Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»
(КГУ)

Кафедра «Фундаментальной математики»

УТВЕРЖДАЮ:
Ректор
_____ / Н. В. Дубив /
«_07_» _сентября_ 2020 г.

Рабочая программа учебной дисциплины

Математическая статистика и случайные процессы

образовательной программы высшего образования –
программы специалитета
01.05.01 – Фундаментальные математика и механика
Направленность (профиль):
Математическое и компьютерное моделирование механических систем

Формы обучения: очная.

Курган 2020

Рабочая программа дисциплины «Математическая статистика и случайные процессы» составлена в соответствии с учебным планом по программе Специалитета Фундаментальные математика и механика (Математическое и компьютерное моделирование механических систем), утвержденным :
- для очной формы обучения «__28__» августа 2020 года;

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Фундаментальной математики »

«__3__» сентября 2020 года, протокол № ____1___.

Рабочую программу составил
Старший
преподаватель Е.А. Лукерьянова

Согласовано:

Заведующий кафедрой М.В. Гаврильчик
«Фундаментальной математики»

Специалист по учебно-методической работе
Учебно-методического отдела Г.В. Казанкова

Начальник Управления
образовательной деятельности С.Н. Синицын

1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 6 зачетных единицы трудоемкости (216 академических часа)

Очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр	
		6	8
Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов в том числе:	**86**	**48**	**38**
Лекции	28	16	12
Практические занятия	58	32	26
Самостоятельная работа, всего часов в том числе:	**130**	**60**	**70**
Подготовка к экзамену	27		27
Подготовка к зачету	18	18	
Другие виды самостоятельной работы	85	42	43
Вид промежуточной аттестации	**Зачет, Экзамен**	**Зачет**	**Экзамен**
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов	**216**	**108**	**108**

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «математическая статистика и случайные процессы » относится к обязательной части учебного блока 1.

Краткое содержание дисциплины: Выборочный метод; статистическая оценка параметров распределения; методы расчета сводных характеристик выборки; элементы теории корреляции; статистическая проверка статистических гипотез; однофакторный дисперсионный анализ. Случайные функции (процессы); корреляционная теория случайных функций; стационарные случайные функции; процесс Пуассона; Марковские случайные процессы; процесс броуновского движения.

Дисциплина «Математическая статистика и случайные процессы» базируется на знаниях, умениях, навыках, приобретенных студентами в средней школе. Освоение дисциплины «Математическая статистика» опирается также на знания, умения, навыки и компетенции, приобретенные в результате освоения дисциплин:

- математический анализ,
- аналитическая геометрия,
- теория вероятностей

Знания, умения и навыки, полученные при освоении дисциплины «Математическая статистика и случайные процессы », являются необходимыми для освоения последующих дисциплин:

- Численные методы;
- Теория управления и оптимизация;
- Механика сплощных сред

Результаты обучения по дисциплине необходимы для осуществления профессиональной деятельности .

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью изучения дисциплины является получение фундаментального образования, способствующего развитию личности.

Задачами дисциплины являются: изучение основ математической статистики и случайных процессов; овладение методами и приемами решения задач математической статистики и случайных процессов; овладение методами сбора, обработки и анализа статистических данных; формирование навыков проведения сплошного и выборочного наблюдения, умения выделять конкретное вероятностно-статистическое содержание в прикладных задачах учебной и профессиональной деятельности

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

-Способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики (ОПК-1).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

Знать: фундаментальные понятия, законы, формулы математической статистики и случайных процессов (ОПК-1)

Уметь: применять полученные знания при изучении других дисциплин, выделять вероятностно-статистическое содержание в задачах профессиональной деятельности (ОПК-1);

Владеть: методами решения задач математической статистики и случайных процессов (ОПК-1).

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план

Очная форма обучения

6 семестр

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем	
			Лекции	Практич. занятия
Рубеж 1	1,2	Статистическое распределение выборки Статистическая оценка параметров распределения. Точечные оценки	2	2
	3	Методы расчета сводных характеристик выборки	2	4
	4	Статистические оценки параметров распределения. Интервальные оценки	2	4
		Рубежный контроль № 1		2
Рубеж 2	5	Сглаживание экспериментальной зависимости методом наименьших квадратов	2	4
	6	Корреляционно-регрессионный анализ	4	4
	7	Проверка статистических гипотез	2	6
	8	Однофакторный дисперсионный анализ.	2	4
		Рубежный контроль 2		2
		Всего	**16**	32

8 семестр

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем	
			Лекции	Практич. занятия
Рубеж 1	1	Случайные функции (процессы)	2	2
	2	Корреляционная теория случайных функций	2	6
	3	Стационарные случайные функции	2	4
		Рубеж 1		2
Рубеж 2	4	Процесс Пуассона	2	4
	5	Марковские случайные процессы;	2	4
	6	Винеровские процессы	2	2
		Рубеж 2		2
Итого			**12**	**26**

4.2. Содержание лекционных занятий

6 семестр

Тема 1. **Статистическое распределение выборки**

Статистические модели и основные задачи статистического анализа, примеры; экспоненциальные семейства. Понятие выборки. Простейшие статистические преобразования. Вариационный и статистический ряды. Эмпирическая функция распределения, гистограмма. Сходимость эмпирических характеристик к теоретическим. Теорема Гнивенко-Кантелл

Тема 2. **Статистическая оценка параметров распределения . Точечные оценки**

Статистическое оценивание, методы оценивания; неравенство информации; достаточные статистики. Некоторые параметрические семейства распределений и их свойства. Статистические оценки, несмещенность, состоятельность оценок. Генеральная и выборочная средние. Генеральная дисперсия, выборочная дисперсия. Оценка генерального среднего. Оценка генеральной дисперсии. Исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение.

Два подхода к сравнению оценок в параметрическом случае. Среднеквадратический подход. Определение эффективности. Единственность эффективной оценки в классе с фиксированным смещением. Асимптотический подход. Асимптотически нормальные оценки. Состоятельность асимптотически нормальных оценок. Условия регулярности. Примеры регулярных и нерегулярных семейств распределений. Неравенство Рао-Крамера и его использование для проверки эффективности оценок.

Тема 3. **Методы расчета сводных характеристик выборки**

Равноотстоящие варианты. Условные варианты. Условные моменты к-го порядка. Метод произведений вычисления выборочных средней и дисперсии, асимметрии и эксцесса.

Тема 4.**Статистические оценки параметров распределения. Интервальные оценки.** Интервальное оценивание. Точные и асимптотические доверительные интервалы. Построение доверительных интервалов в общем случае. Построение точного доверительного интервала с помощью заданной статистики. Распределения, связанные с нормальным: распределение хи-квадрат Пирсона H_n, распределение Стьюдента T_n, распределение Фишера, их свойства. Лемма Фишера. Свойства выборок из нормального распределения. Построение точных доверительных интервалов для параметров нормальных совокупностей. Доверительные интервалы для математического ожидания с известным и неизвестным σ.Доверительные интервалы для среднего квадратического отклонения. Оценка истинного значения измеряемой величины. Оценка точности измерений. Оценка вероятности с помощью доверительного интервала.

Тема5. Сглаживание экспериментальной зависимости по методу наименьших квадратов.

Применение метода наименьших квадратов для сглаживания экспериментальной зависимости.

Тема 6. **Корреляционно-регрессионный анализ.**

Условное распределение, условное математическое ожидание; линейная регрессия с гауссовыми ошибками. Постановка задачи регрессионного анализа. Модель простой линейной регрессии. Оценивание параметров по методу наименьших квадратов. Свойства МНК-оценок регрессии. Проверка адекватности простой линейной регрессии.

Тема 7. **Проверка статистических гипотез**

Проверка статистических гипотез. Постановка задачи проверки статистических гипотез. Примеры гипотез. Определение критерия. Ошибки 1-го и 2-го рода. Мощность критерия. Проверка двух простых гипотез. Способы сравнения критериев. Равномерно наиболее мощные критерии. Критерий отношения правдоподобия. Лемма Неймана-Пирсона.

Критерий согласия. Проверка простой гипотезы против сложной альтернативы

Критерий Колмогорова. Критерий χ^2 Пирсона для проверки простой гипотезы и для проверки параметрической гипотезы.

Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных выборок. Критерий Фишера. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий нормальных совокупностей основные понятия; равномерно наиболее мощные критерии, примеры; проверка линейных гипотез в линейных моделях; критерий К. Пирсона «хи-квадрат».

Тема 8. Однофакторный дисперсионный анализ

Понятие о дисперсионном анализе. Общая, факторная и остаточная суммы квадратов отклонений. Общая, факторная и остаточная дисперсии. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа.

8 семестр

Раздел1.Случайные функции(процессы)

Тема 1. Понятие случайной функции (процесса)

Случайные процессы в широком смысле: определение случайного процесса, конечномерные распределения; траектории;

Классы случайных процессов, процессы с независимым приращением, марковские процессы, гауссовские процессы, стационарные в узком смысле, стационарные в широком смысле

Тема 2 Теорема Колмогорова

Теорема Колмогорова о существовании процесса с заданным семейством конечномерных распределений

Раздел 2. Корреляционная теория случайных функций

Тема 3. **Основные характеристики случайного процесса.**

Основные характеристики случайного процесса (математическое ожидание случайного процесса, дисперсия случайного процесса).Корреляционная функция случайного процесса .Взаимная корреляционная функция случайного процесса .

Тема 4. Характеристики суммы случайного процесса.

Характеристики суммы случайного процесса. Математическое ожидание суммы двух и нескольких случайных процессов. Корреляционная функция суммы коррелированных и некоррелированных процессов.

Тема 5 Производная случайного процесса и ее характеристики.

Понятие производной случайного процесса. Математическое ожидание и корреляционная функция производной случайного процесска.

Тема 6 Интеграл случайного процесса и его характеристики.

Понятие интеграла случайного процесса. Математическое ожидание и корреляционная функция интеграла случайного процесска.

Раздел3. Стационарные случайные функции(процессы)

Тема 7. Стационарный случайный процесс в узком и широком смысле.

Стационарный случайный процесс в узком и широком смысле.
Свойства корреляционной функции стационарного случайного процесса. Стационарно связанные случайные процессы.

Тема 8. Корреляционная и взаино корреляционная функция производной и интеграла стационарнойслучайной функции.

Корреляционная функция производной стационарной случайной функции. Взаимная корреляционная функция стационарной случайной функции и ее производной. Корреляционная функция интеграла от стационарной случайной функции.

Тема 9.Спектральная теория стационарного случайного процесса.

Линейные и нелинейные преобразования случайных процессов. Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Спектральная плотность случайного процесса. Теорема Винера-Хинчина. Стационарный белый шум

Раздел 4 Процесс Пуассона
Тема 10 Распределение Пуассона.

Распределение Пуассона. Простейший поток событий. Свойства потока событий.

Тема11 Процесс Пуассона

Раздел 5 Марковские случайные процессы
Тема 12 Марковский процесс с дискретным множеством состояний
Однородная цепь Маркова. Переходные вероятности. Матрица перехода. Равенство Маркова. Общее определение марковского процесса. Марковский процесс с дискретным множеством состояний
Тема 13 Марковский процесс с с непрерывным множеством состояний
Марковский процесс с с непрерывным множеством состояний. Построение марковской цепи по начальному распределению и переходным вероятностям. Пуассоновский процесс как цепь Маркова. Однородные марковские процессы. Эргодическая теорема для цепей Маркова с непрерывным временем.
Раздел 6 Винеровские процессы.
Тема 14 Процесс броуновского движения. Винеровские процессы.
Понятие винеровскеого процесса. Процесс броуновского движения

4.3 Содержание практических занятий

6 семестр

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Наименование практического занятия	Норматив времени, час. Очная форма обучения
1	Статистическое распределение выборки	Понятие выборки. Простейшие статистические преобразования. Вариационный и статистический ряды. Эмпирическая функция распределения, гистограмма.	2
2	Статистическая оценка параметров распределения . Точечные оценки	Статистическая оценка параметров распределения. Требования к статистической оценке Оценка генеральной средней. Оценка генеральной дисперсии Мода , медиана, коэффициент вариации, размах варьирования, среднее абсолютное отклонение.	
3	Методы расчета сводных характеристик выборки	Равноотстоящие варианты. Условные варианты. Условные моменты к-го порядка. Метод произведений вычисления выборочных средней и дисперсии,	2
		Вычисление ассиметрии и эксцеса методом произведений	2
4	Статистические оценки параметров распределения. Интервальные оценки.	Статистические оценки параметров распределения. Интервальные оценки. Доверительные интервалы для математического ожидания. Доверительные интервалы для среднего квадратического откланения	2
		Доверительные интервалы для оценки вероятности	2
		Рубеж 1	2

5	Сглаживание экспериментальной зависимости по методу наименьших квадратов.	Применение метода наименьших квадратов для сглаживания экспериментальной зависимости.	4
6	Корреляционно-регрессионный анализ.	Корреляционная зависисость. Коэффеициент корреляции.Оценка тесноты зависимости. Вычисление коэффициента корреляции с использованием корреляционной таблицы	2
		Линейная корреляция	2
7	Проверка статистических гипотез	Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных выборок. Критерий Фишера. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий нормальных совокупностей	2
		Проверка гипотезы о нормальном распределении по критерию Пирсона	2
		Проверка гипотезы о значимости генерального коэффициента корреляции.	2
8	Однофакторный дисперсионный анализ	Понятие о дисперсионном анализе. Общая, факторная и остаточная суммы квадратов отклонений. Общая, факторная и остаточная дисперсии. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа.	**4**
		Рубеж 2	**2**
		Всего:	**32**

8 семестр

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание практического занятия	Трудоемкость, часы
Р1	Случайные функции (процессы)	Понятие случайной функции (процесса) .	2
		Теорема Колмогорова.	
Р2	Корреляционная теория случайных функций	Основные характеристики случайного процесса.	2
		Характеристики суммы случайного процесса.	
		Производная случайного процесса и ее характеристики.	2
		Интеграл случайного процесса и его характеристики.	2
Р3	Стационарные случайные функции(процессы)	Стационарный случайный процесс в узком и широком смысле.	2
		Корреляционная и взаино корреляционная функция производной и интеграла стационарнойслучайной функции. Спектральная теория стационарного случайного процесса	2
		Рубеж1 Самостоятельная работа	2
Р4	Процесс Пуассона	Распределение Пуассона.	2

		Процесс Пуассона	2
Р5	Марковские случайные процессы	Марковский процесс с дискретным множеством состояний	2
		Марковский процесс с с непрерывным множеством состояний	2
Р6	Винеровские процессы	Процесс броуновского движения. Винеровские процессы.	2
		Рубеж 2	2
		Всего	26

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Преподавателем запланировано применение на лекционных занятиях технологий коллективного взаимодействия, разбора конкретных ситуаций, групповая форма работы студентов на этапе повторения материала.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения)

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям – проверочной самостоятельной работы, подготовку к экзамену и зачету.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.	
	Очная форма обучения	
	6 семестр	8 семестр
Подготовка к рубежным контролям (по 2 часа на каждый рубеж)	4	4
Подготовка к практическим занятиям(по два часа на каждое занятие)	32	26
Углубленное изучение тем курса « Марковские случайные процессы» «Проверка статистических гипотез»	6	13
Подготовка к экзамену		27
Подготовка к зачету	18	
Всего:	60	70

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов в КГУ (для очной формы обучения)
2.Перечень вопросов к экзамену
3.Перечень вопросов к зачету.
4.Задания для рубежного контроля 1,2 (6 семестр)
5.Задания для рубежного контроля 1,2 (8 семестр)

6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине

№	Наименование	Содержание						
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доводятся до сведения студентов на первом учебном занятии)	Распределение баллов за 6 семестр						
		Вид УР:	Посещение лекций	Работа на практических занятиях	Рубежный контроль №1 Коллоквиум	Рубежный контроль №2	зачет	
		Балльная оценка:	**2**	**1 -2**	**2-13**	**2-13**	**30**	
		Примечания:	8 занятий максимум 16	14 занятий по 2 Максимум 28	На 6 занятии	На 16-м практическом занятии		
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и экзамена	60 и менее баллов – неудовлетворительно (незачтено); 61…73 – удовлетворительно;зачтено 74… 90 – хорошо;зачтено 91…100 – отлично,зачтено						
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов	1. Для допуска к промежуточной аттестации (зачету) студенту необходимо набрать не менее 50 баллов и выполнить все практические занятия 2. Для получения экзаменационной оценки (зачета,) «автоматически» студенту необходимо набрать за семестр следующее минимальное количество баллов: - 61 для получения зачета «автоматически» в 6 семестре. По согласованию с преподавателем студенту, могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активное участие в работе на занятиях, оригинальность принятых решений в ходе выполнения практических работ						

4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра	В случае если к промежуточной аттестации набрано менее 50 баллов, то студент должен выполнить все задания до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных практических занятий. Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем): - выполнение и защита отчетов по пропущенным практическим занятиям (1…2 балла); - прохождение рубежного контроля (баллы в зависимости от рубежа). Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.	

8 семестр

№	Наименование	Содержание					
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы **(доводятся до сведения студентов на первом учебном занятии)**	Распределение баллов на 8 семестр					
		Вид УР:	Работа на лекции	Работа на практических занятиях	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	экзамен
		Балльная оценка:	2	1-2	2-18	2-18	30
		Примечания:	6 занятий Максимум 12	11занятий Максимум 22	На 7-м практическом занятии	На 3м практическом занятии	
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и экзамена	60 и менее баллов – неудовлетворительно (незачтено); 61-73 – удовлетворительно; 74- 90 – хорошо; 91- 100 – отлично					
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по	Для допуска к промежуточной аттестации (экзамену) студенту необходимо набрать не менее 50 баллов и выполнить все практические работы 2. Для получения экзаменационной оценки (экзамена) «автоматически» студенту необходимо набрать за семестр следующее минимальное количество баллов: - 68 для получения «автоматически» оценки удовлетворительно» в 8-м семестре; По согласованию с преподавателем студенту, набравшему					

	дисциплине, возможность получения бонусных баллов	минимум 68 баллов, могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активное участие в работе на занятиях, оригинальность принятых решений в ходе выполнения практических работ и выставлена за экзамен «автоматически» оценка «хорошо» или «отлично».
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановивших ся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра	В случае если к промежуточной аттестации набрана сумма менее 50 баллов , студенту необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных лекционных и практических занятий. Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем): - выполнение и защита отчетов по пропущенным практическим занятиям (1-2 балла); - прохождение рубежного контроля (баллы в зависимости от рубежа). Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.

6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме проверочной самостоятельной работы и коллоквиума. Зачет проводится по вопросам. Студент должен ответить на 2 вопроса. Каждый вопрос оценивается в 15 баллов. Экзамены проводятся по билетам. Билет содержит два вопроса.

Перед проведением каждого рубежного контроля преподаватель прорабатывает со студентами основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии.

Варианты проверочной самостоятельной работы для рубежных контроля № 2 состоят из 7 заданий. Коллоквиум проводится по вопросам. Каждый студент отвечает на 2 вопроса. Каждый вопрос оценивается в 6.5 баллов. На второй рубеж студенту отводится время два часа (6 семестр)

Варианты самостоятельной работы для рубежных контроля № 1 состоят из 9 заданий.(8 семестр). Второй рубеж 8 семестра проводится в виде коллоквиума. Студент отвечает на два вопроса, каждый вопрос оценивается в 9 баллов.

Преподаватель оценивает в баллах результаты каждого студента по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Время, отводимое студенту на экзамен, составляет не менее 25 минут.

Результаты текущего контроля успеваемости и экзамена,зачета заносятся преподавателем в экзаменационную зачетную ведомость, которая сдается в

организационный отдел института в день экзамена,зачета а также выставляются в зачетную книжку студента.

6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена,зачета

Рубеж 1. (6 семестр)

Вопросы к коллоквиуму.

1. Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора.
2. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма. Кумулята.
3. Статистическая оценка параметров распределения. Свойства оценок параметров в параметрической статистической модели: состоятельность, несмещенность, эффективность. Теорема Колмогорова - Блекуэла-Рао об улучшении оценок с помощью достаточных статистик.
4. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
5. Сходимость эмпирических характеристик к теоретическим. Теорема Гнивенко – Кантелли.
6. Эффективные оценки в регулярном случае. Неравенство информации (Крамера-Рао). Информация Фишера и ее свойства. Экспоненциальное семейство распределений и эффективные оценки.

7.Генеральная средняя. Выборочная средняя.
Метод произведения вычисления выборочной средней .

7. Асимметрия и эксцесс эмпирического распределения. Метод произведений вычисления a_s и e_k.
8. Метод наибольшего правдоподобия.
9. Метод моментов.
10. Генеральная дисперсия.
11. Выборочная дисперсия.Метод произведения вычисления выборочной дисперсии.
12. Оценка генерального среднего.
13. Оценка генеральной дисперсии.

Рубеж 2.

1 Выборка задана в виде распределения частот:

x_i	4	7	8	12
n_i	5	2	3	10

Найти: 1) распределение относительных частот; 2) эмпирическую функцию распределения.

Построить: 1) полигон относительных частот; 2) график эмпирической функции распределения.

1. Измерена максимальная емкость 20 подстрочных конденсаторов и результаты измерений (в пикофарадах) приведены в таблице:

№ конденсатора	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Емкость (в пФ)	4,4	4,31	4,4	4,4	4,65	4,65	4,71	4,54	4,36	4,56
№ конденсатора	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Емкость (в пФ)	4,31	4,42	4,6	4,6	4,5	4,5	4,4	4,65	4,48	4,45

Найти выборочную среднюю емкость конденсатора, выборочную дисперсию и несмещенную оценку дисперсии, моду, медиану, размах варьирования, среднее абсолютное отклонение, коэффициент вариации.

2. Выборка из большой партии электроламп содержит 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампочки выборки 1000 ч. Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для средней продолжительности горения лампы всей партии, если известно, что среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы $\sigma = 40$ ч.

4.Случайная величина X распределена по закону Пуассона. Найти методом моментов по выборке объема n точечную оценку неизвестного параметра λ.

5. Случайная величина X распределена по закону равномерной плотности. Найти методом наибольшего правдоподобия по выборке объема n точечную оценку неизвестных параметра **а** и **в**.

6.Найти коэффициент корреляции, проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции, найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным таблицы:

y_i	92	91	90	86	85	85	85	83	80	78	80	83
x_i	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95

7.Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05, проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки объема $n = 200$.

x_i	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,2	2,3
n_i	6	9	26	25	30	26	21	24	20	8	5

Рубеж 1 (8 семестр)

1. Случайная функция x(t) = (t^2 + t – 1)u, где u – случайная величина, возможные значения которой принадлежат интервалу (0, 20). Найти реализации функции x(t), если u = 3. Найти сечение x(t), соответствующее фиксированному значениями аргумента t = 4.
2. Найти математическое ожидание случайной функции, дисперсию и корреляционную функцию x(t) = ut^3 - 6t + 1, где u – случайная величина, причем M(u) = 2, Д(u) = 5.
3. Доказать, что корреляционная функция произведения трех центрированных функций равна произведению корреляционных функций сомножителей.
4. Найти нормированную взаимную корреляционную функцию x(t) = tu и y(t) = (t + 2)u, где Д(u) = 20.

5.Случайная функция $X(t)$ имеет характеристики $m_x(t) = 0$, $Kx(t,t^{|}) = \frac{1}{1+(t^{|}-t)^2}$. Найти характеристики случайной функции $Y(t) = \int_0^t X(t)dt$. Определить, стационарны ли функции $X(t), Y(t)$.

6. Случайная функция X(t) = t+$V_1 \sin \omega t + V_2 \cos \omega t$, где V_1, V_2 некоррелированные случайные величины с математическим ожиданием, равным нулю и $D_1 = D_2 = 2$.Выяснить является ли стационарной случайной функцией функция X(t).

7. Случайная функция $X(t)$ задана выражением $X(t) = V \cos wt$, где – V случайная величина с характеристиками $m_v(t) = 2$, $\tau_v(t) = 3$. Является ли стационарной случайная функция $Y(t) = X(t) + \alpha \frac{dX(t)}{dt}$, α - неслучайная величина?

8.Задана корреляционная функция $k_x(\tau) = 5e^{-0,5\tau^2}$ стационарной случайной функции $X(t)$. Найти: а) корреляционную функцию и дисперсию производной $X^{'}(t) = x$; б) отношение дисперсий функций $X(t)$ и ее производной.

9.Найти дисперсию интеграла $Y(t)=\int_0^t x(s)ds$, зная корреляционную функцию стационарной случайной функции $X(t)$: $k_x(\tau)=\frac{1}{1+\tau^2}$

Рубеж 2 (8 семестр)

Вопросы к коллоквиуму.

1.Распределение Пуассона. Примеры.
2.Числовые характеристики распределения Пуассона.
3.Простейший поток событий. Свойства.
4.Процесс Пуассона.
5.Цепи Маркова.
6. Марковские случайные процессы.
7.Марковский процесс с дискретным множеством состояний
8. Марковский процесс с с непрерывным множеством состояний
9. Винеровские случайные процессы.

Вопросы к зачету

(6 семестр)

1. Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора.
2.Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма. Кумулята.
3.Статистическая оценка параметров распределения. Свойства оценок параметров в параметрической статистической модели: состоятельность, несмещенность, эффективность. Теорема Колмогорова - Блекуэла-Рао об улучшении оценок с помощью достаточных статистик.
4Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
5Сходимость эмпирических характеристик к теоретическим. Теорема Гнивенко – Кантелли.
6Эффективные оценки в регулярном случае. Неравенство информации (Крамера-Рао). Информация Фишера и ее свойства. Экспоненциальное семейство распределений и эффективные оценки.
7Генеральное среднее. Выборочная средняя.
8Метод произведения вычисления выборочной средней и выборочной дисперсии.
9Асимметрия и эксцесс эмпирического распределения. Метод произведений вычисления a_s и e_k.
10Метод наибольшего правдоподобия.
11Метод моментов.
12Генеральная дисперсия.
13Выборочная дисперсия.
14Оценка генеральной средней.

15Оценка генеральной дисперсии.
16Интервальная оценка. Доверительный интервал. Доверительная вероятность.
17Доверительный интервал для МО нормального распределения при известном σ.
18Доверительный интервал для МО нормального распределения при неизвестном σ.
19Доверительный интервал для среднего квадратичного отклонения σ нормального распределения.
20Интервальная оценка неизвестной вероятности Р по относительной частоте.
21Оценка истинного значения измеряемой физической величины.
22Оценка точности прибора.
23Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера – Снедекора как распределения статистик в выборках из нормального распределения. Квантили распределения
24Понятие статистической гипотезы. Виды статистической гипотезы. Критическая область и область принятия гипотезы. Основной принцип проверки статистической гипотезы.
25Мощность критерия. Нахождение критической области.
26Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей.

27Проверка гипотезы о нормальном распределении признака. Критерий χ^2 Пирсона.
28.Коэффициент корреляциит и его свойства.Линейная корреляция.
29.Нахождение выборочного уравнения прямой линии регрессии У на Х по данным корреляционной таблицы.
30. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.
31.Групповая дисперсия. Межгрупповая дисперсия. Общая дисперсия.
32.Теоретические и эмпирические частоты. Вычисление эмпирических частот.
33.Построение нормальной кривой.
34. Мода, медиана, размах варьирования, коэффициент вариации, среднее абсолютное отклонениевариационного ряда.
35Однофакторная статистическая модель. Дисперсионный анализ выборок из нормального распределения.
36.Сглаживание экспериментальной зависимости по методу наименьших квадратов.

Вопросы к экзамену.
(8 семестр)

1. Понятие случайной функции, случайного процесса.
2. Сечение случайной функции. Реализация случайной функции.
3. Виды случайных процессов.
4. Математическое ожидание случайного процесса. Свойства математического ожидания.
5. Дисперсия случайного процесса. Свойства дисперсии случайного процесса.
6. Корреляционная функция случайного процесса. Свойства корреляционной функции.
7. Нормированная корреляционная функция случайного процессаи ее свойства.
8. Взаимно корреляционная функция двух случайных процессов X(t) и Y(t).Свойства взаимной корреляционной функции.

9. Коррелированные и некоррелированные случайные процессы.
10. Математическое ожидание суммы конечного числа случайных процессов. Теорема о математическом ожидание суммы конечного числа случайных процессов.
11. Теорема о корреляционной функции суммы двух коррелированных случайных процессов. Следствия из теоремы.
12. Характеристики производной от случайной функции.
13. Характеристика интеграла от случайной функции.
14. Стационарная случайная функция и ее характеристики.
15. Стационарно связанные случайные функции, корреляционная функция производной от стационарной случайной функции.
16. Корреляционная функция интеграла от стационарной случайной функции.
17. Взаимная корреляционная функция дифференцируемой стационарной случайной функции и ее производных.
18. Спектральная плотность стационарной случайной функции.
19. Преобразование стационарной случайной функции стационарной линейной динамической системой.
20. Простейший поток событий. Процесс Пуассона.
21. Цепи Маркова.
22. Марковские случайные процессы.
23. Винеровские случайные процессы.

6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1. Основная учебная литература

(6 семестр)

1.Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие - М.: Высшее образование, 2006.- 479с.

2.Писменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам – М.: Айрис-пресс,2007. -288с.

3. Н.Алон,Дю.Спесер. Вероятностный метод:учебное пособие / Н.Алон,Дю. - М.:БИНОМ,2013.-323с. Доступ из ЭБС(«Консультант студента»).

4.Самсонова С.А. Практикум по математической статистики: учебное пособие /С.А.Самсонова,.:Северный (Арктич.) федеральный университет им. М.В.Ломоносова.-Архангельск САФУ,2015.-97с. Доступ из ЭБС(«Консультант студента»).

5.Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. - М.:ФИЗМАТЛИТ,2012.-816с. Доступ из ЭБС («Консультант студента»).

Задачники:

6.Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Высшая школа, 2006.-399 с.

7.Крупин В.Г. Высшая математика. Теория вероятностей, математическая статичстика. Случайные процессы. /КрупнинВ.Г.,Павлов А.Л.Попов Л.Г. Сборник задач с решениями:учебное пособие. –М.:Издательский дом МЭИ,2013.-408с. Доступ из ЭБС(консультант студента).

(7 семестр)

1.Вентцель Е.С. Курс теории случайных процессов. – М.: Наука, 1975.-247с.

2.Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М.: Высшее образование, 2012.-367с.

3. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис – пресс, 2007. – 288 с.

4. Семаков С.Л. Элементы теории вероятностей и случайных процессов.- М.:ФИЗМАТЛИТ,2011. –232с. Доступ из ЭБС (консультант студента).

5.Шихеева В.В. Теория случайных процессов: Марковские цепи. –М.: МИСиС,2013. – 70с. Доступ из ЭБС (консультант студента).

7.2. Дополнительная учебная литература

6 семестр

1. Колемаев В.А., Староверов О.В., Турундаевский В.Б. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1991.- 400 с.

8 семестр

1.Свешников А.А. Прикладные методы теории Марковских процессов.:Учебное пособие. - М.: Наука, 2007. Доступ из ЭБС (консультант студента).

2.Миллер Б.М. Теория случайных процессов в примерах и задачах. М.: Наука, 2002.
Хрущева И.В. Основы математической статистики и теории случайных процессов. М.: Высшее образование, 2009. Доступ из ЭБС (консультант студента).

8.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1Звонкина Е. А. Методы выборки // Методические указания для практических занятий по курсу «Математическая статистика» для студентов физико-математического факультета специальности «Математика».- Курган.: Изд-во КГУ, 2000.

2. Звонкина Е.А. Контрольные задания по курсам «Теория вероятностей», «Математическая статистика» (для студентов специальностей 032100,010100,032200,010400). - Издательство КГУ, 2001.
3. Лукерьянова Е.А. Математическая статистика. (Часть 1). Методические указания для практических занятий и самостоятельной работы для студентов направления 01.03.01 «Математика».- Издательство КГУ, 2016г.
4. Лукерьянова Е.А. Математическая статистика. (Часть 2). Методические указания для практических занятий и самостоятельной работы для студентов направления 01.03.01 «Математика».- Издательство КГУ, 2016г.

5.Лукерьянова Е.А. Случайные процессы. //Методические указания к практическим занятиям для студентов специальности 010101Математика». - Курган: Изд-во КГУ, 2011.

6. Лукерьянова Е.А. Случайные процессы. //Методические указания к практическим занятиям для студентов специальности 01.05.01. Фундаментальная математика и механика. На правах рукописи.

РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	Интернет-ресурс	Краткое описание
1	http:/ / statsoft.ru /	Статистический портал StatSoft (теория вероятностей, математическая статистика).
3	http://en.edu.ru/	Портал является составной частью федерального портала "Российское образование". Содержит ресурсы и ссылки на ресурсы по естественно - научным дисциплинам (физика, математика, химия и биология).
4	http://www.edu.ru/	Федеральный портал «Российское образование».
5	http://ru.wikipedia.org	Энциклопедия Википедия
6	http://www.msu.ru	Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова.

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

При изучении курса используются офисные программы Microsoft Windows7 Корпоративная или XP, Microsoft Office, Open Office 4.1.3

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Аннотация к рабочей программе дисциплины

Математическая статистика и случайные процессы

образовательной программы высшего образования –
программы специалитета

01.05.01 – Фундаментальные математика и механика

Направленность (профиль): Математическое и и компьютерное моделирование механических систем

Формы обучения: очная

Трудоемкость дисциплины: 6 ЗЕ (216 академических часа)
Семестр:6,8 (очная форма обучения).
Форма промежуточной аттестации: зачета,экзамен

Содержание дисциплины

Выборочный метод; статистическая оценка параметров распределения; элементы теории корреляции; статистическая проверка статистических гипотез; однофакторный дисперсионный анализ. Случайные функции (процессы); корреляционная теория случайных функций; стационарные случайные функции; процесс Пуассона; Марковские случайные процессы; процесс броуновского движения.