом среднего прямоугольника?

1 $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \sum\limits_{i=1}^{n} f(x_i) * h_i + \varepsilon$

2 $\int\limits_a^b f(x)dx \approx h * \sum\limits_{i=1}^{n} f(x_{i-1} + \frac{h}{2}) + \varepsilon$

3 $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \frac{1}{n} \sum\limits_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) * h_i + \varepsilon$

4 $\int\limits_a^b f(x)dx \approx \sum\limits_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) * h_i + \varepsilon$ **?**

23 Какое выражение определяет производную первого порядка с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа?

1 $L'_{2,i}(x) = \frac{2*x + x_i - x_{i+1}}{h_i*(h_i + h_{i+1})} * y_{i+1} - \frac{2*x + x_{i-1} - x_{i+1}}{h_i * h_{i+1}} * y_i + \frac{2*x + x_{i-1} - x_i}{h_{i+1}*(h_i + h_{i+1})} * y_{i+1}$

2 $L'_{2,i}(x) = \frac{2*x - x_i - x_{i+1}}{h_i*(h_i + h_{i+1})} * y_{i-1} - \frac{2*x - x_{i-1} - x_{i+1}}{h_i * h_{i+1}} * y_i + \frac{2*x - x_{i-1} - x_i}{h_{i+1}*(h_i + h_{i+1})} * y_{i+1}$

3 $L'_{2,i}(x) = \frac{2*x - x_i - x_{i+1}}{h_i*(h_i + h_{i+1})} * y_{i+1} - \frac{2*x - x_{i-1} - x_{i+1}}{h_i * h_{i+1}} * y_i - \frac{2*x - x_{i-1} - x_i}{h_{i+1}*(h_i + h_{i+1})} * y_{i+1}$

4 $L'_{2,i}(x) = \frac{2*x - x_i - x_{i+1}}{h_i*(h_i - h_{i+1})} * y_{i+1} - \frac{2*x - x_{i-1} - x_{i+1}}{h_i * h_{i+1}} * y_i + \frac{2*x - x_{i-1} - x_i}{h_{i+1}*(h_i - h_{i+1})} * y_{i+1}$

24 Какая правильная формула Ньютона-Котеса порядка n?

1 $\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b L_n(x)dx = \sum_{i=0}^{n} c_n^i / f(x_i)$

2 $\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b L_n(x)dx = \sum_{i=0}^{n} c_n^i + f(x_i)$

3 $\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b L_n(x)dx = \sum_{i=0}^{n} c_n^i f(x_i)$

4 $\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b L_n(x)dx = \sum_{i=0}^{n} c_n^i - f(x_i)$

25 Какие правильные формулы расчёта коэффициентов Котеса c_n^i в случае равноотстоящих узлов для $n = 3$?

1 $c_3^0 = c_3^1 = \frac{2(b-a)}{8}$, $\quad c_3^2 = c_3^3 = \frac{b-a}{8}$

2 $c_3^0 = c_3^2 = \frac{b-a}{8}$, $\quad c_3^1 = c_3^3 = \frac{3(b-a)}{8}$

3 $c_3^0 = c_3^3 = \frac{2(b-a)}{8}$, $\quad c_3^1 = c_3^2 = \frac{b-a}{8}$

4 $c_3^0 = c_3^3 = \frac{b-a}{8}$, $\quad c_3^1 = c_3^2 = \frac{3(b-a)}{8}$

6.4.2 Примеры заданий для рубежного контроля №2
Очная форма обучения, 3 семестр

Вариант 2_1

1. Какой вид имеет нелинейное уравнений с одним неизвестным?

1. $f(x) \neq 0$
2. $f(x) = 0$
3. $f(x) < 0$
4. $f(x) > 0$

2. Что является корнем уравнения?

1. Число x^*, обращающее функцию $f(x)$в не нулевое значение ($f(x^*) \neq 0$).

2. Число x^*, обращающее функцию $f(x)$в значение меньше нуля ($f(x^*) < 0$).

3. Число x^*, обращающее функцию $f(x)$в нуль ($f(x^*) = 0$).

4. Число x^*, обращающее функцию $f(x)$в значение больше нуля ($f(x^*) > 0$).

3. Какое нелинейное уравнение называется алгебраическим?

1. Если функция $f(x)$ является алгебраической функцией.
2. Если функция $f(x)$ является тригонометрической функцией.
3. Если функция $f(x)$ является логарифмической функцией.
4. Если функция $f(x)$ является показательной функцией.

4. Какое нелинейное уравнение называется трнасцендентным?

1. Если функция $f(x)$ является алгебраической функцией.
2. Если функция $f(x)$ не является алгебраической функцией.
3. Если функция $f(x)$ является монотонной функцией.
4. Если функция $f(x)$ содержит тригонометрические, показательные, логарифмические функции и т.д.

5. Какой метод решения нелинейного уравнения называется прямым?

1. Решение записывается в виде формулы. Значения корней вычисляются по формуле за конечное число операций.
2. Численный метод, позволяющий получить приближенное значение корней с любой заданной точностью.
3. Тригонометрический метод.
4. Логарифмический метод.

6. Какой метод решения нелинейного уравнения называется итерационным?

1. Логарифмический метод.
2. Тригонометрический метод.
3. Решение записывается в виде формулы. Значения корней вычисляются по формуле за конечное число операций.
4. Численный метод, позволяющий получить приближенное значение корней с любой заданной точностью.

7. Что называется локализацией корней?

1. Определение отрезков на оси x, в пределах которых содержится производная функции.
2. Определение отрезков на оси x, в пределах которых содержится один корень.
3. Определение отрезков на оси x, в пределах которых содержится предел функции.
4. Определение отрезков на оси x, в пределах которых содержится бесконечность.

8. Что называется уточнением корней?

1. Вычисление приближенных значений корней с заданной точностью.
2. Вычисление производной функции.
3. Вычисление предела функции.
4. Вычисление математического ожидания корней с заданной точностью.

9. Какое условие обеспечивает наличие корней на отрезке [a, b]?

1. Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке [a, b], а на концах отрезка её значения $f(a)*f(b)=0$.
2. Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке [a, b], а на концах отрезка её значения $f(a)*f(b)>0$.
3. Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке [a, b], а на концах отрезка её значения $f(a)*f(b)\neq 0$.
4. Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке [a, b], а на концах отрезка её значения имеют разные знаки $f(a)*f(b)<0$.

10. Какое условие обеспечивает единственность корня на отрезке [a, b]?

1. Монотонность функции на отрезке [a, b].
2. Непрерывность функции на отрезке [a, b].
3. Гладкость функции на отрезке [a, b].
4. Волнистость функции на отрезке [a, b].

11. Что означает сходимость итерационного процесса?

1. Погрешность приближенных значений с каждым шагом увеличивается ($\left|x^* - x_{k-1}\right| > \left|x^* - x_k\right|$).

2. Погрешность приближенных значений с каждым шагом не изменяется ($\left|x^{*}-x_{k-1}\right|=\left|x^{*}-x_{k}\right|$).

3. Погрешность приближенных значений с каждым шагом уменьшается ($\left|x^{*}-x_{k-1}\right|<\left|x^{*}-x_{k}\right|$).

4. Погрешности приближенных значений на каждом шаге не равны ($\left|x^{*}-x_{k-1}\right|\neq\left|x^{*}-x_{k}\right|$).

12. Какой алгоритм решения нелинейного уравнения методом касательных?

1. Если x_0 и x_1 таковы, что $f(x_0)f(x_1)<0$ то полагаем $x_2=(x_0+x_1)/2$ и вычисляем $f(x_0)$ Если x_0 то корень найден. В противном случае из отрезков $f(x_0)=0$ и $[x_0,x_2]$ выбираем тот, на концах которого f принимает значения разных знаков, и проделываем аналогичную операцию. Процесс продолжаем до получения требуемой точности.

2. Уравнение *f(x) = 0* преобразуем к виду $[x_2,x_1]$ Выбираем некоторое прибижение x_0 искомого корня, последующие приближения вычисляем по формуле $x=\varphi(x)$.

При выполнении определенных условий последовательность $x_{n+1}=\varphi(x_n)$, $n=0,1,2$ сходится к x^{*} – корню уравнения *f(x) = 0.*

3. Если x_0, x_1 – приближенные значения корня уравнения *f(x) = 0* , а $f(x_0)f(x_1)<0$ то последующие приближения находят по формуле

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f(x_n)-f(x_{n-1})}(x_n-x_{n-1}),\ \ n=1,\ 2,\ \ldots$$

Называют также метод, при котором один из концов отрезка [a, b] закреплен, т. е. вычисление приближения корня уравнения *f(x) = 0* производят по формулам:

$$x_0=b,\ \ x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f(x_n)-f(a)}(x_n-a)$$

либо

$$x_0=a,\ \ x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f(x_n)-f(b)}(x_n-b).$$

При этом предполагается, что корень уравнения находится на отрезке [a, b], а *f''(x)* сохраняет знак на [a, b].

4. Если x_0– начальное приближение корня уравнения *f(x) = 0*, то последовательные приближения находят по формуле

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)},\ \ n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

Если *f'* и *f''* непрерывны и сохраняют определенные знаки на отрезке [a, b], а *f(a)f(b) < 0* , то, исходя из начального приближения $x_0\in[a,b]$ удовлетворяющего условию $f(x_0)f''(x_0)>0$ можно вычислить с любой точностью единственный корень уравнения $f(x) = 0$.

13. Какой алгоритм решения нелинейного уравнения методом простых итераций?

1. Если x_0 и x_1 таковы, что $f(x_0)f(x_1)<0$ то полагаем $x_2=(x_0+x_1)/2$ и вычисляем $f(x_2)$. Если x_0 то корень найден. В противном случае из отрезков $f(x_2)=0$ и $[x_0,x_2]$ выбираем тот, на концах которого f принимает значения разных знаков, и проделываем аналогичную операцию. Процесс продолжаем до получения требуемой точности.

2. Если x_0 и x_1 таковы, что $f(x_0)f(x_1)<0$ то полагаем $x_2=(x_0+x_1)/2$ и вычисляем $f(x_2)$. Если x_0 то корень найден. В противном случае из отрезков $f(x_2)=0$ и $[x_0,x_2]$ выбираем тот, на концах которого f принимает значения разных знаков, и проделываем аналогичную операцию. Процесс продолжаем до получения требуемой точности.

3. Уравнение $f(x) = 0$ преобразуем к виду $[x_2,x_1]$. Выбираем некоторое прибижение x_0 искомого корня, последующие приближения вычисляем по формуле $x=\varphi(x)$.

При выполнении определенных условий последовательность $x_{n+1}=\varphi(x_n)$, $n=0,1,2$, сходится к x^* – корню уравнения $f(x) = 0$.

4. Если x_0, x_1 – приближенные значения корня уравнения $f(x) = 0$, а $f(x_0)f(x_1)<0$ то последующие приближения находят по формуле

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f(x_n)-f(x_{n-1})}(x_n-x_{n-1}),\quad n=1,\ 2,\ \ldots$$

Называют также метод, при котором один из концов отрезка [a, b] закреплен, т. е. вычисление приближения корня уравнения $f(x) = 0$ производят по формулам:

$$x_0=b,\quad x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f(x_n)-f(a)}(x_n-a)$$

либо

$$x_0=a,\quad x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f(x_n)-f(b)}(x_n-b).$$

При этом предполагается, что корень уравнения находится на отрезке [a, b], а $f''(x)$ сохраняет знак на [a, b].

14. Какой алгоритм решения нелинейного уравнения методом секущих (хорд)?

1. Если x_0 и x_1 таковы, что $f(x_0)f(x_1)<0$ то полагаем $x_2=(x_0+x_1)/2$ и вычисляем $f(x_2)$. Если x_0 то корень найден. В противном случае из отрезков $f(x_2)=0$ и $[x_0,x_2]$ выбираем тот, на концах которого f принимает значения разных знаков, и проделываем аналогичную операцию. Процесс продолжаем до получения требуемой точности.

2. Уравнение $f(x) = 0$ преобразуем к виду $[x_2, x_1]$. Выбираем некоторое прибижение x_0 искомого корня, последующие приближения вычисляем по формуле $x = \varphi(x)$

При выполнении определенных условий последовательность $x_{n+1} = \varphi(x_n)$, $n = 0, 1, 2$ сходится к x^* – корню уравнения $f(x) = 0$.

3. Если x_0 и x_1 таковы, что $f(x_0)f(x_1) < 0$ то полагаем $x_2 = (x_0 + x_1)/2$ и вычисляем $f(x_2) = 0$. Если x_0 то корень найден. В противном случае из отрезков $f(x_2) = 0$ и $[x_0, x_2]$ выбираем тот, на концах которого f принимает значения разных знаков, и проделываем аналогичную операцию. Процесс продолжаем до получения требуемой точности.

4. Если x_0, x_1 – приближенные значения корня уравнения $f(x) = 0$, а $f(x_0)f(x_1) < 0$ то последующие приближения находят по формуле

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(x_{n-1})}(x_n - x_{n-1}), \quad n = 1, 2, \ldots$$

Называют также метод, при котором один из концов отрезка [a, b] закреплен, т. е. вычисление приближения корня уравнения $f(x) = 0$ производят по формулам:

$$x_0 = b, \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(a)}(x_n - a)$$

либо

$$x_0 = a, \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(b)}(x_n - b).$$

При этом предполагается, что корень уравнения находится на отрезке, [a, b] а $f''(x)$ сохраняет знак на [a, b].

15. Какой алгоритм решения нелинейного уравнения методом половинного деления?

1. Если x_0, x_1 – приближенные значения корня уравнения $f(x) = 0$, а $f(x_0)f(x_1) < 0$ то последующие приближения находят по формуле

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(x_{n-1})}(x_n - x_{n-1}), \quad n = 1, 2, \ldots$$

Называют также метод, при котором один из концов отрезка [a, b] закреплен, т. е. вычисление приближения корня уравнения $f(x) = 0$ производят по формулам:

$$x_0 = b, \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(a)}(x_n - a)$$

либо

$$x_0 = a, \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(b)}(x_n - b).$$

При этом предполагается, что корень уравнения находится на отрезке, [a, b] а $f''(x)$ сохраняет знак на [a, b].

2. Если x_0 и x_1 таковы, что $f(x_0)f(x_1)<0$ то полагаем $x_2=(x_0+x_1)/2$ и вычисляем $f(x_2)$. Если x_0 то корень найден. В противном случае из отрезков $f(x_2)=0$ и $[x_{0,}\ x_2]$ выбираем тот, на концах которого f принимает значения разных знаков, и проделываем аналогичную операцию. Процесс продолжаем до получения требуемой точности.

3. Уравнение $f(x) = 0$ преобразуем к виду $[x_2, x_1]$ Выбираем некоторое прибижение x_0 искомого корня, последующие приближения вычисляем по формуле $x=\varphi(x)$.

При выполнении определенных условий последовательность $x_{n+1}=\varphi(x_n)$, $n=0,1,2$ сходится к x^* – корню уравнения $f(x) = 0$.

4. Если x_0 и x_1 таковы, что $f(x_0)f(x_1)<0$ то полагаем $x_2=(x_0+x_1)/2$ и вычисляем $f(x_2)$. Если x_0 то корень найден. В противном случае из отрезков $f(x_2)=0$ и $[x_{0,}\ x_2]$ выбираем тот, на концах которого f принимает значения разных знаков, и проделываем аналогичную операцию. Процесс продолжаем до получения требуемой точности.

16. Какой вид задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка?

1. $\begin{cases} y' = f(x,y) \\ y(x_0) \neq y_0 \end{cases}$
2. $\begin{cases} y' = f(x,y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} y' = f(x,y) \\ y(x_0) < y_0 \end{cases}$
4. $\begin{cases} y' = f(x,y) \\ y(x_0) > y_0 \end{cases}$

17. Численное решение дифференциальных уравнений методом Эйлера?

1. $y_{k+1} = y_k + h[f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, y_k + h f(x_k, y_k))]$

$$y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$$

$$\Delta y_k = \frac{1}{6} * (K_1^k + 2 * K_2^k + 2 * K_3^k + K_4^k)$$

$$K_1^k = h * f(x_k, y_k)$$

2. $$K_2^k = h * f(x_k + \frac{1}{2} * h, y_k + \frac{1}{2} * K_1^k)$$

$$K_3^k = h * f(x_k + \frac{1}{2} * h, y_k + \frac{1}{2} * K_2^k)$$

$$K_4^k = h * f(x_k + h, y_k + K_3^k)$$

$$y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$$

$$\Delta y_k = \frac{1}{4} * (K_1^k + 3 * K_3^k)$$

3. $K_1^k = h * f(x_k, y_k)$

$$K_2^k = h * f(x_k + \frac{1}{3} * h, y_k + \frac{1}{3} * K_1^k)$$

$$K_3^k = h * f(x_k + \frac{2}{3} * h, y_k + \frac{2}{3} * K_2^k)$$

4. $y_{k+1} = y_k + h * f(x_k, y_k)$

18. Численное решение дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты 2 порядка?

1. $y_{k+1} = y_k + h[f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, y_k + h f(x_k, y_k))]$

$$y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$$

$$\Delta y_k = \frac{1}{6} * (K_1^k + 2 * K_2^k + 2 * K_3^k + K_4^k)$$

$$K_1^k = h * f(x_k, y_k)$$

2. $$K_2^k = h * f(x_k + \frac{1}{2} * h, y_k + \frac{1}{2} * K_1^k)$$

$$K_3^k = h * f(x_k + \frac{1}{2} * h, y_k + \frac{1}{2} * K_2^k)$$

$$K_4^k = h * f(x_k + h, y_k + K_3^k)$$

3. $y_{k+1} = y_k + h * f(x_k, y_k)$

$$y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$$

$$\Delta y_k = \frac{1}{4} * (K_1^k + 3 * K_3^k)$$

4. $K_1^k = h * f(x_k, y_k)$

$$K_2^k = h * f(x_k + \frac{1}{3} * h, y_k + \frac{1}{3} * K_1^k)$$

$$K_3^k = h * f(x_k + \frac{2}{3} * h, y_k + \frac{2}{3} * K_2^k)$$

19. Численное решение дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты 3 порядка?

1. $y_{k+1} = y_k + h[f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, y_k + h f(x_k, y_k))]$

$$y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$$

$$\Delta y_k = \frac{1}{4} * (K_1^k + 3 * K_3^k)$$

2. $K_1^k = h * f(x_k, y_k)$

$$K_2^k = h * f(x_k + \frac{1}{3} * h, y_k + \frac{1}{3} * K_1^k)$$

$$K_3^k = h * f(x_k + \frac{2}{3} * h, y_k + \frac{2}{3} * K_2^k)$$

$$y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$$

$$\Delta y_k = \frac{1}{6} * (K_1^k + 2 * K_2^k + 2 * K_3^k + K_4^k)$$

$$K_1^k = h * f(x_k, y_k)$$

3. $K_2^k = h * f(x_k + \frac{1}{2} * h, y_k + \frac{1}{2} * K_1^k)$

$$K_3^k = h * f(x_k + \frac{1}{2} * h, y_k + \frac{1}{2} * K_2^k)$$

$$K_4^k = h * f(x_k + h, y_k + K_3^k)$$

4. $y_{k+1} = y_k + h * f(x_k, y_k)$

20. Численное решение дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты 4 порядка?

$y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$

$\Delta y_k = \frac{1}{6} * (K_1^k + 2 * K_2^k + 2 * K_3^k + K_4^k)$

$K_1^k = h * f(x_k, y_k)$

1. $K_2^k = h * f(x_k + \frac{1}{2} * h, y_k + \frac{1}{2} * K_1^k)$

$K_3^k = h * f(x_k + \frac{1}{2} * h, y_k + \frac{1}{2} * K_2^k)$

$K_4^k = h * f(x_k + h, y_k + K_3^k)$

2. $y_{k+1} = y_k + h[f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, y_k + h f(x_k, y_k))]$
3. $y_{k+1} = y_k + h * f(x_k, y_k)$

$y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$

$\Delta y_k = \frac{1}{4} * (K_1^k + 3 * K_3^k)$

4. $K_1^k = h * f(x_k, y_k)$

$K_2^k = h * f(x_k + \frac{1}{3} * h, y_k + \frac{1}{3} * K_1^k)$

$K_3^k = h * f(x_k + \frac{2}{3} * h, y_k + \frac{2}{3} * K_2^k)$

21. Какая матричная форма итерационного процесса метода Зейделя?

1. $x^{(k+1)} = (E+L)^{-1} * U * x^{(k)} + (E+L)^{-1} * \beta$
2. $x^{(k+1)} = (E-L)^{-1} * U * x^{(k)} + (E-L)^{-1} * \beta$
3. $x^{(k+1)} = (E-L)^{k-1} * U * x^{(k)} + (E-L)^{k-1} * \beta$
4. $x^{(k+1)} = k * (E-L)^{-1} * U * x^{(k)} + k * (E-L)^{-1} * \beta$

22. В чем преимущество метода Зейделя перед методом простых итераций?

1. Всегда расходится для нормальных систем линейных алгебраических уравнений, т. е. систем, в которых матрица А является симметрической и положительно определенной.

2. Всегда сходится для нормальных систем нелинейных алгебраических уравнений, т. е. систем, в которых матрица А не является симметрической и отрицательно определенной.

3. Всегда сходится для нормальных систем линейных алгебраических уравнений, т. е. систем, в которых матрица А является симметрической и положительно определенной.

4. Всегда расходится для нормальных систем нелинейных алгебраических уравнений, т. е. систем, в которых матрица А является симметрической и положительно определенной.

23. Какое условие прерывания итераций в методе простых итераций?

1. $\frac{q}{1-q} * \left\| x^{(k+1)} - x^{(k-1)} \right\| < \varepsilon$

2. $\frac{q}{1-q} * \left\| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right\| < \varepsilon$

3. $\frac{q}{1-q} * \left\| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right\| > \varepsilon$

4. $\frac{q}{1-q} * \left\| x^{(k+1)} + x^{(k)} \right\| < \varepsilon$

24. В чем сущность метода Гаусса?

1. Классический метод решения СЛАУ, при котором система уравнений приводится к системе треугольного типа, из которой выборочно, начиная с первых по номеру переменных, определяются остальные переменные.

2. Классический метод решения СЛАУ, при котором система уравнений приводится к системе прямоугольного типа, из которой последовательно, начиная с последних по номеру переменных, определяются остальные переменные.

3. Классический метод решения СЛАУ, при котором система уравнений приводится к системе треугольного типа, из которой последовательно, начиная с последних по номеру переменных, определяются остальные переменные.

4. Классический метод решения СЛАУ, при котором система уравнений приводится к системе треугольного типа, из которой последовательно, начиная с средних по номеру переменных, определяются остальные переменные.

25. Какое достаточное условие сходимости метода Зейделя?

1. Если для $x = \alpha * x + \beta$ норма матрицы $\|\alpha\|_s < 1,\ s \in \{1,2,3\}$.

2. Если для $x = \alpha * x + \beta$ норма матрицы $\|\alpha\|_s = 1,\ s \in \{1,2,3\}$.

3. Если для $x = \alpha * x + \beta$ норма матрицы $\|\alpha\|_s > 1,\ s \in \{1,2,3\}$.

4. Если для $x = \alpha * x + \beta$ норма матрицы $\|\alpha\|_s \le 1,\ s \in \{1,2,3\}$.

6.4.3 Таблица ответов

№ вопроса	**Правильные ответы**	
	Вариант 1_1	**Вариант 2_1**
1	2	2
2	1	3

3	4	1
4	2	4
5	1	1
6	4	4
7	3	2
8	2	1
9	1	4
10	3	1
11	1	3
12	3	4
13	2	3
14	1	4
15	4	2
16	2	2
17	4	4
18	1	1
19	3	2
20	1	1
21	1	2
22	3	3
23	2	2
24	3	3
25	4	1

6.4.4 Примерный перечень вопросов к зачёту и экзамену

1 Погрешность результата численного решения задачи.

2 Абсолютная и относительная погрешности.

3 Погрешности арифметических действий.

4 Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод Гаусса.

5 Сущность метода простой итерации для решения СЛАУ.

6 Сущность метода Зейделя для решения СЛАУ.

7 Теоремы об условиях сходимости методов простой итерации и Зейделя.

8 Решение нелинейных скалярных уравнений: отделение корней, уточнение корней методом половинного деления.

9 Решение нелинейных скалярных уравнений: уточнение корней методом простой итерации.

10 Решение нелинейных скалярных уравнений: отделение корней, уточнение корней методом половинного деления.

11 Решение нелинейных скалярных уравнений: уточнение корней методом простой итерации.

12 Решение нелинейных скалярных уравнений методом Ньютона.

13 Решение нелинейных скалярных уравнений методом хорд.

14 Решение нелинейных скалярных уравнений комбинированным методом хорд и касательных.

15 Приближение функций многочленами методом наименьших квадратов.

16 Постановка задачи интерполирования и единственность её решения.

17 Интерполяционный полином Лагранжа и его остаточный член.

18 Разделённые разности и интерполяционный многочлен Ньютона.

19 Обратное интерполирование.

20 Интерполирование сплайнами.

21 Постановка задачи численного дифференцирования.

22 Формулы численного дифференцирования.

23 Постановка задачи приближённого вычисления определённых интегралов.

24 Квадратурная формула прямоугольников.

25 Квадратурная формула трапеций.

26 Квадратурная формула Симпсона.

27 Квадратурная формула Ньютона-Котеса.

28 Квадратурная формула Гаусса.

29 Метод Монте-Карло для вычисления интеграла.

30 Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: основные понятия.

31 Численное решение задачи Коши для ОДУ методом Рунге-Кутта.

32 Численное решение задачи Коши для ОДУ методом Эйлера.

33 Численное решение задачи Коши для ОДУ методом Адамса.

34 Решение краевых задач методом конечных разностей.

6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1. Основная учебная литература

1 Амосов А. А. Вычислительные методы:учеб. пособие / А. А. Амосов, Ю. А.Дуббинский, Н. В. Копченова. – Москва : лань, 2014. – 672 с

2 Лапчик М. П. Численные методы: Учеб. пособие для студ. вузов. – Москва : Академия, 2005. – 384 с.

3 Калиткин Н. Н. Численные методы. – Москва : Наука, 1978. – 544 с.

4 Киреев В. И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах. 3-е изд. – Москва : Высш. шк., 2008. – 480 с.

5 Волков Е.А. Численные методы. Учеб. пособие для вузов. 2 изд. испр. – Москва : Наука, 1987. – 248 с.

6 Мудров А.Е. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран, Паскаль. – Томск: МП "РАСКО", 1991. – 272 с.

7.2. Дополнительная учебная литература

1 Волков Е. А. Численные методы. Москва :Лань, 2008. – 256 с.

2 Данилина Н. И., Дубровская Н. С., Кваша О. П., Смирнов Г. Л., Феклисов Г. И. Численные методы. – Москва : Выс. шк., 1976. – 368 с.

3 Иванов В. М. Численные методы. – Екатеринбург : Изд-во Урал. гос. экон. ун-та, 2003. – 114 с.

4 Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. – Москва : Лань, 2011. – 672 с.

5 Копченова Н. В., Марон И. А. Вычислительная математика в примерах и задачах. – Москва : лань, 2009. – 370 с.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Семахин А.М. Вычислительная математика. Методические указания к выполнению лабораторных и контрольных работ для студентов направлений подготовки09.03.03 «Прикладная информатика», 09.03.04 «Программная инженерия». Курган, КГУ, 2023. – 48 с. (электронный).

4. Семахин А.М. Вычислительная математика: учебное пособие. – Курган : Изд-во КГУ, 2023 – 85 с. (электронный).

9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Федеральный портал «Российское образование» URL: http://www.edu.ru/
2. Сайт дистанционного обучения в НОУ «ИНТУИТ». URL: http://www.intuit.ru/

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

При чтении лекций используются слайдовые презентации.

Минимальные требования к операционной системе и программному обеспечению компьютера, используемого при показе слайдовых презентаций: Windows XP, Foxit PDF Reader 12.1, 13.12.2022 г., свободное программное обеспечение (free software), GNU License.

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение включает в себя учебные лаборатории и классы, оснащенные современными компьютерами (рабочими станциями локальной вычислительной сети) с доступом в Интернет, мультимедийное оборудование (переносной персональный компьютер, мультимедийный проектор, мультимедийный экран).

Программные средства обеспечения учебного процесса включают лицензионное программное обеспечение: операционную систему Windows XP, интегрированная среда программирования Microsoft Visual Studio 2022 Community, языки программирования Visual C++, Visual C#.

12. ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п. 6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до обучающихся.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Аннотация к рабочей программе дисциплины

«Вычислительная математика»

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата

09.03.04 – Программная инженерия
Направленность:

Программное обеспечение автоматизированных систем

Трудоемкость дисциплины: 3 ЗЕ (108 академических часа)
Семестр: 3 (очная форма обучения), 3 (заочная форма обучения)
Форма промежуточной аттестации: зачет

Содержание дисциплины

Основные понятия и определения. Источники погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Действия с приближёнными числами. Правило сложения и вычитания приближённых чисел. Правило умножения и деления приближённых чисел. Пример решения варианта задания.

Способы задания функции. Основные понятия и определения. Интерполяционный полином Лагранжа. Погрешность интерполяционного полинома Лагранжа. Примеры.

Постановка задачи численного дифференцирования. Формулы численного дифференцирования. Формулы численного дифференцирования для равноотстоящих узлов. Формулы численного дифференцирования для четырёх равноотстоящих узлов. Формулы численного дифференцирования с использованием интерполяционного многочлена Стирлинга, многочлена Бесселя, первого и второго многочлена Ньютона

Постановка задачи численного интегрирования. Алгоритмы решения задачи 1 и задачи 2. Квадратурные формулы: формула Ньютона-Котеса, левых и правых прямоугольников, трапеций, других видов квадратурных формул.

Основные понятия и определения. Задача Коши. Метод Эйлера. Неявный метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Неявный метод Эйлера Коши. Метод Эйлера Коши с итерационной обработкой. Первый улучшенный метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка (метод Хьюна). Метод Рунге Кутты третьего порядка точности. Метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Контроль точности на каждом шаге.

Основные понятия и определения. Метод половинного деления (дихотомии), метод итераций (последовательного приближения), метод Ньютона, метод секущих, метод хорд.

Линейные системы. Метод простой итерации. Условия сходимости итерационного процесса. Метод Зейделя. Нелинейные системы

Основные понятия и определения имитационного моделирования. Статистический эксперимент. Область применения и классификация имитационных моделей. Пример