

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»
(КГУ)

Кафедра «Фундаментальная математика»



УТВЕРЖДАЮ:
Первый проректор
- Т.Р.Змызгова
31 » августа 2022 г.

Рабочая программа учебной дисциплины
ТЕОРИЯ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата 01.03.01 – Математика

Направленность: Математическое и программное обеспечение
экономической деятельности

Форма обучения: очная

Курган 2022

Рабочая программа дисциплины «Теория массового обслуживания» составлена в соответствии с учебными планами по программе бакалавриата Математика (Математическое и программное обеспечение экономической деятельности), утвержденными:

- для очной формы обучения «30» августа 2022 года.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Фундаментальная математика» «31» августа 2022 года, протокол № 1.

Рабочую программу составил
к.ф.-м.н., доцент кафедры ФМ

С.Г. Лупашко

Согласовано:

Заведующий кафедрой «ФМ»
к.ф.-м.н., доцент

М.В.Гаврильчик

Специалист по учебно-методической работе
Учебно-методического отдела

Г.В.Казанкова

Начальник Управления
образовательной деятельности

И.В. Григоренко

1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 6 зачетных единицы трудоемкости (216 академических часа)

Очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр
		8
Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов	60	60
в том числе:		
Лекции	30	30
Лабораторные работы	30	30
Практические занятия	-	-
Самостоятельная работа, всего часов	156	156
в том числе:		
Подготовка к экзамену	27	27
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины)	129	129
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов	216	216

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ

В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Теория массового обслуживания» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений учебного цикла – дисциплина по выбору - Блока 1. Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах: «Алгебра», «Математический анализ», «Теория вероятностей», «Случайные процессы», «Математическая статистика», «Информатика», «Экономика».

Результаты обучения по дисциплине необходимы для прохождения производственной практики, а также выполнения выпускной квалификационной работы.

В курсе формируется ряд значимых компетенций, которые способствуют повышению эффективности дальнейшей учебной и научной деятельности студента и оказывают важное влияние на качество подготовки студента к профессиональной деятельности в условиях современной информационной среды.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью освоения дисциплины «Теория массового обслуживания» является изучение технологии и инструментария решения задач, основных методов принятия, реализации, мониторинга, оценки условий и последствий принимаемых решений, их эффективность, а также изучение основы информационно – аналитической поддержки процессов разработки, принятия и реализации решений.

Задачами курса «Теория массового обслуживания» являются:

- получение знаний о прикладных задачах управления, приводящих к математическим моделям теории массового обслуживания;
- получение представления о математических методах, используемых при анализе систем массового обслуживания (СМО);
- формирование навыков математического моделирования процессов обслуживания и умения с помощью математических методов оценивать качество управления обслуживанием.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- Способность проводить анализ, обоснование и выбор прикладных задач (ПК-1).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

- Знать/определение, классификацию и структуру систем массового обслуживания (для ПК-1);
- Знать постановки задач, возникающие при анализе эффективности функционирования СМО (для ПК-1);
- Знать элементы теории вероятностей и теории случайных процессов, используемые при исследовании систем массового обслуживания (для ПК-1);
- Знать методику расчета показателей качества обслуживания (для ПК-1);
- Знать способы и средства повышения эффективности функционирования СМО (для ПК-1);
- Уметь вычислять показатели качества обслуживания (для ПК-1);
- Уметь строить математические модели функционирования СМО (для ПК-1);
- Уметь применять аналитические методы теории вероятностей и теории случайных процессов для вычисления характеристик СМО (для ПК-1);
- Владеть аналитическими методами расчета показателей качества обслуживания и соответствующим математическим аппаратом (для ПК-1);
- Владеть методами оптимизации структуры СМО и процесса обслуживания с целью повышения эффективности их функционирования (для ПК-1);
- Владеть навыками разработки математических моделей технических и экономических систем и процессов, связанных с обслуживанием (для ПК-1).

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план

Очная форма обучения

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов		
			Лекции	Практич. занятия	Лабораторные работы
Рубеж 1	1	Простейший поток однородных событий.	2	-	2
	2	Марковские процессы с непрерывным временем	2	-	2
	3	Процессы восстановления	2		2
	4	Некоторые функциональные преобразования.	2		2
	5	Структура, описание и схема исследования системы массового обслуживания.	4		6
	Номер	Рубежный контроль № 1	контактной работы с преподавателем	2	-
Рубеж 2	6	Марковские модели систем массового обслуживания.	6	-	8
	7	Системы массового обслуживания с приоритетами	2	-	2
	8	Простейшие немарковские модели систем массового обслуживания.	6		6
		Рубежный контроль № 2	2	-	-
			30	-	30

4.2. Содержание лекционных занятий

Тема 1. Простейший поток однородных событий

Свойства экспоненциального распределения. Распределение Эрланга. Простейший поток однородных событий: определение и свойства: независимость приращений, свойство отсутствия последствия, ординарность, стационарность. Распределение числа событий простейшего потока на интервале $(0;t)$. Связь экспоненциального распределения, распределения Эрланга и распределения Пуассона.

Тема 2. Марковские процессы с непрерывным временем

Марковские процессы с непрерывным временем: определение и способы задания. Интенсивности перехода и выхода. Дифференциальные уравнения Колмогорова для вероятностей состояний. Предельное распределение. Процессы гибели и размножения.

Тема 3. Процессы восстановления

Процессы восстановления: простой, с запаздыванием, альтернирующий. Функция восстановления. Интегральное уравнение восстановления. Элементарная теорема восстановления. Узловая теорема восстановления. Прямое и обратное время возвращения. Вероятность попадания на четный или нечетный интервал для альтернирующего процесса.

Тема 4. Некоторые функциональные преобразования

Производящая функция и ее свойства. Нахождение математического ожидания неотрицательной дискретной случайной величины с помощью производящей функции. Решение дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний пуассоновского процесса с помощью производящей функции. Решение дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний пуассоновского процесса с помощью преобразования Лапласа.

Тема 5. Структура, описание и схема исследования системы массового обслуживания

Понятие системы массового обслуживания Структура системы массового обслуживания: входящий поток требований, процесс обслуживания, обслуживающие приборы, очередь, дисциплина обслуживания. Символика Кендалла. Схема исследования СМО. Показатели качества обслуживания: среднее время обслуживания, вероятность потери заявки, средняя длина очереди, функция распределения и математическое ожидание времени ожидания начала обслуживания, функция распределения и математическое ожидание времени пребывания заявки в очереди, производительность системы, функционал среднего удельного дохода.

Тема 6. Марковские модели систем массового обслуживания

Система $M|M|n|0$. Формулы Эрланга. Вероятность потери заявки.

Системы $M|M|n|N$ и $M|M|n|\infty$ с нетерпеливыми клиентами. Математическое ожидание длины очереди. Плотность распределения времени ожидания начала обслуживания. Вероятность потери заявки. Функция распределения времени пребывания заявки в очереди.

Системы $M|M|n|N$ и $M|M|n|\infty$. Математическое ожидание длины очереди. Функция распределения времени ожидания начала обслуживания при условии, что заявка принята в очередь. Вероятность потери заявки.

Тема 7. Системы массового обслуживания с приоритетами

Системы с приоритетами. Относительный и абсолютный приоритет. Система $M|M|1|0$ с приоритетами. Предельное распределение марковского процесса, описывающего функционирование системы. Вероятность потери заявки первого и второго типа.

Тема 8. Простейшие немарковские модели систем массового обслуживания

Метод вложенных цепей Маркова. Переходные вероятности вложенной Марковской цепи. Производящая функция для стационарного распределения вложенной цепи. Период занятости. Основной закон стационарной очереди. Математическое ожидание длины очереди.

4.3. Лабораторные работы

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Наименование лабораторной работы	Норматив времени, час.
			Очная форма обучения
1	Простейший поток однородных событий	Распределение Эрланга. Распределение числа событий простейшего потока на интервале $(0;t)$. Связь экспоненциального распределения, распределения Эрланга и распределения Пуассона.	2
2	Марковские процессы с непрерывным временем	Марковские процессы с непрерывным временем. Интенсивности перехода и выхода. Дифференциальные уравнения Колмогорова для вероятностей состояний. Предельное распределение. Процессы гибели и размножения.	2
3	Процессы восстановления	Функция восстановления. Интегральное уравнение восстановления. Прямое и обратное время возвращения. Вероятность попадания на четный или нечетный интервал для альтернирующего процесса.	2
4	Некоторые функциональные преобразования	Нахождение математического ожидания неотрицательной дискретной случайной величины с помощью производящей функции. Решение дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний пуассоновского процесса с помощью производящей функции и преобразования Лапласа.	2
5	Структура, описание и схема исследования системы массового обслуживания	Показатели качества обслуживания: среднее время обслуживания, вероятность потери заявки, средняя длина очереди, функция распределения и математическое ожидание времени ожидания начала обслуживания, функция распределения и математическое ожидание времени пребывания заявки в очереди, производительность системы, функционал среднего удельного дохода.	6
6	Марковские модели систем массового обслуживания	Системы $M M n 0$, $M M n N$ и $M M n \infty$. Формулы Эрланга. Вероятность потери заявки. Системы с нетерпеливыми клиентами. Математическое ожидание длины очереди. Плотность распределения времени ожидания начала обслуживания. Функция распределения времени пребывания заявки в очереди.	8

7	Системы массового обслуживания с приоритетами	Система M M 1 0 с приоритетами. Предельное распределение марковского процесса, описывающего функционирование системы. Вероятность потери заявки первого и второго типа.	2
8	Простейшие немарковские модели систем массового обслуживания	Переходные вероятности вложенной Марковской цепи. Производящая функция для стационарного распределения вложенной цепи. Период занятости. Основной закон стационарной очереди. Математическое ожидание длины очереди.	6
			30

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, на которых заостряет внимание преподаватель, в частности те, которые направлены на качественное выполнение соответствующих практических занятий.

Преподавателем запланировано использование при чтении лекций технологии учебной дискуссии. Поэтому рекомендуется фиксировать для себя интересные моменты с целью их активного обсуждения на дискуссии в конце лекции.

Залогом качественного выполнения лабораторных работ является самостоятельная подготовка к ним накануне путем повторения материалов лекций. Рекомендуется подготовить вопросы по неясным моментам и обсудить их с преподавателем в начале занятия.

Преподавателем запланировано применение на некоторых лабораторных работах технологий развивающейся кооперации, коллективного взаимодействия, разбора конкретных ситуаций. Поэтому приветствуется групповой метод выполнения заданий и защиты отчетов, а также обсуждение результатов выполнения лабораторных работ.

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на лабораторных работах в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к лабораторным работам, к рубежным контролям (для обучающихся очной формы обучения, подготовку к экзамену).

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.
	Очная форма обучения
Самостоятельное изучение тем дисциплины:	110
Простейший поток однородных событий	10
Марковские процессы с непрерывным временем	15
Процессы восстановления	15
Некоторые функциональные преобразования	15
Структура, описание и схема исследования системы массового обслуживания	15
Марковские модели систем массового обслуживания	15
Системы массового обслуживания с приоритетами	15
Простейшие немарковские модели систем массового обслуживания	10
Подготовка к лабораторным работам (по 1 часу на каждое занятие)	15
Подготовка к рубежным контролям (по 2 часа на каждый рубеж)	4
Подготовка к экзамену	27
Всего:	156

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов в КГУ (для очной формы обучения).
2. Отчеты студентов по лабораторным работам.
3. Банк тестовых заданий к рубежным контролям № 1, № 2 (для очной формы обучения):
4. Перечень вопросов к экзамену.

6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине

Очная форма обучения

№	Наименование	Содержание					
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доводятся до сведения студентов на первом учебном занятии)	Распределение баллов					
		Вид учебной работы:	Посещение лекций	Выполнение и защита отчетов по лабораторным работам	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	Экзамен
		Балльная оценка:	До 16	До 30	До 12	До 12	До 30
		Примечания:	13 лекций по 1 баллу + до 3-х баллов за активную работу	До 2-х баллов за 2-х часовое занятие	На 7-й лекции	На 15-й лекции	
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и зачета	60 и менее баллов – неудовлетворительно; 61...73 – удовлетворительно; 74...90 – хорошо; 91...100 – отлично					
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов	<p>Для допуска к промежуточной аттестации (экзамену) студент должен набрать по итогам текущего и рубежного контроля не менее 50 баллов и должен выполнить все лабораторные работы.</p> <p>Для получения экзаменационной оценки «автоматически» студенту необходимо набрать следующее минимальное количество баллов:</p> <ul style="list-style-type: none"> - 68 для получения «автоматически» оценки «удовлетворительно». <p>По согласованию с преподавателем студенту, набравшему минимум 68 баллов, могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активное участие в научной и методической работе, оригинальность принятых решений в ходе выполнения лабораторных работ, за участие в значимых учебных и внеучебных мероприятиях кафедры и выставлена за экзамен «автоматически» оценка «хорошо» или «отлично».</p>					
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра	<p>В случае если к промежуточной аттестации (экзамену) набрана сумма менее 50 баллов, студенту необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных лабораторных работ.</p> <p>Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем):</p> <ul style="list-style-type: none"> - выполнение и защита пропущенной лабораторной работы (при невозможности дополнительного проведения лабораторной работы преподаватель устанавливает форму дополнительного задания по тематике пропущенного занятия самостоятельно) – до 8 баллов. <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности учебных планов при переводе или восстановлении проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>					

6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в письменной форме.

Экзамен проводится в традиционной форме.

Перед проведением каждого рубежного контроля преподаватель прорабатывает со студентами основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии.

Варианты заданий для рубежных контролей № 1 и № 2 состоят из 6 заданий (до 2 баллов за каждый правильный ответ).

На выполнение заданий рубежного контроля студенту отводится время не менее 60 минут.

Преподаватель оценивает в баллах результаты ответов каждого студента и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Экзаменационный билет состоит из 3 заданий. Количество баллов по результатам экзамена соответствует 10 баллам за каждый правильный развернутый ответ.

Результаты текущего контроля успеваемости и экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день экзамена, а также выставляются в зачетную книжку студента.

6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена

Рубежный контроль № 1.

1. Свойства простейшего потока.
2. Способы задания Марковского процесса с непрерывным временем.
3. Узловая теорема восстановления.
4. Нахождение математического ожидания неотрицательной дискретной случайной величины с помощью производящей функции.
5. Показатели качества обслуживания СМО.
6. Функционал среднего удельного дохода СМО.

Рубежный контроль № 2.

1. Формулы Эрланга.
2. Математическое ожидание длины очереди.
3. Вероятность потери заявки.
4. Относительный и абсолютный приоритет.
5. Метод вложенных цепей Маркова.
6. Основной закон стационарной очереди.

Примерный перечень вопросов к экзамену:

1. Экспоненциальное распределение. Свойства, математическое ожидание, дисперсия, распределение минимума и максимума независимых случайных величин.
2. Распределение Эрланга.
3. Простейший поток. Определение, свойства.
4. Марковские процессы с непрерывным временем. Интенсивности перехода и выхода. Дифференциальные уравнения Колмогорова для вероятностей состояний.
5. Предельное распределение. Процессы гибели и размножения.
6. Производящая функция. Решение системы дифференциальных уравнений Колмогорова для простейшего потока.
7. Процессы восстановления: простой, с запаздыванием, альтернирующий. Функция восстановления. Интегральное уравнение восстановления.
8. Системы массового обслуживания. Определение. Символика Кендалла. Показатели качества обслуживания. Схема исследования СМО.
9. Система $M|M|n|0$. Формулы Эрланга. Вероятность потери заявки.
10. Система $M|M|n|N$. Математическое ожидание длины очереди. Функция распределения времени ожидания начала обслуживания при условии, что заявка принята в очередь. Вероятность потери заявки.
11. Система $M|M|n|\infty$. Условие существования предельного распределения ПГР, описывающего функционирование системы. Функция распределения времени ожидания начала обслуживания. Математическое ожидание длины очереди.
12. Система $M|G|1|\infty$. Метод вложенных цепей Маркова. Переходные вероятности вложенной Марковской цепи.

6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1. Основная учебная литература

1. Новиков, А. И. Экономико-математические методы и модели: учебник для бакалавров / А. И. Новиков. — 3-е изд. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2020. - Доступ из ЭБС «znanium.com».

2. Назаров А.А., Терпугов А.Ф. Теория массового обслуживания: учебное пособие. — 2-е изд., испр. — Томск: Изд-во НТЛ. 2010.- - Доступ из ЭБС «znanium.com».

7.2. Дополнительная учебная литература

1. Антонов, А. В. Системный анализ : учебник / А.В. Антонов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: ИНФРА-М, 2020. - Доступ из ЭБС «znanium.com».

2. Каштанов В. А. Теория надежности сложных систем/ В.А. Каштанов, А. И. Медведев. - 2-е изд., перераб. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - Доступ из ЭБС «znanium.com».

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Лупашко С.Г. Теория массового обслуживания. Методические указания к выполнению лабораторных работ и самостоятельных заданий для студентов направлений 01.03.01 – «Математика» очной формы обучения: Курган: КГУ, 2021.

9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Для выполнения практических занятий требуются ЭВМ с подключением к сети Internet.

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

При чтении лекций используются слайдовые презентации.

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Компьютерный класс, мультимедийное оборудование (переносной персональный компьютер, мультимедийный проектор, мультимедийный экран).

12. ДЛЯ СТУДЕНТОВ, ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО и ДОТ), занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п.4.1. Распределение баллов соответствует п.6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до сведения обучающихся.

Аннотация к рабочей программе дисциплины
«Теория массового обслуживания»

образовательной программы высшего образования –
 программы бакалавриата 01.03.01 – Математика.

Направленность:

**Математическое и программное обеспечение
 экономической деятельности**

Трудоемкость дисциплины: 6 ЗЕ (216 академических часа)

Семестр: 8 (очная форма обучения).

Форма промежуточной аттестации: Экзамен.

~~Аннотация к рабочей программе дисциплины~~
«Теория массового обслуживания»
 Содержание дисциплины

Простейший поток однородных событий. Связь экспоненциального распределения, распределения Эрланга и распределения Пуассона. Марковские процессы с непрерывным временем. Предельное распределение. Процессы гибели и размножения. Процессы восстановления. Производящая функция. Решение дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний пуассоновского процесса с помощью производящей функции и преобразования Лапласа. Структура, описание и схема исследования системы массового обслуживания. Показатели качества обслуживания. Марковские модели систем массового обслуживания. Системы $M|M|n|0$, $M|M|n|N$ и $M|M|n|\infty$. Формулы Эрланга. Системы массового обслуживания с приоритетами. Простейшие немарковские модели систем массового обслуживания. Метод вложенных цепей Маркова.