

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»
(КГУ)

кафедра
«Методика обучения естественным наукам и математике»



УТВЕРЖДАЮ:

Первый проректор

С.Н. Щербич /

20 19 г.

Рабочая программа учебной дисциплины

АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата

44.03.05 – Педагогическое образование с двумя профилями подготовки

Направленность:

Физика и математика

Математика и информатика

Формы обучения: очная, заочная

Курган 2019

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и теория чисел» составлена в соответствии с учебными планами по программе бакалавриата Педагогическое образование с двумя профилями подготовки (Физика и математика, Математика и информатика), утвержденным для очной, заочной формы обучения «29» августа 2019 года.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Методика обучения естественным наукам и математике» «10» сентября 2019 года, протокол № 1.

Рабочую программу составил
доцент

/О.Н.Хмельяр/

Согласовано:

Заведующий кафедрой «Методика обучения
естественным наукам и математике»
доцент, к. ф.-м. н.

/С.В. Косовских/

Специалист по учебно-методической работе
учебно-методического отдела

/Г.В. Казанкова/

Начальник управления
образовательной деятельности

/С.Н. Синицын/

1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

44.03.05 – Педагогическое образование с двумя профилями подготовки (Направленность – Физика и математика)

Всего: 15 зачетных единиц трудоемкости (540 академических часов)

Очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр			
		1	2	3	4
Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов, в том числе:	256	64	64	64	64
Лекции	128	32	32	32	32
Практические занятия	128	32	32	32	32
Самостоятельная работа, всего часов в том числе:	284	80	80	80	44
Подготовка к экзамену	108	27	27	27	27
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины)	162	53	53	53	3
Курсовая работа	14				14
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен	Экзамен	Экзамен	Экзамен
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов	540	144	144	144	108

44.03.05 – Педагогическое образование с двумя профилями подготовки (Направленность – Математика и информатика)

Всего: 15 зачетных единиц трудоемкости (540 академических часов)

Заочная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр			
		1	2	3	4
Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов, в том числе:	34	10	8	8	8
Лекции	18	6	4	4	4
Практические занятия	16	4	4	4	4
Самостоятельная работа, всего часов в том числе:	506	134	136	136	100
Подготовка к экзамену	108	27	27	27	27
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины)	344	107	109	91	37
Контрольная работа	18			18	
Курсовая работа	36				36
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен	Экзамен	Экзамен	Экзамен
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов	540	144	144	144	108

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Алгебра и теория чисел» относится к обязательной части блока Б1 «Дисциплины (модули)». Данная дисциплина базируется на компетенциях, сформированных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования.

Знания, полученные при изучении дисциплины «Алгебра и теория чисел», лежат в основе физико-математического образования, они необходимы для понимания и освоения курсов математики, физики, компьютерных наук и их приложений. В частности, знания данного курса используются в геометрии, математическом анализе, математической логике, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и др.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью освоения дисциплины «Алгебра и теория чисел» является получение фундаментального образования, способствующего развитию личности. При освоении дисциплины вырабатывается общематематическая культура: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов.

Задачами освоения дисциплины «Алгебра и теория чисел» являются изучение основных понятий, формул, теорем алгебры, овладение методами и приемами решения алгебраических задач, а также формирование навыков работы со специальной литературой.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (44.03.05 – Педагогическое образование с двумя профилями подготовки Направленность – Физика и математика (очная форма обучения), направленность Математика и информатика (заочная форма обучения)):

- Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности (ПК-3);
- Способен осуществлять обучение учебному предмету, включая мотивацию учебно-познавательной деятельности, на основе использования современных предметно-методических подходов и образовательных технологий (ПК-4);
- Способен осваивать основы математической теории и видеть перспективы направлений развития современной математики (ПК-6).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

Знать

- основные понятия и методы изучаемых разделов (для ПК – 3, ПК – 6);
- основные сферы приложения теории алгебраических систем, линейной алгебры, теории многочленов, теории чисел (для ПК – 4, ПК – 6);
- основные теоремы и формулы изучаемых разделов (для ПК – 3, ПК – 6);
- основные методы доказательства, используемые в линейной алгебре, теории групп, колец, теории чисел (для ПК – 3, ПК – 6);

Уметь

- формулировать проблему в терминах алгебры или теории чисел (для ПК – 4, ПК – 6);
- решать основные типы задач (для ПК – 3, ПК – 6);
- формулировать и доказать основные теоремы изучаемых разделов (для ПК – 3, ПК – 6);

Владеть

- Математическим аппаратом алгебры и теории чисел (для ПК – 3, ПК – 4, ПК – 6);
- Методами доказательства утверждений в этой области (для ПК – 3, ПК – 6);
- Владеть навыками практического использования алгебраических методов при анализе различных задач (для ПК – 3, ПК – 4, ПК – 6).

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план

44.03.05 – Педагогическое образование с двумя профилями подготовки
(Направленность – Физика и математика)

Очная форма обучения

Рубежный контроль	Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Количество часов контактной работы с преподавателем	
			Лекции	Практические занятия
		1 семестр	32	32
Рубеж 1	P1	Алгебры	8	10
Рубеж 2	P2	Матрицы и определители	8	8
	P3	Системы линейных уравнений	8	8
	P4	Многочлены от одной переменной	8	6
		2 семестр	32	32
Рубеж 3	P5	Многочлены от одной переменной над полями C, R, Q	6	6
Рубеж 4	P6	Линейные пространства	12	12
	P7	Линейные операторы	6	8
Рубеж 5	P8	Евклидовы пространства	8	6
		3 семестр	32	32
Рубеж 6,7	P9	Алгебраические структуры	32	32
		4 семестр	32	32
Рубеж 8	P10	Аксиоматическая теория натуральных чисел	6	6
Рубеж 9,10	P11	Аксиоматическая теория целых чисел	26	26

Заочная форма обучения

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Количество часов контактной работы с преподавателем	
		Лекции	Практические занятия
	1 семестр	6	4
P1	Алгебры	2	1
P2	Матрицы и определители	2	1
P3	Системы линейных уравнений	2	2
	2 семестр	4	4
P6	Линейные пространства	2	2
P7	Линейные операторы	1	1
P8	Евклидовы пространства	1	1
	3 семестр	4	4
P9	Алгебраические структуры	2	2
P4	Многочлены от одной переменной	1	1
P5	Многочлены от одной переменной над	1	1

	полями C, R, Q		
	<i>4 семестр</i>	<i>4</i>	<i>4</i>
P10	Аксиоматическая теория натуральных чисел	<i>1</i>	-
P11	Аксиоматическая теория целых чисел	<i>3</i>	<i>4</i>

4.2. Содержание лекционных занятий

1 семестр

Раздел 1. Алгебры

Тема 1. Понятие алгебры.

Понятие бинарной алгебраической операции на множестве, свойства операции. Алгебра как множество с алгебраическими операциями. Определения группы, виды групп, примеры. Определения колец и полей, примеры.

Тема 2. Поле комплексных чисел.

Определение комплексных чисел, теорема существования. Алгебраическая, геометрическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической, геометрической и тригонометрической формах. Двучленные уравнения.

Раздел 2. Матрицы и определители

Тема 1. Матрицы.

Определение матрицы, виды матриц, действия над матрицами.

Тема 2. Определители.

Перестановки из n элементов. Подстановки n -ой степени. Определение определителя n -го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца. Следствие из нее.

Тема 3. Обратная матрица.

Вырожденные и невырожденные матрицы. Обратная матрица, ее вычисление. Матричные уравнения.

Раздел 3. Системы линейных уравнений

Тема 1. Основные понятия.

Линейное уравнение, система линейных уравнений, решение системы, виды систем линейных уравнений, равносильность систем. Элементарные преобразования систем.

Тема 2. Методы решения систем линейных уравнений.

Решение систем линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных (метод Гаусса). Система однородных линейных уравнений. Условие существования ненулевых решений. Запись и решение системы n -линейных уравнений с n неизвестными в матричном виде. Правило Крамера.

Раздел 4. Многочлены от одной переменной

Тема 1. Многочлены от одной переменной над полем. Делимость многочленов.

Понятие многочлена от одной переменной над полем. Операции над многочленами, свойства операций. Деление многочлена с остатком. Делимость многочленов, свойства делимости. Наибольший общий делитель многочленов, его нахождение с помощью алгоритма Евклида. Взаимно простые многочлены, их свойства.

Тема 2. Корни многочлена. Теорема Безу.

Деление многочлена на линейный двучлен. Схема Горнера. Корни многочлена. Теорема Безу. Кратность корня многочлена. Производная многочлена. Формула Тейлора. Теорема о k -кратном корне многочлена.

Тема 3. Приводимые и неприводимые многочлены.

Приводимые и неприводимые многочлены над полем, их свойства. Разложение многочлена над полем на неприводимые множители.

2 семестр

Раздел 5. Многочлены над полем комплексных, действительных и рациональных чисел.

Понятие алгебраически замкнутого поля. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Свойства многочленов над полем комплексных чисел. Формулы Виета. Многочлены над полем действительных чисел, их свойства. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.

Раздел 6. Линейные пространства

Тема 1. Линейные пространства.

Линейная зависимость векторов. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Изоморфность линейных пространств одинаковой конечной размерности.

Тема 2. Подпространства линейных пространств.

Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка и ранг систем векторов. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма.

Тема 3. Исследование систем линейных уравнений

Ранг матрицы, вычисление ранга матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений. Связь решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений.

Раздел 7. Линейные операторы

Тема 1. Линейные операторы векторных пространств

Линейные операторы векторных пространств, их задание матрицами. Образ, ранг, ядро и дефект линейного оператора. Действия над линейными операторами. Матрицы оператора в различных базисах.

Тема 2. Собственные векторы и собственные значения

Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен линейного оператора. Алгоритм приведения матрицы к диагональному виду.

Раздел 8. Евклидовы векторные пространства

Евклидовы векторные пространства. Длина вектора и угол между векторами. Ортонормированные базисы, процесс ортогонализации. Изоморфность евклидовых пространств одинаковой размерности. Линейный оператор, сопряженный к данному. Симметрические линейные операторы. Ортогональные линейные операторы.

3 семестр

Раздел 9. Алгебраические структуры

Тема 1. Группы

Группы. Изоморфизмы и гомоморфизмы групп. Подгруппы. Циклические подгруппы и группы. Смежные классы по подгруппе. Факторгруппа

Тема 2. Кольца

Кольца, подкольца, изоморфизм колец. Делимость в кольцах. Идеалы кольца.

Тема 3. Поля

Поля, подполя, изоморфизм полей. Числовые поля. Упорядоченные поля.

4 семестр

Раздел 10. Аксиоматическая теория натуральных чисел

Тема 1. Система аксиом Пеано множества натуральных чисел

Понятие аксиоматической теории. Требования полноты, непротиворечивости, независимости. Интерпретация аксиоматической теории. Различные аксиоматические теории натуральных чисел. Система аксиом Пеано множества натуральных чисел, ее непротиворечивость, полнота и независимость.

Тема 2. Операции и отношения во множестве натуральных чисел

Сложение и умножение натуральных чисел. Неравенства на множестве натуральных чисел. Натуральные кратные и степени элементов полугруппы, их свойства. Эквивалентность аксиомы индукции и теоремы о наименьшем элементе.

Раздел 11. Аксиоматическая теория целых чисел

Тема 1. Аксиоматическая теория целых чисел

Формулировка аксиоматической теории целых чисел. Свойства целых чисел, теорема о порядке. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.

Тема 2. Теория делимости в кольце целых чисел

Кольцо целых чисел. Отношение делимости в кольце целых чисел. Деление с остатком. НОД и НОК двух и нескольких чисел. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа, их свойства

Тема 3. Простые и составные числа

Определение простых и составных чисел, свойства простых чисел. Теорема Евклида о множестве простых чисел. Теорема об интервалах. Распределение простых чисел в натуральном ряду. Основная теорема арифметики о разложении натуральных чисел на простые множители. НОД и НОК через разложение на простые множители

Тема 4. Числовые функции

Определения числовой функции, мультипликативной функции. Число и сумма натуральных делителей числа. Функция Эйлера

Тема 5. Цепные дроби

Определение конечных и бесконечных цепных дробей. Теорема о представлении любого рационального числа в виде конечной цепной дроби. Подходящие дроби цепной дроби, их свойства. Приближения действительных чисел подходящими дробями

Тема 6. Теория сравнений

Определения сравнимых чисел по модулю, их эквивалентность. Свойства сравнений. Классы вычетов по модулю. Полные и приведенные системы вычетов. Поле классов вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма

Тема 7. Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной

Сравнения с неизвестной величиной. Степень сравнения. Равносильные сравнения. Сравнения первой степени. Исследования сравнений первой степени, способы решения сравнений. Системы сравнений. Применение теории сравнений к решению неопределенных уравнений

4.3. Практические занятия

44.03.05 – Педагогическое образование с двумя профилями подготовки
(Направленность – Физика и математика)

Очная форма

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание практических занятий (с указанием часов)	Норматив времени, часы
<i>1 семестр</i>			32
P1	Алгебры	Понятие алгебры.	4
		Поле комплексных чисел	4
		Контрольная работа №1 (Рубеж 1)	2
P2	Матрицы и определители	Матрицы	2
		Определители	4
		Обратная матрица	2
P3	Системы линейных уравнений	Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса	4
		Решение систем n линейных уравнений с n неизвестными в матричном виде. Правило Крамера	2
		Рубеж № 2	2
P4	Многочлены от одной переменной	Многочлены от одной переменной над полем. Делимость многочленов.	2
		Корни многочлена. Теорема Безу.	2
		Приводимые и неприводимые многочлены.	2
<i>2 семестр</i>			32
P5	Многочлены над полями C, R, Q	Многочлены над полями комплексных, действительных и рациональных чисел	4
		Рубеж 3	2
P6	Линейные пространства	Линейные пространства.	4
		Подпространства.	3
		Исследование систем линейных уравнений	3
		Контрольная работа №2 (Рубеж 4)	2
P7	Линейные операторы	Линейные операторы векторных пространств.	4
		Собственные векторы и собственные значения.	4
P8	Евклидовы пространства	Евклидовы пространства	4
		Рубеж 5	2
<i>3 семестр</i>			32
P9	Алгебраические структуры	Группы	10
		Кольца	8
		Рубеж 6	2
		Поля	10
		Контрольная работа №3 (Рубеж 7)	2
<i>4 семестр</i>			32
P10	Аксиоматическая теория натуральных чисел	Система аксиом Пеано множества натуральных чисел	2
		Операции и отношения во множестве	3

		натуральных чисел	
		Рубеж 8	1
P11	Аксиоматическая теория целых чисел	Аксиоматическая теория целых чисел	2
		Теория делимости в кольце целых чисел	6
		Простые и составные числа	4
		Числовые функции	2
		Цепные дроби	2
		Рубеж 9	2
		Теория сравнений	3
		Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной	3
		Рубеж 10	2

Заочная форма

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание практических занятий (с указанием часов)	Норматив времени, часы
1 семестр			4
P1	Алгебры	Понятие алгебры.	-
		Поле комплексных чисел	1
P2	Матрицы и определители	Матрицы. Определители	1
		Обратная матрица	
P3	Системы линейных уравнений	Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса	1
		Решение систем n линейных уравнений с n неизвестными в матричном виде. Правило Крамера	1
2 семестр			4
P6	Линейные пространства	Линейные пространства.	1
		Подпространства.	-
		Исследование систем линейных уравнений	1
P7	Линейные операторы	Линейные операторы векторных пространств.	-
		Собственные векторы и собственные значения.	1
P8	Евклидовы пространства	Евклидовы пространства	1
3 семестр			4
P9	Алгебраические структуры	Группы	1
		Кольца	
		Поля	1
P4	Многочлены от одной переменной	Многочлены от одной переменной над полем. Делимость многочленов. Корни многочлена. Теорема Безу	1
		Приводимые и неприводимые многочлены.	-
P5	Многочлены от одной переменной над полями C, R, Q	Многочлены над полем комплексных, действительных и рациональных чисел	1
4 семестр			4

P10	Аксиоматическая теория натуральных чисел	Система аксиом Пеано множества натуральных чисел	1
		Операции и отношения во множестве натуральных чисел	-
P11	Аксиоматическая теория целых чисел	Аксиоматическая теория целых чисел	-
		Теория делимости в кольце целых чисел	1
		Простые и составные числа	1
		Числовые функции	-
		Цепные дроби	-
		Теория сравнений	1
		Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной	-

4.4. Контрольная работа

Учебным планом заочной формы обучения предусмотрена 1 контрольная работа в 3 семестре

Цель контрольных работ проверить знания, умения и навыки решения задач, осуществить коррекцию знаний студентов.

4.5. Курсовая работа

Курсовая работа – более глубокое исследование избранной проблемы определенной учебной дисциплины, это первая ступенька в овладении методикой исследовательской работы. Курсовая работа по алгебре и теории чисел выполняется студентами во четвертом семестре. Написание курсовой работы – составная часть учебного процесса, предполагающая самостоятельную работу студента.

Цели и задачи курсовой работы.

Цели курсовой работы: научная, познавательная, учебная, методическая.

Задачи курсовой работы:

- систематизация, закрепление и расширение теоретических знаний, полученных на лекциях и практических занятиях;

- привитие навыков самостоятельной работы по подбору литературы, работы с литературой из разных источников;

- изучение научной литературы, периодических изданий, справочных и статистических источников, законодательных актов и электронных ресурсов по интересующей проблеме;

- умение самостоятельно систематизировать и излагать знания, полученные в процессе изучения литературы, сделать обоснованные выводы;

- привитие навыков научно-исследовательской работы,

- углубление знаний по алгебре и теории чисел.

Курсовая работа должна содержать титульный лист, оглавление, введение, основную часть (две раздела), заключение, список литературы, приложения. Курсовая работа пишется и предоставляется на кафедру в сроки, соответствующие учебному плану.

Основные этапы работы при написании курсовой следующие:

- выбор темы;

- подбор литературы;

- изучение литературы;

- подготовка чернового варианта курсовой работы и представление его преподавателю для просмотра;

- устранение недоработок на основе замечаний и рекомендаций научного руководителя;

- оформление окончательного варианта курсовой работы, представление к защите;

- защита курсовой работы
 Научный руководитель определяет сроки соблюдения отдельных этапов выполнения курсовой работы.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Качественному освоению материалов лекций будет способствовать их конспектирование; при прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, на которых заостряет внимание преподаватель. В целях качественного освоения лекционных материалов лекции содержат элементы беседы, что обуславливает активность обучающихся в ходе лекционного занятия. Преподавателем запланировано использование при чтении лекций технологии учебной дискуссии. Поэтому рекомендуется фиксировать для себя интересные моменты с целью их активного обсуждения на дискуссии в конце лекции. Залогом качественного освоения лекционных материалов является их повторение. Выносимые на практические занятия вопросы конкретизируют содержание лекционного цикла. Практические занятия имеют целью углубление и закрепление знаний, полученных обучающимися на лекциях и в ходе самостоятельного изучения дисциплины. Подготовка к практическому занятию предполагает ответы на вопросы практического занятия, выполнение предложенных заданий, ответы на контрольные вопросы и решение задач. При подготовке к практическому занятию необходимо, прежде всего, обратиться к рекомендуемой учебной и научной литературе, в некоторых случаях и к справочной литературе.

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям (для очной формы обучения), выполнение контрольной работы (для заочной формы обучения), написание курсовой работы, подготовку к экзамену.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

Рекомендуемый режим самостоятельной работы

44.03.05 – Педагогическое образование с двумя профилями подготовки
 (Направленность – Физика и математика)

Очная форма

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	4 семестр
Углубленное изучение разделов, тем лекционного курса: - Матрицы и определители; - Системы линейных уравнений; - Многочлены от одной переменной; - Линейные пространства; - Линейные операторы; - Алгебраические структуры; - Аксиоматическая теория целых чисел	21	21	21	

Подготовка к практическим занятиям (по 2 часа на каждое занятие)	28	26	28	
Подготовка к рубежным контролям (по 2 часа на каждый рубеж)	4	6	4	3
Курсовая работа				14
Подготовка к экзамену	27	27	27	27
Всего:	80	80	80	44

44.03.05 – Педагогическое образование с двумя профилями подготовки (Направленность – Математика и информатика)

Заочная форма

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	4 семестр
Самостоятельное изучение разделов, тем дисциплины	99	101	83	29
Подготовка к практическим занятиям (по 4 часа на каждое занятие)	8	8	8	8
Выполнение контрольных работ			18	
Курсовая работа				36
Подготовка к экзамену	27	27	27	27
Всего:	134	136	136	100

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов в КГУ (для очной формы обучения).
2. Задания для рубежных контролей № 1-10 (очная форма обучения).
3. Варианты контрольной работы №1 (заочная форма обучения).
4. Перечень вопросов к экзамену.
5. Примерные темы курсовых работ.

6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине

№	Наименование	Содержание			
		<i>Распределение баллов за 1 семестр</i>			
I	Распределение баллов за семестр по видам учебной работы	Посещение лекций 1 балл	Практические занятия 1 балл	Рубеж 1 до 20 баллов Рубеж 2 до 20 баллов	Экзамен
		До 16	До 14	До 40	30
		<i>Распределение баллов за 2 семестр</i>			<i>Промежуточная аттестация</i>
		Посещение лекций 1 балл	Практические занятия 1 балл	Рубеж 3 до 13 баллов Рубеж 4 до 14 баллов Рубеж 5 до 14 баллов	Экзамен
		До 16	До 13	До 41	30
		<i>Распределение баллов за 3 семестр</i>			<i>Промежуточная аттестация</i>

		Посещение лекций 1 балл	Практические занятия 1 балл	Рубеж 6 до 20 баллов Рубеж 7 до 20 баллов	Экзамен	
		До 16	До 14	До 40	30	
		<i>Распределение баллов за 4 семестр</i>				<i>Промежуточная аттестация</i>
		Посещение лекций 1 балл	Практические занятия 1 балл	Рубеж 8 до 13 баллов Рубеж 9 до 14 баллов Рубеж 10 до 14 баллов	Экзамен	
		До 16	До 13	До 41	30	
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и экзамена	61-67 баллов – оценка 3 (посредственно) 68-73 балла – оценка 3 (удовлетворительно) 74-83 балла – оценка 4 (хорошо) 84-90 баллов – оценка 4 (очень хорошо) 91-100 баллов – оценка 5 (отлично)				
3	Критерий допуска к промежуточной аттестации по дисциплине (зачет, экзамен), возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине	1. Для получения допуска на экзамен нужно набрать не менее 50 баллов и выполнить все практические работы и рубежные контроли 2. Для получения экзаменационной оценки «автоматически» студенту необходимо набрать за семестр минимальное количество баллов: - 68 для получения «автоматически» оценки «удовлетворительно». По согласованию с преподавателем студенту, набравшему минимум 68 баллов, могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активное участие в работе на занятиях, оригинальность принятых решений в ходе выполнения практических работ и выставлена за экзамен «автоматически» оценка «хорошо» или «отлично».				
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра	В случае если к промежуточной аттестации набрана сумма менее 50 баллов студенту необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных практических работ. Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем): - выполнение и защита отчетов по пропущенным практическим занятиям (0,4 балла); - прохождение рубежного контроля (баллы в зависимости от рубежа) Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разницы в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.				

Распределение баллов для курсовой работы (4 семестр)

<i>Вид работы</i>	Выбор темы курсовой работы, подбор литературы, составление плана работы	Представление теоретической части работы	Представление практической части работы	Оформление работы	Защита курсовой работы
<i>Бальная оценка</i>	10	20	20	10	40
<i>Всего</i>	100 баллов				

6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в письменной форме. Перед проведением каждого рубежного контроля преподаватель прорабатывает со студентами основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии.

Преподаватель оценивает в баллах результаты письменной работы каждого студента и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Экзамен проводится в традиционной форме – в форме устного ответа на вопросы, включенные в перечень вопросов к экзамену. Время на подготовку к ответу на экзамене – 2 астрономических часа. Количество баллов по результатам экзамена зависит от полноты ответа на вопрос. Результаты текущего контроля успеваемости и экзамена заносятся

преподавателем в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день экзамена, а также выставляются в зачетную книжку студента.

6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена

44.03.05 – Педагогическое образование с двумя профилями подготовки (Направленность – Физика и математика)

Очная форма

Рубеж 1.

1. Выполните указанные действия в алгебраической форме:

а) $(-3 + 2i)(3 - 5i) + \frac{1 + 4i}{2 + 3i}$; б) $(-3 + i)^4$; в) $\sqrt{4 - 3i}$.

2. Вычислите:

а) $\sqrt[6]{-\sqrt{3} + i}$; б) $(\sqrt{3} - i)^8$; в) $\sqrt[5]{-\sqrt{3} - \sqrt{3}i}$.

3. Решите уравнение: $z^4 + 16 = 0$

4. Изобразите множество точек плоскости, удовлетворяющих условию:

$$\begin{cases} 0 < |z| \leq 4, \\ \frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Рубеж 2.

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 1, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -1, \\ 6x_1 + 13x_2 - 10x_3 - 7x_4 = 3, \\ 2x_1 - 23x_2 + 12x_3 - 13x_4 = -5, \\ x_1 + 9x_2 - 5x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

2. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A . $f(x) = x^2 - 2x + 3$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Решить систему в матричной форме:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 2, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 1. \end{cases}$$

4. Решить систему по правилу Крамера:

$$\begin{cases} 3x + 4y + 7z = -1, \\ -2x + 5y - 3z = 1, \\ 5x - 6y + 11z = -3. \end{cases}$$

Рубеж 3

1. Построить многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий старший коэффициент a и корни $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$
 $a_0 = 4 \quad \alpha_1 = 1 \quad \alpha_2 = 3 \quad \alpha_3 = 2i$
2. Зная, что число α является корнем многочлена $f(x)$ найти остальные его корни.

$$\alpha = 1 - 2i \quad f(x) = 2x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 5$$

3. Найти рациональные корни многочлена $f(x) = 8x^4 - 6x^3 - 7x^2 + 6x - 1$

4. Приводим ли многочлен $f(x)$ над полем \mathbb{Q} : $f(x) = 5x^{17} - 3x^5 + 6x + 12$

5. Пользуясь схемой Горнера, разложить дробь на простейшие: $\frac{x^5 - 3x^3 + 2x^2 - x + 5}{(x+2)^5}$

Рубеж 4

1. Выяснить образует ли множество всех векторов n -мерного пространства, у которых координаты с четными номерами равны нулю, подпространство \mathbb{R}^n .

$$\vec{e}_1 = (1, 0, 1) \quad \vec{f}_1 = (3, 4, -1)$$

$$\vec{e}_2 = (0, 1, 2) \quad \vec{f}_2 = (2, 3, -1)$$

2. Найти матрицу перехода от базиса (e) к базису (f) : $\vec{e}_3 = (2, 3, 7) \quad \vec{f}_3 = (4, 8, -3)$

3. Выяснить линейную зависимость системы векторов $\vec{a}_1 = (1, 1, 1, 1)$; $\vec{a}_2 = (1, -1, 1, -1)$; $\vec{a}_3 = (1, 3, 1, 3)$.

4. Найти базис и размерность подпространства решений однородной системы линейных

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 13x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - 10x_3 + 18x_4 = 0. \end{cases}$$

уравнений

Рубеж 5

1. Линейный оператор φ в базисе (e) имеет матрицу A . Найти матрицу этого

$$A_e^\varphi = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_1 = (1, 0, 1) \quad \vec{f}_1 = (3, 4, -1)$$

$$\vec{e}_2 = (0, 1, 2) \quad \vec{f}_2 = (2, 3, -1)$$

$$\vec{e}_3 = (2, 3, 7) \quad \vec{f}_3 = (4, 8, -3)$$

оператора в базисе (f) , если

2. Для матрицы A построить каноническое разложение и, пользуясь им, вычислить сотую

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -4 & 4 \\ -4 & 5 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

степень и корень квадратный из матрицы

3. Проверить линейную независимость и ортогонализировать систему векторов: $\alpha_1 = (1, -1, 1, 2)$; $\alpha_2 = (1, 1, 2, -1)$; $\alpha_3 = (2, 0, 3, 2)$.

Рубеж 6

1. Проверить является ли множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix}$, где $a, b \in \mathbb{Q}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ группой относительно умножения.
2. Доказать изоморфизм мультипликативных групп $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0, b \neq 0 \right\}$ и $G' = \{ a+bi, \text{ где } a \text{ и } b \in \mathbb{Q}, a \neq 0, b \neq 0 \}$.
3. Проверить, будет ли подгруппа $A = \{ 12n, n \in \mathbb{Z} \}$ нормальным делителем группы $B = \{ 4^m, m \in \mathbb{Z} \}$. Если да, то построить фактор-группу B/A .
4. Доказать, что множество $A = \{ 8k, k \in \mathbb{Z} \}$ есть подгруппа аддитивной группы целых чисел.
5. Найти порядок элемента $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ симметрической группы S_4 .

Рубеж 7

1. Докажите, что $(\mathbb{Q}, +, *)$ – поле, где $\forall a, b \in \mathbb{Q} a * b = 2ab$.
2. Докажите, что в упорядоченном поле справедливо неравенство: $a^4 + 6a^2b^2 + b^4 \geq 4a^3b + 4ab^3$.
3. Докажите, что изоморфны поле матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 5b & a \end{pmatrix}$ и поле упорядоченных пар (a, b) , в котором сложение \oplus и умножение \otimes определены по следующим правилам:
 $(a, b) \oplus (c, d) = (a + c, b + d)$,
 $(a, b) \otimes (c, d) = (ac + 5bd, ad + bc)$ где a, b – любые рациональные числа.

Рубеж 8

1. Укажите аксиомы Пеано, которые выполняются в предложенной структуре: $(P, '')$, где $P = \left\{ \frac{n+3}{2}, n \in \mathbb{N} \right\}$ и $\left(\forall \frac{n+3}{2} \in P \right) \left(\left(\frac{n+3}{2} \right)'' = \frac{n+3}{2} + 1 \right)$.
2. Докажите, что для всех натуральных n выполнено равенство:
 $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{1}{4} n(n+1)(n+2)(n+3)$.
3. Вычислите, пользуясь определением операций сложения и умножения во множестве натуральных чисел: $3+2$; $4*2$.
4. Докажите неразрешимость уравнения в натуральных числах, пользуясь аксиомами Пеано и определением операций сложения и умножения натуральных чисел $3x+1=2$.
5. Доказать, пользуясь аксиомами Пеано, определениями операций сложения и умножения, определением отношений $<$ и \leq , свойствами данных операций и отношений в $(\mathbb{N}, 1, ')$ $(\forall x, y \in \mathbb{N})(x \cdot 3 < y \cdot 3 \Leftrightarrow x < y)$.

Рубеж 9

1. Доказать, что разность между кубом натурального числа и самим числом делится на 2.
2. Найти линейное представление наибольшего общего делителя целых чисел 370 и 770.

3. С помощью канонического разложения найти НОД чисел 32176 и 162891.
4. Исследовать вопрос: является ли число 1093 простым
5. Сократить дробь $\frac{1043}{3427}$ с помощью разложения в непрерывную дробь.

6. Делимость целых чисел, свойства делимости.

Рубеж 10

1. Верны ли сравнения:

$$185 \equiv 5 \pmod{25} \quad 105 \equiv -16 \pmod{11} \quad 11 \equiv 4 \pmod{8}$$

2. Найти остаток от деления 117^{53} на 11.

3. Решить сравнения: $2x \equiv 5 \pmod{7}$, $27x \equiv 5 \pmod{33}$, $45x \equiv 95 \pmod{50}$.

4. Решить систему сравнений:
$$\begin{cases} 2x \equiv 3 \pmod{5}, \\ x \equiv 2 \pmod{7}, \\ 3x \equiv 4 \pmod{11}. \end{cases}$$

5. Решить уравнение: $10x + 13y = 27$.

6. Сравнение целых чисел по модулю. Свойства сравнений по модулю.

44.03.05 – Педагогическое образование с двумя профилями подготовки
(Направленность – Математика и информатика)

Заочная форма

Контрольная работа №1.

1. Построить многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий старший коэффициент a_0 и корни $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

$$a_0 = 4 \quad \alpha_1 = 1 \quad \alpha_2 = 3 \quad \alpha_3 = 2i$$

3. Зная, что число α является корнем многочлена $f(x)$ найти остальные его корни.

$$\alpha = 1 - 2i \quad f(x) = 2x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 5$$

4. Найти рациональные корни многочлена $f(x) = 8x^4 - 6x^3 - 7x^2 + 6x - 1$

5. Приводим ли многочлен $f(x)$ над полем \mathbb{Q} : $f(x) = 5x^{17} - 3x^5 + 6x + 12$?

6. Пользуясь схемой Горнера, разложить дробь на простейшие:
$$\frac{x^5 - 3x^3 + 2x^2 - x + 5}{(x+2)^5}$$
.

7. Проверить, является ли множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix}$, где a и $b \in \mathbb{Q}$,

$a \neq 0, b \neq 0$ одновременно, группой относительно умножения.

8. Доказать изоморфизм группы $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0, b \neq 0 \right\}$ по умножению и

группы $G' = \{ a + bi, \text{ где } a \text{ и } b \in \mathbb{Q}, a \neq 0, b \neq 0 \}$ по умножению.

9. Является ли кольцом множество L чисел вида $a + b\sqrt{3} + c\sqrt{5}$, $a, b, c \in Z$, относительно обычных операций сложения и умножения?

10. Докажите, что в упорядоченном поле справедливы следующие неравенства:
 $a^2 + b^2 + c^2 + 4 > 2(a + b + c)$.

Вопросы к экзамену

44.03.05 – Педагогическое образование с двумя профилями подготовки
(Направленность – Физика и математика)

Очная форма

1 семестр

1. Понятие бинарной алгебраической операции. Свойства операций. Примеры.
2. Понятие алгебры как множества с алгебраическими операциями. Примеры.
3. Группы. Виды групп. Свойства групп. Примеры.
4. Определение и примеры колец.
5. Определение поля. Примеры.
6. Поле комплексных чисел. Теорема о существовании поля комплексных чисел.
7. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
8. Тригонометрическая форма комплексного числа.
9. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме (умножение и деление).
10. Возведение комплексных чисел в целую степень. Формула Муавра.
11. Извлечение корней n -ой степени из комплексных чисел в тригонометрической форме. Двучленные уравнения.
12. Матрицы. Операций над матрицами и их свойства.
13. Перестановки из n элементов. Число перестановок из n элементов. Четные и нечетные перестановки. Теорема о транспозициях в перестановках. Подстановки n -ой степени.
14. Определение определителя n -го порядка. Определители 2-го и 3-го порядков.
15. Свойства, выражающие достаточные условия равенства определителя нулю.
16. Преобразования над строками определителя, не влияющие на его величину.
17. Преобразования над строками определителя, влияющие на его величину.
18. Миноры и алгебраические дополнения.
19. Теорема об определителе, в котором все элементы какой-либо строки, кроме одного, равны нулю.
20. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца, следствие из нее.
21. Обратная матрица, ее вычисление.
22. Матричные уравнения.
23. Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем.
24. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
25. Решение системы n линейных уравнений с n неизвестными в матричном виде.
26. Правило Крамера.
27. Кольцо многочленов от одного неизвестного над полем.
28. Теорема о делении с остатком.
29. Делимость многочленов, свойства делимости.
30. НОД двух и нескольких многочленов. Алгоритм Евклида.
31. Взаимно простые многочлены и их свойства.
32. Деление многочлена на линейный двучлен. Схема Горнера.
33. Теорема Безу, следствие из нее.

34. Корни многочлена. Число корней многочлена n степени.
35. Приводимые и неприводимые многочлены над полем. Свойства неприводимых многочленов.
36. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых над полем многочленов.
37. Производная многочлена. Теорема о K -кратном корне многочлена.
38. Формула Тейлора. Схема вычисления значений многочлена и его производных.

2 Семестр

1. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Свойства многочленов над полем комплексных чисел.
2. Многочлены над полем действительных чисел. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
3. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных чисел.
4. Критерий Эйзенштейна.
5. Целые и рациональные корни многочлена (первое необходимое условие существования рациональных корней).
6. Целые и рациональные корни многочлена (второе необходимое условие существования рациональных корней).
7. Определение и примеры линейных пространств.
8. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости.
9. Размерность и базис линейного пространства.
10. Координаты вектора в заданном базисе.
11. Изоморфизм линейных пространств. Теоремы о изоморфизмах линейных пространств.
12. Подпространство линейного пространства. Критерий подпространства.
13. Линейная оболочка и ранг систем векторов.
14. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма.
15. Ранг матрицы, вычисление ранга матрицы.
16. Критерий совместности системы линейных уравнений.
17. Связь решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений.
18. Линейные операторы векторных пространств, их задание матрицами.
19. Образ, ранг, ядро и дефект линейного оператора.
20. Действия над линейными операторами.
21. Матрицы оператора в различных базисах.
22. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения.
23. Алгоритм приведения матрицы к диагональному виду.
24. Евклидовы векторные пространства (определение и примеры). Свойства скалярного произведения.
25. Длина вектора и угол между векторами. Нормированные векторы.
26. Ортонормированные базисы, процесс ортогонализации.
27. Ортогональное дополнение и ортогональная проекция вектора на подпространство.
28. Изоморфизм евклидовых пространств.
29. Линейный оператор, сопряженный к данному.
30. Симметрические линейные операторы.
31. Ортогональные линейные операторы.

3 семестр

1. Отношение эквивалентности. Разбиение множества.
2. Бинарная операция. Типы бинарных операций.
3. Полугруппа. Типы полугрупп, примеры.
4. Определение и примеры групп. Подгруппа.
5. Циклические группы, примеры. Порядок элемента.

6. Теорема о порядке циклической группы.
7. Изоморфизм групп. Свойства изоморфизма.
8. Теорема об изоморфизме циклических групп.
9. Теорема Кэли.
10. Гомоморфизмы групп. Примеры.
11. Смежные классы по подгруппе. Теорема о разбиении.
12. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Следствия из теоремы Лагранжа.
13. Нормальные делители.
14. Факторгруппа. Свойства факторгрупп.
15. Определение и примеры колец.
16. Свойства колец.
17. Кольцо классов вычетов.
18. Гомоморфизмы колец.
19. Типы колец. Область целостности.
20. Обратимые элементы в кольце. Группа обратимых элементов.
21. Делимость в кольцах. Свойства делимости
22. Идеалы кольца. Примеры, виды идеалов.
23. Главные идеалы кольца, их свойства.
24. Евклидовы кольца. Кольца главных идеалов.
25. Определение и примеры полей. Свойства полей.
26. Упорядоченные поля.
27. Подполе. Простое поле Характеристика поля.

4 семестр

1. Делимость целых чисел, свойства делимости. Теорема о делении с остатком.
2. Наибольший общий делитель двух целых чисел. Алгоритм Евклида.
3. Свойства наибольшего общего делителя двух целых чисел. НОД нескольких чисел.
4. Наименьшее общее кратное двух целых чисел. Теорема о связи НОД и НОК двух целых чисел. Свойства НОК двух целых чисел, НОК нескольких чисел.
5. Взаимно простые числа, их свойства.
6. Простые и составные числа. Свойства простых чисел. Теорема о наименьшем простом делителе натурального числа.
7. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Решето Эратосфена. Теорема об интервалах.
8. Теорема о существовании и единственности разложении натурального числа на простые множители.
9. Числовые функции. Число натуральных делителей натурального числа.
10. Числовые функции. Сумма натуральных делителей натурального числа.
11. Числовые функции. Функция Эйлера.
12. Конечные цепные дроби. Теорема о представлении рационального числа в виде конечной цепной дроби.
13. Подходящие дроби цепной дроби. Закон составления подходящих дробей. Подходящие дроби, их свойства (доказать свойства, связанные с подходящими дробями четного и нечетного порядков).
14. Подходящие дроби, их свойства (доказать свойства, связанные с оценкой погрешности при замене рационального числа подходящей дробью).
15. Сравнение целых чисел по модулю. Свойства сравнений по модулю. Действия над сравнениями.
16. Кольцо классов вычетов по модулю. Полная система вычетов по модулю. Теоремы о полной системе вычетов.
17. Классы вычетов, взаимно простые с модулем. Приведенная система вычетов. Теорема о приведенной системе вычетов.
18. Теоремы Эйлера и Ферма. Следствие из теоремы Ферма.

19. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Число решений (случай, когда сравнение имеет единственное решение, не имеет решений).
20. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Число решений (случай, когда сравнение имеет d решений).
21. Способы решений сравнений первой степени. Использование цепных дробей при решении сравнений первой степени.
22. Решение неопределенных уравнений в целых числах. Системы сравнений первой степени.
23. Система аксиом Пеано множества натуральных чисел.
24. Определение операции сложения во множестве натуральных чисел. Теорема о существовании операции сложения.
25. Определение операции умножения во множестве натуральных чисел. Теорема о существовании операции умножения.
26. Определение операции вычитания во множестве натуральных чисел. Необходимое и достаточное условие существования разности двух натуральных чисел.
27. Определение операции деления во множестве натуральных чисел. Достаточное условие существования частного двух натуральных чисел.
26. Определение отношения порядка во множестве натуральных чисел. Теорема о свойствах неравенств во множестве натуральных чисел.

44.03.05 – Педагогическое образование с двумя профилями подготовки
(Направленность – Математика и информатика)

Заочная форма

1 семестр

1. Понятие бинарной алгебраической операции. Свойства операций. Примеры.
2. Понятие алгебры как множества с алгебраическими операциями. Примеры.
3. Группы. Виды групп. Свойства групп. Примеры.
4. Определение и примеры колец.
5. Определение поля. Примеры.
6. Поле комплексных чисел. Теорема о существовании поля комплексных чисел.
7. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
8. Тригонометрическая форма комплексного числа.
9. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме (умножение и деление).
10. Возведение комплексных чисел в целую степень. Формула Муавра.
11. Извлечение корней n -ой степени из комплексных чисел в тригонометрической форме. Двучленные уравнения.
12. Матрицы. Операции над матрицами и их свойства.
13. Перестановки из n элементов. Число перестановок из n элементов. Четные и нечетные перестановки. Теорема о транспозициях в перестановках. Подстановки n -ой степени.
14. Определение определителя n -го порядка. Определители 2-го и 3-го порядков.
15. Свойства, выражающие достаточные условия равенства определителя нулю.
16. Преобразования над строками определителя, не влияющие на его величину.
17. Преобразования над строками определителя, влияющие на его величину.
18. Миноры и алгебраические дополнения.
19. Теорема об определителе, в котором все элементы какой-либо строки, кроме одного, равны нулю.
20. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца, следствие из нее.

21. Обратная матрица, ее вычисление.
22. Матричные уравнения.
23. Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем.
24. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
25. Решение системы n линейных уравнений с n неизвестными в матричном виде.
26. Правило Крамера.

2 семестр

1. Определение и примеры линейных пространств.
2. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости.
3. Размерность и базис линейного пространства.
4. Координаты вектора в заданном базисе.
5. Изоморфизм линейных пространств. Теоремы о изоморфизмах линейных пространств.
6. Подпространство линейного пространства. Критерий подпространства.
7. Линейная оболочка и ранг систем векторов.
8. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма.
9. Ранг матрицы, вычисление ранга матрицы.
10. Критерий совместности системы линейных уравнений.
11. Связь решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений.
12. Линейные операторы векторных пространств, их задание матрицами.
13. Образ, ранг, ядро и дефект линейного оператора.
14. Действия над линейными операторами.
15. Матрицы оператора в различных базисах.
16. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения.
17. Алгоритм приведения матрицы к диагональному виду.
18. Евклидовы векторные пространства (определение и примеры). Свойства скалярного произведения.
19. Длина вектора и угол между векторами. Нормированные векторы.
20. Ортонормированные базисы, процесс ортогонализации.
21. Ортогональное дополнение и ортогональная проекция вектора на подпространство.
22. Изоморфизм евклидовых пространств.
23. Линейный оператор, сопряженный к данному.
24. Симметрические линейные операторы.
25. Ортогональные линейные операторы.

3 семестр

1. Отношение эквивалентности. Разбиение множества.
2. Бинарная операция. Типы бинарных операций.
3. Полугруппа. Типы полугрупп, примеры.
4. Определение и примеры групп. Подгруппа.
5. Циклические группы, примеры. Порядок элемента.
6. Теорема о порядке циклической группы.
7. Изоморфизм групп. Свойства изоморфизма.
8. Теорема об изоморфизме циклических групп.
9. Теорема Кэли.
10. Гомоморфизмы групп. Примеры.
11. Определение и примеры колец.
12. Свойства колец.
13. Кольцо классов вычетов.
14. Гомоморфизмы колец.
15. Типы колец. Область целостности.
16. Обратимые элементы в кольце. Группа обратимых элементов.

17. Делимость в кольцах. Свойства делимости
18. Определение и примеры полей. Свойства полей.
19. Упорядоченные поля.
20. Поле Z_p .
21. Подполе. Характеристика поля.
22. Кольцо многочленов от одного неизвестного над полем.
23. Теорема о делении с остатком.
24. Делимость многочленов, свойства делимости.
25. НОД двух и нескольких многочленов. Алгоритм Евклида.
26. Взаимно простые многочлены и их свойства.
27. Деление многочлена на линейный двучлен. Схема Горнера.
28. Теорема Безу, следствие из нее.
29. Корни многочлена. Число корней многочлена n степени.
30. Приводимые и неприводимые многочлены над полем. Свойства неприводимых многочленов.
31. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых над полем многочленов.
32. Производная многочлена. Теорема о K -кратном корне многочлена.
33. Формула Тейлора. Схема вычисления значений многочлена и его производных.
34. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Свойства многочленов над полем комплексных чисел.
35. Многочлены над полем действительных чисел. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами.
36. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных чисел.
37. Критерий Эйзенштейна.
38. Целые и рациональные корни многочлена (первое необходимое условие существования рациональных корней).
Целые и рациональные корни многочлена (второе необходимое условие существования рациональных корней).

4 семестр

1. Делимость целых чисел, свойства делимости. Теорема о делении с остатком.
2. Наибольший общий делитель двух целых чисел. Алгоритм Евклида.
3. Свойства наибольшего общего делителя двух целых чисел. НОД нескольких чисел.
4. Наименьшее общее кратное двух целых чисел. Теорема о связи НОД и НОК двух целых чисел. Свойства НОК двух целых чисел, НОК нескольких чисел.
5. Взаимно простые числа, их свойства.
6. Простые и составные числа. Свойства простых чисел. Теорема о наименьшем простом делителе натурального числа.
7. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Решето Эратосфена. Теорема об интервалах.
8. Теорема о существовании и единственности разложении натурального числа на простые множители.
9. Числовые функции. Число натуральных делителей натурального числа.
10. Числовые функции. Сумма натуральных делителей натурального числа.
11. Числовые функции. Функция Эйлера.
12. Конечные цепные дроби. Теорема о представлении рационального числа в виде конечной цепной дроби.
13. Подходящие дроби цепной дроби. Закон составления подходящих дробей. Подходящие дроби, их свойства (доказать свойства, связанные с подходящими дробями четного и нечетного порядков).

14. Подходящие дроби, их свойства (доказать свойства, связанные с оценкой погрешности при замене рационального числа подходящей дробью).
15. Сравнение целых чисел по модулю. Свойства сравнений по модулю. Действия над сравнениями.
16. Кольцо классов вычетов по модулю. Полная система вычетов по модулю. Теоремы о полной системе вычетов.
17. Классы вычетов, взаимно простые с модулем. Приведенная система вычетов. Теорема о приведенной системе вычетов.
18. Теоремы Эйлера и Ферма. Следствие из теоремы Ферма.
19. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Число решений (случай, когда сравнение имеет единственное решение, не имеет решений).
20. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Число решений (случай, когда сравнение имеет d решений).
21. Способы решений сравнений первой степени. Использование цепных дробей при решении сравнений первой степени.
22. Решение неопределенных уравнений в целых числах. Системы сравнений первой степени.
23. Система аксиом Пеано множества натуральных чисел.
24. Определение операции сложения во множестве натуральных чисел. Теорема о существовании операции сложения.
25. Определение операции умножения во множестве натуральных чисел. Теорема о существовании операции умножения.
26. Определение операции вычитания во множестве натуральных чисел. Необходимое и достаточное условие существования разности двух натуральных чисел.
27. Определение операции деления во множестве натуральных чисел. Достаточное условие существования частного двух натуральных чисел.
28. Определение отношения порядка во множестве натуральных чисел. Теорема о свойствах неравенств во множестве натуральных чисел.

Примерные темы курсовых работ

1. Решение алгебраических уравнений в радикалах.
2. Алгебраические числа.
3. Некоторые диофантовы уравнения.
4. Арифметика некоторых числовых колец и оказательство большой теоремы Ферма для показателя 3
5. Некоторые алгебраические доказательства неравенства между арифметическим и геометрическим средними.
6. Неравенство Коши-Буняковского и связанные с ним оценки.
7. Полиномиальные матрицы.
8. Линейные коды.
9. Применение комплексных чисел в элементарной геометрии.
10. Алгебра кватернионов и её геометрические приложения.
11. Числа Фибоначчи.
12. Системы линейных неравенств.
13. Треугольник Паскаля: его свойства и приложения.

6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1. Основная учебная литература

1. Введение в алгебру. Часть I. Основы алгебры [Электронный ресурс]: Учеб. для вузов. / Кострикин А.И. - 2-е изд., исправл. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 272 с. – Доступ из ЭБС «Консультант студента»
2. Линейная алгебра в вопросах и задачах [Электронный ресурс] : Учеб. пособие / Под ред. В.Ф. Бутузова. - 2-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. -248 с. – Доступ из ЭБС «Консультант студента»

7.2. Дополнительная литература

1. Алгебраические структуры и их приложения [Электронный ресурс] / Зяблицева Л.В., Корабельщикова С.Ю., Кузнецова И.В., Тихомиров С.А. - Архангельск : ИД САФУ, 2015. – 169 с. – Доступ из ЭБС «Консультант студента»

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Шатных О.Н. Алгебра (Часть 1). Материалы для практических занятий и самостоятельной работы студентов факультета « Математики и информационные технологии» направлений 010100 «математика», 050100 «Педагогическое образование» профиль «Математическое образование». – Курган, Изд-во КГУ, 2014
2. Шатных О.Н. Алгебра (Часть 2). Материалы для практических занятий и самостоятельной работы для студентов направлений 010301 и 44.03.01. – Курган, Изд-во КГУ, 2015
3. Шатных О.Н. Алгебра (Часть 3). Материалы для практических занятий и самостоятельной работы студентов факультета «Математики и информационные технологии». – Курган, Изд-во КГУ, 2016
4. Шатных О.Н. Группы. Кольца. Поля. Методические указания и материалы для практических занятий по алгебре со студентами специальности 010100 «математика». – Курган, Изд-во КГУ, 2012.
5. Хмеляр О.Н. Многочлены от одной переменной. Методические указания и материалы для практических занятий по дисциплине «Алгебра» со студентами направлений 01.03.01 («Математика») и 44.03.05 («Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки)). - Курган: Издательство Курганского государственного университета, 2018.

9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Интернет-ресурс	Краткое описание
http://en.edu.ru/	Портал является составной частью федерального портала "Российское образование". Содержит ресурсы и ссылки на ресурсы по естественно-научным дисциплинам (физика, математика, химия и биология).
http://www.edu.ru/	Федеральный портал «Российское образование»
http://www.msu.ru	Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

При чтении лекций используются слайдовые презентации.

Минимальные требования к операционной системе и программному обеспечению компьютера, используемого при показе слайдовых презентаций: Windows XP, Foxit Reader Pro версия 1.3.

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Мультимедийное оборудование (переносной персональный компьютер, мультимедийный проектор, мультимедийный экран).

Аннотация к рабочей программе дисциплины
«Алгебра и теория чисел»

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата

44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность:
Физика и математика
Математика и информатика

Трудоемкость дисциплины: 15 ЗЕ (540 академических часов)

Семестр: 1-4

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Содержание дисциплины

Алгебры. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. Многочлены от одной переменной. Многочлены над полем комплексных, действительных и рациональных чисел. Линейные пространства. Линейные операторы. Евклидовы векторные пространства. Ортогональные операторы. Алгебраические структуры. Аксиоматическая теория натуральных чисел. Аксиоматическая теория целых чисел.