Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Курганский государственный университет
(КГУ)
Кафедра «Фундаментальная математика»

УТВЕРЖДАЮ
Первый проректор
/Змызгова Т.Р./
« » август 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

образовательной программы высшего
образования – программы бакалавриата

01.03.01 – Математика

Направленность (профиль) "Математическое и программное обеспечение экономической деятельности»

Формы обучения: очная

Курган 2022 г.

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с учебным планом по программе бакалавриата «Математика» (Математическое и программное обеспечение экономической деятельности)

утвержденным для очной формы обучения - 30.08.2022 г.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Фундаментальная математика»

«31» августа 2022 г., протокол № 1

Рабочую программу составил:
к.п.н., доцент кафедры ФМ _______________Т.Н. Михащенко

Согласовано:

Заведующий кафедрой ФМ _______________М.В. Гаврильчик

Специалист по учебно-методической работе учебно-методического отдела _______________Г.В.Казанкова

Начальник управления образовательной деятельности _______________И.В. Григоренко

1.ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

всего: 29 зачетных единиц (1044 академических часа)
очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	семестр			
		1	2	3	4
Аудиторные занятия:	456	120	120	120	96
Лекции	228	60	60	60	48
Практические занятия	228	60	60	60	48
Самостоятельная работа, всего часов, в том числе	588	168	168	132	120
Контрольная работа	72	18	18	18	18
Подготовка к экзамену	108	27	27	27	27
Другие виды самостоятельной работы	408	123	123	87	75
Вид промежуточной аттестации	экзамен	экзамен	экзамен	экзамен	экзамен
Общая трудоемкость дисциплины	1044	288	288	252	216

2.МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части дисциплин. Логически и содержательно - методически «Математический анализ» взаимосвязан с другими профессиональными дисциплинами: алгеброй, геометрией, теорией функций комплексной переменной, дифференциальными уравнениями, теорией вероятностей, численными методами, учебной и производственной практиками, являясь базой для многих из них, используя понятия и методы некоторых из них.

Освоение «Математического анализа» должно опираться на прочную базу знаний, умений и навыков, приобретенных студентами школьном курсе математики вообще и в курсе «Алгебра и начала анализа» в частности

Дисциплина «Математический анализ» предшествует изучению теории функций комплексного переменного, функционального анализа, дифференциальных уравнений, численных методов, теории вероятностей, поэтому глубокое и прочное усвоение его методов способствует успешному усвоению этих дисциплин и успешному прохождению практик.

3.ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью освоения дисциплины «Математический анализ» является получение фундаментального математического образования и получения фундаментального образования вообще, способствующего развитию личности, подготовке квалифицированного математика, способного применить знания из математического анализа в различных областях науки и ее приложений

Задачами освоения дисциплины «Математический анализ» являются:

-освоение основных понятий и их свойств;

-овладение фундаментальными понятиями математического анализа, свойствами понятий, основными исчислениями объектов математического анализа;

-овладение методами и приемами решения конкретных задач из различных областей математики;

-формирование навыков применения математического анализа для исследования в различных областях математики, физики, химии, биологии;

-формирование умения выделять конкретное математическое содержание в прикладных задачах учебной и профессиональной деятельности.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

-Знать основные понятия математического анализа, их свойства, взаимосвязи между ними и взаимосвязи с другими математическими дисциплинами (ОПК-1);

-Знать методы доказательства утверждений математического анализа , логические связи между различными разделами математического анализа(ОПК-1);

-Знать методы математического и алгоритмического моделирования для выхода в другие математические дисциплины и их приложения (ОПК-1);

-Уметь решать практико-ориентированные задачи на основе использования базовых знаний математического анализа и его методов (ОПК-1);

-Уметь построить математическую модель нематематической задачи (ОПК-1);

- Владеть способностью строить формальные модели, выбирать и применять соответствующие им методы математического анализа для решения задач и интерпретировать результаты (ОПК-1).

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем	
			Лекции	Практические занятия
		Iсеместр	60	60
Рубеж 1	Р1	Предел функции	30	30
Рубеж 2	Р2	Производная функции	20	20
	Р3	Применение производной для исследования функции	10	10
		II семестр	60	60
Рубеж 3	Р4	Неопределенный интеграл (методы интегрирования)	20	20
	Р5	Определенный интеграл, его свойства и вычисление	10	10
	Р6	Приложения определенного интеграла	14	14
Рубеж 4	Р7	Числовые ряды	6	6
	Р8	Функциональные ряды и их применение	10	10
		III семестр	60	60
Рубеж 5	Р9	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	30	30
Рубеж 6	Р10	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	30	30
		IV семестр	48	48
Рубеж 7	Р11	Интегралы по поверхности	12	12
	Р12	Элементы теории поля	12	12
	Р13	Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра	10	10
Рубеж 8	Р14	Ряды Фурье	14	14

4.2. Содержание лекционных занятий

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание лекции	Трудоемкость,часы
I СЕМЕСТР			
Р1	Предел функции	Множество действительных чисел: рациональные числа, необходимость расширения множества рациональных чисел, иррациональные числа, изображение действительных чисел бесконечными десятичными дробями, аксиоматика множества действительных чисел.	2
		Ограниченные и неограниченные числовые множества: ограниченность множества сверху, снизу; ограниченность, неограниченность, границы множеств, окрестности точек, промежутки.	2
		Модуль действительного числа и его свойства: понятие модуля действительного числа, геометрический смысл; свойства модуля действительного числа; расстояние между точками на прямой.	2
		Действительная функция действительной переменной: понятие соответствия между множествами, отображение множеств, функция, числовая функция, действительная функция действительной переменной; область определения, множество значений, способы задания, сужение функции, композиция функций, обратная функция.	2
		Классификация функций по аналитическим выражениям и свойствам: целые рациональные, дробно- рациональные функции, иррациональные функции, алгебраические, трансцендентные функции; монотонные, ограниченные, четные и нечетные функции, периодические функции.	2
		Последовательности и их свойства: понятие последовательности, способы задания, примеры последовательностей; монотонные последовательности, ограниченные последовательности.	2
		Предел последовательности: определение, геометрический смысл, сходящиеся и расходящиеся последовательности, их свойства.	2
		Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела, предел подпоследовательности, ограниченность сходящейся последовательности, сохранение знака, предельный переход в равенстве, предельный переход в неравенстве, предел промежуточной последовательности, предел ограниченной последовательности, число «*e*».	2
		Виды неопределенностей и их раскрытие: теоремы о пределе суммы, произведения и частного сходящихся последовательностей; неопределенности вида $(\frac{0}{0})$, $(\frac{\infty}{\infty})$, $(\infty-\infty)$, $(0*\infty)$, (1^{∞}); бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.	2
		Предел функции: предел функции в конечной точке, на бесконечности, бесконечные пределы. Определения по Гейне и Коши, их эквивалентность.	2

		Теоремы о пределах функций. Виды неопределенностей и их раскрытие: бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства; теоремы о пределе суммы, произведения и частного функций; неопределенности вида $(\frac{0}{0})$, $(\frac{\infty}{\infty})$, $(\infty\text{-}\infty)$, $(0\times\infty)$, (∞^0), $(0^0), (1^\infty)$; замечательные пределы. Теоремы об эквивалентных функциях.	2
		Непрерывность функции в точке: понятие непрерывности функции в точке, теоремы о непрерывных функциях, непрерывность сложной функции; непрерывность различных функций; свойства функций, непрерывных в точке; точки разрыва и их классификация; исследование функций на непрерывность и построение графиков.	2
		Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность на отрезке; достижение верхних (нижних) границ; обращение в нуль; о промежуточных значениях; применение свойств для решения задач.	2
		Обратная функция. Теорема существования обратной функции: понятие обратимой функции, понятие обратной функции. Условия обратимости функции. Теорема существования и непрерывности обратной функции. Существование корня n-ой степени из неотрицательного числа; существование и непрерывность обратных тригонометрических функций.	2
		Показательная, логарифмическая, степенная функции: определения, пределы, непрерывность, графики, применение.	2
Р2	Производная функции	Производная функции: определение, вывод формул для нахождения производных основных функций (таблица производных).	4
		Дифференцируемые функции и их свойства: понятие дифференцируемости функции в точке; связь дифференцируемости с существованием производной и непрерывностью. Теоремы о дифференцируемости суммы, произведения и частного. Производная сложной функции.	4
		Производная обратной функции. Логарифмическое дифференцирование: вывод формулы для дифференцирования обратной функции; логарифмическое дифференцирование и его использование для нахождения производной показательно-степенной функции.	4
		Дифференциал функции и его применение: дифференциал функции, его геометрический и физический смысл; дифференциал сложной функции, инвариантность формы дифференциала, применение дифференциала в приближенных вычислениях.	4
		Производные и дифференциалы высших порядков: определения, свойства, нахождение; нарушение инвариантности формы дифференциала второго и т. д. порядков.	4
Р3	Применение производной для исследования функций	Теоремы о среднем дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, их геометрический смысл, использование для решения задач.	2

		Вычисление пределов с помощью производных: правила Лопиталя для раскрытия неопределенностей $(\frac{0}{0})$, $(\frac{\infty}{\infty})$, $(\infty-\infty)$, $(0\times\infty)$, (∞^0), (0^0), (1^∞).	2
		Исследование функций на монотонность и экстремумы: условие постоянства функции, необходимые и достаточные условия монотонности функции на промежутке; необходимые условия экстремума; достаточные условия экстремума; доказательство неравенств и тождеств с помощью производной.	2
		Исследование функции на выпуклость, вогнутость и перегиб: достаточные условия выпуклости (вогнутости) функции на промежутке; необходимые условия точки перегиба; достаточное условие точки перегиба; асимптоты, полное исследование функции.	2
		Наименьшее и наибольшее значения функции: понятие, сравнение наименьшего и наибольшего значений функции на промежутке с минимумом и максимумом; нахождение $\min_{[a,b]} f(x)$, $\max_{[a,b]} f(x)$; задачи на оптимизацию.	2
II СЕМЕСТР			
Р4	Неопределенный интеграл (методы интегрирования)	Первообразная и неопределенный интеграл: понятие и основное свойство первообразной; неопределенный интеграл, его свойства, правила вычисления, таблица интегралов, непосредственное интегрирование.	4
		Методы интегрирования: интегрирование по частям и заменой переменной в неопределенном интеграле.	4
		Интегрирование рациональных функций: интегрирование целых рациональных функций; разложение правильной рациональной дроби на простейшие; метод неопределенных коэффициентов; интегрирование простейших дробей четырех типов.	4
		Интегрирование иррациональных функций: интегралы вида $\int R\left(x, \sqrt[n]{ax+b}\right)dx$; $\int R\left(x, \sqrt[k_1]{ax+b}, \sqrt[k_2]{ax+b}, \dots, \sqrt[k_n]{ax+b},\right)dx$; $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)dx$; $\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right)dx$; $\int x^m(a+bx^n)^p dx$.	4
		Интегрирование трансцендентных функций: интегралы вида $\int R(\sin x, \cos x)dx$; $\int R(tgx)dx$; $\int(\sin x)^m \cdot (\cos x)^n dx$; $\int \sin\alpha x \cdot \cos\beta x\, dx$; универсальная тригонометрическая подстановка.	4
Р5	Определенный интеграл, его свойства и вычисление	Определенный интеграл: задачи, приводящие к понятию; понятие определенного интеграла, геометрический смысл; условия существования; свойства определенного интеграла.	4
		Вычисление определенного интеграла: интеграл с переменным верхним пределом, его свойства; формула Ньютона-Лейбница; замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.	4
		Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами интегрирования; интегралы от неограниченных функций; их вычисление.	2

Р6	Приложения определенного интеграла	Вычисление площадей плоских фигур: понятие квадрируемости фигуры; условия квадрируемости; вычисление площади фигуры в декартовых и полярных координатах.	4
		Вычисление объема тела: понятие кубируемости тела; условия кубируемости; вычисление объема тела по площадям параллельных сечений; вычисление объема тела вращения.	4
		Вычисление длины дуги кривой: понятие спрямляемости дуги; вычисление длины дуги в декартовых и полярных координатах.	2
		Вычисление площади поверхности вращения: понятие площади поверхности вращения; вычисление площади в декартовых и полярных координатах.	2
		Физические приложения определенного интеграла: вычисление статических моментов дуг и пластинок; вычисление координат центра масс дуг и пластинок; вычисление работы переменной силы; вычисление давления на поверхность.	2
Р7	Числовые ряды	Числовые ряды: понятие числового ряда, n-я частичная сумма ряда, сумма ряда; сходимость и расходимость ряда; необходимое условие сходимости ряда; умножение ряда на число; сложение рядов; сходимость ряда и его остатка. Геометрический ряд. Гармонический ряд.	2
		Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами: критерий сходимости ряда с положительными членами. Признаки: сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Маклорена-Коши.	2
		Ряды с произвольными членами: знакопеременные ряды, знакочередующиеся ряды; признак Лейбница для сходимости знакочередующегося ряда; достаточное условие сходимости знакопеременного ряда; абсолютная и условная сходимость рядов.	2
Р8	Функциональные ряды и их применение	Функциональные ряды: понятие; точка сходимости; область сходимости; абсолютная сходимость; равномерная сходимость; свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.	2
		Степенные ряды: понятие; теорема Абеля; вид области сходимости; свойства степенных рядов и их использование для нахождения сумм рядов.	2
		Формула Тейлора и ее применение: формула Тейлора для многочлена; формула Тейлора для произвольной функции с дополнительным членом в одной из форм; формулы Маклорена для функций: e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$; применение формулы Тейлора для приближенных вычислений.	2
		Разложение функций в степенные ряды: понятие; единственность разложения; ряд Тейлора, коэффициенты Тейлора; необходимое условие разложимости функции в ряд Тейлора; критерий разложимости функции в ряд Тейлора; разложение в ряд Маклорена функций: e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$. Косвенные приемы и методы разложения функций в степенные ряды.	2
		Применение рядов Тейлора: приближенное вычисление значений функций, определенных интегралов, чисел «e» и «π», логарифмов.	2

III СЕМЕСТР			
Р9	Дифференциальное исчисление функций многих переменных	Метрические пространства: понятие метрического пространства; примеры метрических пространств; предел последовательности точек в метрических пространствах; сходимость в пространствах R^n и $C_{[a;b]}$.	2
		Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах: виды точек в метрических пространствах; открытые и замкнутые множества и их свойства.	2
		Непрерывные отображения метрических пространств: предел отображения; непрерывность отображения в точке и на множестве; свойства непрерывных отображений в точке; непрерывность композиции отображений.	2
		Свойства функций на связных и компактных множествах: понятие связности и компактности множеств в метрических пространствах; свойства функций, непрерывных на связных и компактных множествах.	2
		Действительные функции нескольких действительных переменных: понятие; область определения и множество значений; способы задания; графическое изображение функции двух переменных; линии уровня; поверхности уровня.	2
		Предел и непрерывность функции нескольких переменных: определения; геометрический смысл; свойства функций, непрерывных в точке; свойства функций, непрерывных на замкнутых ограниченных областях.	2
		Дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных: частные производные; необходимые и достаточные условия дифференцируемости; дифференциал, его геометрический смысл для функции двух переменных.	2
		Дифференцирование сложной функции: дифференцирование сложной функции; инвариантность формы дифференциала; применение дифференциала в приближенных вычислениях.	2
		Производные и дифференциалы высших порядков: понятия; обозначения; символическая запись дифференциала любого порядка; нарушение инвариантности формы у дифференциалов высших порядков.	2
		Формула Тейлора для функции двух переменных: вывод и применения.	2
		Неявные функции и их дифференцирование: понятие; условия существования; дифференцирование неявных функций одной и нескольких переменных.	2
		Производная по направлению: понятие; существование; связь с градиентом; касательная плоскость и нормаль к поверхности.	2
		Экстремумы функций нескольких переменных: понятие; необходимые условия; достаточные условия; правило отыскания экстремума.	2
		Условные экстремумы: понятие; условия существования; способы отыскания.	2

		Наименьшее и наибольшее значения функции в области: понятие; сравнение с максимумом и минимумом; нахождение; задачи на оптимизацию.	2
Р10	Интегральное исчисление функций многих переменных	Двойной интеграл: понятие; свойства; вычисление; условия существования.	4
		Замена переменных в двойном интеграле: отображение областей; криволинейные координаты; замена переменных в двойном интеграле; двойной интеграл в полярных координатах.	4
		Приложения двойного интеграла: вычисление площади плоской фигуры; объема тела; площади поверхности; массы пластинки; статических моментов пластинки; координат центра масс пластинки; моментов инерции пластинки.	4
		Тройной интеграл и его применение: понятие; свойства; условия существования; вычисление; вычисление объема тела; массы тела; координат центра масс тела; статических моментов и моментов инерции тела.	4
		Криволинейные интегралы I рода (по длине дуги): понятие; свойства; условия существования; вычисление; вычисление длины дуги; массы дуги; статических моментов дуги; координат центра масс дуги; моментов инерции дуги.	4
		Криволинейные интегралы II рода (по координатам): понятие; свойства; условия существования; вычисление; вычисление работы плоского силового поля; формула Грина; вычисление площади плоской фигуры.	6
		Независимость криволинейного интеграла от формы пути интегрирования: понятие; условия независимости; восстановление функции по ее полному дифференциалу; аналог формулы Ньютона-Лейбница для криволинейного интеграла.	4
		IV СЕМЕСТР	
Р11	Интегралы по поверхности	Поверхностные интегралы I рода (по площади поверхности): определение; существование; вычисление.	2
		Приложения поверхностных интегралов I рода: вычисление площади поверхности; вычисление массы поверхности; вычисление статических моментов и координат центра масс поверхности; вычисление моментов инерции поверхности; вычисление силы притяжения материальной точки материальной поверхностью.	4
		Поверхностные интегралы II рода (по координатам): определение; существование; вычисление; связь с поверхностными интегралами I рода.	2
		Формула Стокса и ее применения: вывод; условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования в пространстве.	2
		Формула Остроградского и ее применение: вывод формулы Остроградского-Гаусса; вычисление объема тела с помощью интеграла по его поверхности.	2
Р12	Элементы теории поля	Скалярное поле и его характеристики: понятие; производная поля по направлению; градиент поля и его связь с производной по направлению; линии и поверхности уровня скалярного поля.	6
		Векторные поля и их характеристики: понятие; примеры; векторные линии; дивергенция; поток поля	6

		через поверхность; ротор; циркуляция; свойства соленоидальных и потенциальных векторных полей.	
Р13	Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра	Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования: определение, геометрическая интерпретация, свойства, сходимость, вычисление; применение.	2
		Несобственные интегралы от неограниченных функций: определение, геометрическая интерпретация, свойства, сходимость, вычисление; применение.	4
		Интегралы, зависящие от параметра: собственные интегралы, зависящие от параметра; несобственные интегралы, зависящие от параметра; применение интегралов, зависящих от параметра; эйлеровы интегралы.	4
Р14	Ряды Фурье	Ряды Фурье: ортогональные системы функций; ряд Фурье; равномерная сходимость; минимальное свойство частных сумм ряда Фурье; неравенство Бесселя.	6
		Тригонометрические ряды Фурье: достаточные условия разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем; равенство Парсеваля.	4
		Интеграл Фурье: интеграл Фурье и преобразование Фурье.	4

4.3. Содержание практических занятий

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание практического занятия	Трудоемкость, часы
I СЕМЕСТР			
Р1	Множества, функции, пределы, непрерывность	Множество действительных чисел: рациональные числа, их свойства; расширение множества рациональные чисел; иррациональные числа; изображение чисел на прямой; изображение десятичными дробями; аксиоматика множества действительных чисел.	2
		Модуль действительного числа и его свойства: понятие, геометрический смысл; расстояние между точками на прямой; свойства модуля; применение для решения уравнений и неравенств.	2
		Действительная функция действительной переменной: соответствие между множествами; отображение множеств; функция; числовая функция; действительная функция действительной переменной; область определения, множество значений; сужение функции; обратная функция; композиция функций; операции над функциями; примеры функций; способы задания.	2
		Область определения и множество значений функции: понятия; области определения и множества значений основных функций; нахождение областей определения и множеств значений различных функций, в том числе для суммы, произведения и частного функций; для композиции функций.	2
		Последовательности и их свойства: понятие; способы задания; арифметическая и геометрическая прогрессии; монотонные последовательности; ограниченные последовательности; применение к решению задач.	2

		Предел последовательности: окрестности конечной точки и бесконечностей; предельная точка множества; конечный предел последовательности; бесконечный предел; геометрический смысл; сходящиеся и расходящиеся последовательности.	2
		Свойства сходящихся последовательностей: единственность предела; ограниченность сходящейся последовательности; предел подпоследовательности; сохранение знака пределом и членами последовательности; предельный переход в равенстве; предельный переход в неравенстве; предел промежуточной последовательности; предел монотонной последовательности; число «*e*»; применение свойств к решению задач.	2
		Неопределенности и их раскрытие: понятие и примеры бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей; их свойства; теоремы о пределе суммы, произведения и частного последовательностей; неопределенности вида $(\frac{0}{0})$, $(\frac{\infty}{\infty})$, $(\infty\text{-}\infty)$, $(0\times\infty)$, (1^{∞}) и их раскрытие.	2
		Предел функции в точке и на бесконечности: понятия; определения по Гейне и Коши, их эквивалентность; геометрический смысл; различные представления предела функции в точке и на бесконечности; построение графика функции; асимптоты; свойства функций, имеющих предел в точке.	2
		Теоремы о пределах функций. Виды неопределенностей и их раскрытие: бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства; теоремы о пределах суммы, произведения и частного функций; сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций; эквивалентность бесконечно малых функций; виды неопределенностей и их раскрытие.	2
		Замечательные пределы: первый замечательный предел и следствия из него; второй замечательный предел и следствия из него; их применение для раскрытия неопределенностей.	2
		Заключительное занятие по теме «Пределы последовательностей и функций»: повторение теории и решение задач по всей теме.	2
		РУБЕЖ 1. Контрольная работа по теме «Пределы последовательностей и функций».	2
		Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация, исследование функций на непрерывность: классификация точек разрыва функции; исследование функций на непрерывность и построение графиков функций.	2
		Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность; достижение точных границ; обращение в нуль; о промежуточных значениях; применение свойств для решения задач.	2
P2	Производная функции	Вычисление производной функции по определению: определение производной функции в точке; алгоритм нахождения производной по определению; односторонние производные и их связь с производной функции в точке.	4
		Дифференцирование функций: дифференцируемость функции в точке и ее связь с существованием производной; таблица производных; теоремы о дифференцировании суммы, произведения и частного; производная сложной функции.	4

		Дифференцирование обратной функции. Логарифмическое дифференцирование: нахождение производной обратной функции; метод логарифмического дифференцирования и его применение для нахождения производной показательно-степенной функции.	2
		Применение производной к решению геометрических и физических задач: геометрический и физический смысл производной и их применение для решения задач.	2
		Дифференциал функции и его применение: определение; геометрический и физический смысл; дифференциал сложной функции и инвариантность формы дифференциала; применение дифференциала в приближенных вычислениях.	2
		Производные и дифференциалы высших порядков: определение; свойства; нахождение; нарушение инвариантности формы у дифференциалов высших порядков.	2
		Параметрическое задание функций и их дифференцирование: определение, существование, примеры, производные первого и высших порядков параметрически заданных функций.	2
		РУБЕЖ 2. Контрольная работа по теме «Дифференцирование функций».	2
Р3	Применение производной для исследования функций	Вычисление пределов с помощью производных: правила Лопиталя для раскрытия неопределенностей и их применение для решения задач.	4
		Исследование функций на монотонность и экстремумы: условие постоянства функции на промежутке, доказательство тождеств; условие монотонности функции на промежутке, доказательство неравенств; необходимые условия экстремума функции; достаточные условия экстремума.	2
		Исследование функций на выпуклость, вогнутость и перегиб: достаточные условия выпуклости и вогнутости функции на промежутке; необходимые условия точки перегиба; достаточные условия точки перегиба графика функции. Общая схема исследования функции и построение графика функции.	2
		Наименьшее и наибольшее значения функции на промежутке: понятия; сравнение с минимумом и максимумом функции, нахождение, применение к решению экстремальных задач (задач на оптимизацию).	2
		II СЕМЕСТР	
Р4	Неопределенный интеграл (методы интегрирования)	Неопределенный интеграл: таблица интегралов; непосредственное интегрирование; правила интегрирования.	4
		Интегрирование по частям в неопределенном интеграле: формула $\int u dv = uv - \int v du$; классы функций, интегрируемых методом интегрирования по частям.	4
		Замена переменной в неопределенном интеграле: формула $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t)dt$; подведение под знак дифференциала как замена переменной.	4
		Интегрирование рациональных функций: простейшие дроби и их интегрирование; разложение правильной дроби на простейшие; метод неопределенных коэффициентов.	4

		<u>Интегрирование иррациональных функций:</u> вычисление интегралов вида: $\int R\left(x, \sqrt[n]{ax+b}\right)dx$; $\int R\left(x, \sqrt[k_1]{ax+b}, \sqrt[k_2]{ax+b}, \ldots, \sqrt[k_n]{ax+b},\right)dx$; $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)dx$; $\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right)dx$;$\int \frac{Mx+N}{\sqrt{ax^2+bx+c}}dx$; $\int R\left(x, \sqrt{a^2 \pm x^2}\right)dx$;$\int x^m(a+bx^n)^p dx$.	2
		<u>Интегрирование тригонометрических выражений:</u> вычисление интегралов вида: $\int R(\sin x, \cos x)dx$; $\int R(tgx)dx$; $\int (\sin x)^m \cdot (\cos x)^n dx$; $\int \sin\alpha x \cdot \cos\beta x\, dx$;$\int \sin\alpha x \cdot \sin\beta x\, dx$; $\int \cos\alpha x \cdot \cos\beta x\, dx$.	2
P5	Определенный интеграл, его свойства и вычисление	<u>Определенный интеграл:</u> вычисление по определению; свойства и их применение; геометрический смысл; формула Ньютона-Лейбница.	4
		<u>Вычисление определенного интеграла:</u> интегрирование по частям и заменой переменной.	4
		<u>Несобственные интегралы:</u> вычисление и геометрический смысл несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования и от неограниченных функций.	2
P6	Приложения определенного интеграла	<u>Вычисление площадей плоских фигур:</u> площадь криволинейной трапеции; площадь фигуры в декартовых координатах; площадь фигуры в полярных координатах.	4
		<u>Вычисление объемов тел:</u> вычисление объема тела по площадям параллельных сечений; вычисление объема тела вращения.	2
		<u>Вычисление длины дуги плоской кривой:</u> вычисление длины дуги в декартовых и полярных координатах.	2
		<u>Вычисление площади поверхности вращения:</u> вычисление площади поверхности вращения в декартовых и полярных координатах.	2
		<u>Применения определенного интеграла в механике:</u> статические моменты дуги и пластинки; координаты центра масс дуги и пластинки; работа переменной силы; давление на поверхность.	2
		РУБЕЖ 3. Самостоятельная работа по разделам P4-P6.	2
P7	Числовые ряды	<u>Числовые ряды:</u> частичная сумма ряда, сумма ряда; сходимость, расходимость; свойства рядов; геометрический ряд и его сходимость; необходимое условие сходимости; гармонический ряд и его расходимость.	2
		<u>Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами:</u> применение теорем сравнения; признака Даламбера; радикального признака Коши; интегрального признака Маклорена-Коши для исследования рядов на сходимость.	2
		<u>Ряды с произвольными членами:</u> исследование на абсолютную и условную сходимость знакопеременных (знакочередующихся) рядов; приближенное вычисление сумм рядов.	2
P8	Функциональные ряды	<u>Степенные ряды:</u> теорема Абеля; нахождение радиуса, интервала, области сходимости степенного рядя; свойства степенных рядов и их применение для нахождения сумм рядов.	2

		Формула Тейлора и ее применение: формула Тейлора для многочлена; формула Тейлора для произвольной функции; применение формулы Тейлора в приближенных вычислениях.	2
		Разложение функций в степенные ряды: нахождение коэффициентов Тейлора; оценка погрешности вычисления суммы ряда; алгоритм разложения функции в степенной ряд.	2
		Применения рядов Тейлора: вычисление значений функций; приближенное вычисление определенных интегралов; вычисление чисел «e» и «π», логарифмов; вычисление пределов.	2
		РУБЕЖ 4. Контрольная работа по Р7-Р8.	2
III СЕМЕСТР			
Р9	Дифференциальное исчисление функций многих переменных	Метрические пространства: понятие метрического пространства; примеры метрических пространств; доказательство того, что то или иное множество с заданным расстоянием, является метрическим пространством; связь с практикой.	2
		Действительные функции нескольких действительных переменных: понятие; способы задания; область определения, множество значений; графическое изображение функции двух переменных; линии и поверхности уровня.	2
		Предел и непрерывность функции нескольких переменных: понятия (различные определения и их эквивалентность); свойства функций, непрерывных в точке; свойства функций на замкнутых ограниченных областях.	2
		Дифференцируемость и дифференциал: частные производные, их нахождение; геометрический смысл частных производных функции двух переменных; дифференцируемость функции в точке; условия дифференцируемости; дифференциал и его выражение через частные производные.	2
		Дифференцирование сложной функции: формулы для нахождения производной сложной функции; инвариантность формы дифференциала; применение дифференциала в приближенных вычислениях.	2
		Производные и дифференциалы высших порядков: определения; обозначения; нахождение; символическая запись дифференциала любого порядка; нарушение инвариантности формы у дифференциалов высших порядков.	2
		Формула Тейлора для функции двух переменных: вывод; применение формулы Тейлора для приближенных вычислений.	2
		Неявные функции: понятие; условия существования; нахождение производных неявно заданных функций.	4
		Производная по направлению: определение; нахождение; связь с градиентом; касательная плоскость и нормаль к поверхности.	2
		Экстремумы функций нескольких переменных: определение; условия существования; нахождение; задачи на экстремумы.	4
		Условные экстремумы: определение; условия существования; нахождение; задачи на экстремумы.	2
		Наименьшее и наибольшее значения функции в области: понятие; нахождение; задачи на оптимизацию.	2
		РУБЕЖ 5. Контрольная работа по теме «Функции многих переменных и их применение».	2

Р10	Интегральное исчисление функций многих переменных	Двойные интегралы: определение; свойства; вычисление; условия существования.	4
		Замена переменных в двойном интеграле: вычисление двойного интеграла с помощью замены; двойной интеграл в полярных координатах.	4
		Приложения двойного интеграла: вычисление площади плоской фигуры; объема тела; площади поверхности; массы пластинки; статических моментов пластинки; координат центра масс пластинки; моментов инерции пластинки.	4
		Тройные интегралы: понятие; свойства; вычисление; приложения геометрические и физические.	4
		Криволинейные интегралы I рода (по длине дуги): понятие; свойства; вычисление; геометрические и физические приложения.	4
		Криволинейные интегралы II рода (по координатам): понятие; свойства; вычисление; геометрические и физические приложения.	4
		Независимость криволинейного интеграла от формы пути: восстановление функции по ее полному дифференциалу; аналог формулы Ньютона-Лейбница для криволинейного интеграла.	4
		РУБЕЖ 6. Самостоятельная работа по кратным и криволинейным интегралам.	2
IV СЕМЕСТР			
Р11	Интегралы по поверхности	Поверхностные интегралы I рода (по площади поверхности): вычисление для случая, когда поверхность задана уравнением в явном виде; поверхность задана параметрическими уравнениями.	2
		Приложения поверхностных интеграловI рода: вычисление площади поверхности; вычисление массы поверхности; вычисление статических моментов поверхности и моментов инерции; вычисление координат центра масс поверхности.	4
		Поверхностные интегралы II рода (по координатам): вычисление для случая, когда поверхность задана уравнением в явном виде; поверхность задана параметрическими уравнениями.	2
		Формула Стокса и ее применение: вычисление криволинейных интегралов с помощью формулы Стокса; восстановление функции по ее полному дифференциалу.	2
		Формула Остроградского-Гауса и ее применение: вычисление поверхностных интегралов с помощью формулы Остроградского; вычисление объема тела с помощью поверхностного интеграла.	2
Р12	Элементы теории поля	Скалярное поле и его характеристики: производная по направлению, ее физический смысл; градиент; связь градиента с производной по направлению.	6
		Векторные поля и их характеристики: вычисление дивергенции; потока поля через поверхность; ротора; циркуляции; использование характеристик при рассмотрении соленоидальных и потенциальных векторных полей.	6
Р13	Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра	Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования: вычисление; исследование на сходимость; геометрическая интерпретация; применение.	2
		Несобственные интегралы от неограниченных функций: вычисление; исследование на сходимость; геометрическая интерпретация; применение.	2

		Интегралы, зависящие от параметра: собственные интегралы, зависящие от параметра: понятие; равномерное стремление к предельной функции; предельный переход под знаком интеграла; дифференцирование и интегрирование под знаком интеграла; применение.	4
		РУБЕЖ 7. Самостоятельная работа «Несобственные интегралы».	2
Р14	Ряды Фурье	Ряды Фурье: ортогональные и нормированные системы функций; ряды и коэффициенты Фурье; тригонометрические ряды Фурье; разложение в ряд Фурье периодических функций; сдвиг сегмента разложения; изменение длины сегмента разложения; разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций; разложение в ряд Фурье функций, заданных на $[0;\pi]$; разложение функций в комплексный ряд Фурье.	10
		РУБЕЖ 8. Самостоятельная работа «Тригонометрические ряды Фурье».	2
		Интеграл Фурье и преобразование Фурье.	2

4.4.Контрольные работы

Учебным планом предусмотрено 4 контрольные работы, по 1 контрольной работе в каждом семестре (1,2,3,4 семестры). Цель контрольных работ: проверить знания, умения и навыки студентов в решении задач, осуществить коррекцию знаний студентов. Примерные варианты содержаться в фонде оценочных средств и в УМК дисциплины.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Приступая к изучению математического анализа, необходимо повторить: основные понятия курса алгебры и начал анализа средней школы; основные формулы, необходимые для успешного освоения курса, восстановить в памяти основные функции, их свойства и графики; уметь решать уравнения и неравенства, в том числе методом интервалов.

Для успешного освоения курса обязательно посещать лекции и практические занятия, регулярно конспектировать материал лекций и участвовать в обсуждении решения задач на практических занятиях.

При подготовке к практическим занятиям сначала нужно проработать теоретический материал, необходимый для решения задач; затем выполнить

задания для самостоятельного решения по теме предыдущего занятия, после этого изучить теоретический материал очередного практического занятия.
Подготовка нужна не только к практическим занятиям, но и к лекциям. Перед очередной лекцией необходимо повторить материал предыдущих лекций, так как материал новой лекции зачастую опирается на известный материал. При выполнении заданий для самостоятельного решения нужно фиксировать все трудные места и на консультациях попытаться преодолеть их с помощью преподавания. Систематическая подготовка к аудиторным занятиям и активное участие в рассмотрении вопросов как на практических занятиях, так и на лекциях является залогом успешного прохождения рубежных контролей и промежуточных аттестаций по дисциплине. При прослушивании лекций и при выполнении заданий на практических занятиях рекомендуется акцентировать внимание на алгоритмизацию действий по выполнению заданий, что способствует более глубокому и прочному усвоению методов математического анализа. Для текущего контроля успеваемости используется балльно- рейтинговая система контроля и оценки активности студентов, что способствует лучшему освоению материала и получению высокой оценки по результатам освоения дисциплины. Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к рубежным контролям, к практическим занятиям, выполнение контрольных работ, подготовку к экзаменам.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад.час			
	I семестр	II семестр	III семестр	IV семестр
Углубленное изучение разделов, тем лекционного курса	63	63	27	27
Предел функции	63			
Неопределенный интеграл		63		
Функции нескольких переменных			27	
Ряды Фурье				27

Подготовка к аудиторным занятиям (практическим занятиям)	56	56	56	44
Подготовка к рубежным контролям	4	4	4	4
Подготовка к экзамену	27	27	27	27
Подготовка к контрольной работе	18	18	18	18
ИТОГО	168	168	132	120

6.Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине

6.1.Перечень оценочных средств

1.Балльно - рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов КГУ;
2.Банк заданий к рубежным контролям № 2,3,6,8.
3. Контрольная работа рубежный контроль 1,4,5,7.
4.Материалы к экзаменам 1-4.

6.2 Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине

I семестр

№	Наименование	Содержание					
		Распределение баллов					
1	Распределение баллов по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы	Вид учебной работы	Посещ. лекций 0,5х30	Работа на практ. зан. 1х28	Рубеж 1 Контр.раб.	Рубеж 2	экзамен
		Балльные оценки	до 15	до 28	до 12 на 13пр.зан	до 15 на 25 пр.зан	30

II семестр

№	Наименование	Содержание					
		Распределение баллов					
1	Распределение баллов по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы	Вид учебной работы	Посещ. лекций 0,5х30	Работа на практ. зан. 1х28	Рубеж 3	Рубеж 4 Контр.раб	экзамен
		Балльные оценки	до 15	до 28	до 12 на 22пр.зан	до 15 на 30 пр.зан.	30

III семестр

№	Наименование	Содержание					
		Распределение баллов					
1	Распределение баллов по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы	Вид учебной работы	Посещ. лекций 0,5х30	Работа на практ. зан. 1х28	Рубеж 5 Контр.раб	Рубеж 6	экзамен
		Балльные оценки	до 15	до 28	до 12 на 15 пр.зан	до 15 на 30 пр.зан.	30

IV семестр

№	Наименование	Содержание					
		Распределение баллов					
1	Распределение баллов по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы	Вид учебной работы	Посещ. лекций 1х24	Работа на практ. зан 1х22	Рубеж 7 Контр.раб	Рубеж 8	экзамен
		Балльные оценки	до 24	до 22	до 12 на 17 пр.зан.	до 12 на 23 пр.зан.	до30
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и экзамена	**60 и менее баллов – неудовлетворительно (не зачтено);** **61…73 – удовлетворительно (зачтено);** **74… 90 – хорошо;** **91…100 – отлично.**					
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения экзаменационной оценки по дисциплине, возможность получения бонусных баллов	Для допуска к промежуточной аттестации (экзамену) студент должен набрать по итогам текущего и рубежного контроля не менее 50 баллов и должен выполнить все практические работы. Для получения экзаменационной оценки «автоматически» студенту необходимо набрать за семестр следующее минимальное количество баллов: - 68 для получения «автоматически» оценки удовлетворительно» По согласованию с преподавателем студенту, набравшему минимум 68 баллов, могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активное участие в научно-исследовательской работе, оригинальность принятых решений в ходе выполнения практических работ, за участие в значимых учебных и внеучебных мероприятиях кафедры и выставлена за экзамен «автоматически» оценка «хорошо» или «отлично».					
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра	В случае если к промежуточной аттестации набрана сумма менее 50 баллов, студенту необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных практических занятий. Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем): - выполнение и защита отчетов по пропущенным практическим занятиям (1…2 балла); - прохождение рубежного контроля (баллы в зависимости от рубежа), Выполнение контрольных работ (баллы в зависимости от рубежа), Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.					

6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в письменной форме по билетам, студентам предлагаются 2-3 практических задания (по 5-10 баллов за задание), на рубежный контроль отводится 30-40 минут. Перед проведением рубежного контроля проводятся итоговые занятия по соответствующим разделам, где разбираются примерные задания рубежного контроля.

Экзамены проводятся в письменной форме по билетам; студентам предлагаются как теоретические вопросы, так и практические задания (билет содержит два теоретических и два практических задания, от 5 до 8 баллов за каждое задание). Время, отводимое на экзамен 1-2 часа.

Результаты текущего контроля, зачета или экзамена заносятся в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института; результаты экзамена выставляются в зачетную книжку студента.

6.4 Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена.

1. Задания к рубежному контролю № 1-№8.
2. Вопросы к экзаменам 1-4.

Примерные задания к рубежному контролю № 1-№8

Рубеж 1. Контрольная работа Вариант 0

1. Вычислите пределы:

а) $\lim_{n\to\infty}\frac{5n^2+8n-3}{n^2-n+3}$;

б) $\lim_{x\to1}\frac{x^4-x^3+x^2-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$;

в) $\lim_{x\to0}\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}-1}$;

г) $\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{\sin 6x-\sin 7x}$;

д) $\lim_{x\to1}\frac{x^3-1}{x^4-1}$;

е) $\lim_{x\to0}\frac{\cos 2x-\cos x}{1-\cos x}$.

2. Вычислите:

а) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3+5}{x^3+1}\right)^{2x^3}$;

б) $\lim_{x\to1}\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{\ln(x+1)}{\ln(2-x)}}$.

Рубеж 2. Вариант 0

1. Найдите производные функции:

а) $f(x)=\sqrt[3]{x+\sqrt{x}}$; е) $f(x)=\frac{5x}{arctg3x}$;

б) $f(x)=\frac{1+\sin 2x}{1-\sin 2x}$; ж) $f(x)=\frac{\sqrt{1+3x^2}}{x^2-x}$;

в) $f(x)=5^{arctg^2x}$; з) $f(x)=x\sqrt{1+x^2}, f''(x)$;

г) $f(x)=x^{\frac{2}{\ln^2 x}}$; и) $f(x)=\frac{2t-t^2}{3t-t^3}, \frac{d^2y}{dx^2}$.

д) $f(x)=\frac{3x^5-x^2+x}{x^5-2}$;

2. Исследуйте функции и постройте их графики.

а) $f(x)=\frac{x^3}{x^2+2x+3}$;

б) $f(x)=x+\ln(x^2-4)$.

3. Вычислите пределы:

а) $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{1+3x^2}-2}{x^2-x}$;

б) $\lim_{x\to0}\frac{5x}{arctg3x}$.

Рубеж 3. Вариант 0

1) Найдите интегралы:

а) $\int\cos\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{3}dx$; б) $\int\frac{dx}{2+3(\cos x)^2}$; в) $\int(\sin x)^4dx$; г) $\int(\cos x)^5dx$.

2) Вычислите интегралы:

а) $\int\frac{xdx}{\sqrt{3-49x^2}}$; б) $\int\frac{dx}{2\sqrt{(x+1)(x-8)}}$;

в) $\int(x+1)\quad\cos 2x\,dx$; г) $\int\frac{x^4+x+4}{x^4+4x^2}dx$;

д) $\int ctg^4xdx$; е) $\int\frac{dx}{(1+\sqrt[4]{x})^3\sqrt{x}}$;

ж) $\int \frac{x^3dx}{(9+x^2)^3}$; з) $\int \frac{dx}{2\sin x+3\cos x+4}$.

3) Вычислите площадь фигуры, ограниченной кривой $\rho = 3 + \sin\varphi$.

4) Вычислите объем тела, ограниченного поверхностью $x^2 + 6y^2 + 4z^2 = 12$.

5) Вычислите длину кривой $\rho = 1 + \cos\varphi$.

Рубеж 4. Контрольная работа Вариант 0

1. Установите сходимость ряда и найдите его сумму:

$$\frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{2\cdot 5} + \frac{1}{3\cdot 6} + \cdots + \frac{1}{n\cdot(n+3)} + \cdots.$$

2. Исследуйте на сходимость ряды:

а) $\frac{2}{3!} + \frac{3}{5!} + \frac{4}{7!} + \cdots + \frac{n+1}{(2n+1)!} + \cdots$;

б) $\frac{1}{2ln2} + \frac{1}{3ln3} + \cdots + \frac{1}{(n+1)\ln(n+1)} + \cdots$;

в) $\frac{1}{1\cdot 3\cdot 5} - \frac{1}{3\cdot 5\cdot 7} + \frac{1}{5\cdot 7\cdot 9} - \cdots + (-1)^{n+1}\frac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)} + \cdots$.

3. Исследуйте на сходимость ряды:

а) $sin^4\alpha + \frac{sin^4 2\alpha}{2^4} + \frac{sin^4 3\alpha}{3^4} + \cdots + \frac{sin^4 n\alpha}{n^4} + \cdots$;

б) $arcsin1 + arcsin^2\frac{1}{2} + \cdots + arcsin^n\frac{1}{n} + \cdots$;

в) $1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^3} + \cdots$;

г) $1 - \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{5}} - \cdots + (-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{2n-1}} + \cdots$.

4. Разложите в ряд по степеням x функцию $f(x) = x\sqrt{x+1}$.

5. Вычислите cos 18° с точностью до 0,001.

Рубеж 5. Контрольная работа Вариант 0

1) Найдите и изобразите область определения функции $z = \ln(y^2 - x) + \sqrt{x}$.

2) Найдите $\frac{\partial z}{\partial t}, \frac{\partial z}{\partial s}$ и dz, если $z = 3xy + x^2t + y^3$, $x = 3t^2 + \sqrt{s}$, $y = \cos 2t + 2st$.

3) Вычислите приближенно $\left(2 - \sqrt{0{,}98}\right)^{2{,}03}$.

4) $u = \varphi(x) + \psi(y) + (x-y)\cdot\psi'(y)$. Проверьте, что $(x-y)\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} = \frac{\partial u}{\partial y}$, φи ψ – дважды дифференцируемые функции.

5) Найдите первые и вторые частные производные неявной функции $z = f(x,y)$, определяемой уравнением $x^3 - 2x^2z^2 + yz^3 = 0$, если $f(1;1) = 1$, в точке $M_0(1;1;1)$.

6) Из всех прямоугольных параллелепипедов, имеющих данную диагональ, найдите тот, объем которого наибольший.

7) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x,y) = x^2 + 3y^2 - x + 18y - 4$ в области, удовлетворяющей системе неравенств $\begin{cases} 0 \le x \le 2, \\ -4 \le y \le 0. \end{cases}$

Рубеж 6. Вариант 0

1. Измените порядок интегрирования в интеграле:

а) $\int_{-1}^{0} dx \int_{x+1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\,dy$; б) $\int_{-2}^{1} dy \int_{y^2}^{4} f(x,y)\,dx$.

2. Вычислите $\iint_D dxdy$ двумя способами; область D ограничена линиями $y = 2 - -x, y^2 = 4x + 4$.

3. Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + y^2 = 4, y + z = 2, z = 0.$$

4. Найдите центр масс однородной фигуры, ограниченной линиями: $y = 2x^3, y^2 = 2x$.

5. Вычислите $\oint_L 2x(y-1)dx + x^2dy$ по контуру фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2, y = 9$.

6. Вычислите $\int_{(0;0)}^{(2;2)}(2xy - 5y^3)\,dx + (x^2 - 15xy^2 + 6y)dy$ с помощью первообразной.

Рубеж 7. Контрольная работа Вариант 0

1. Вычислите поток векторного поля $\vec{a} = (z-x)\vec{i} + (z+x)\vec{j} + (x+2y+z)\vec{k}$ через треугольник, вырезанный координатными плоскостями из плоскости $2x + y + 2z - 2 = 0$, в том направлении нормали к плоскости, которое образует с осью Oy острый угол.

2. Вычислите циркуляцию векторного поля $\vec{a} = (y-x)\vec{i} + (z-y)\vec{j} + (x-z)\vec{k}$ вдоль окружности, получающейся при пересечении сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ и плоскости $x + y + z = a$ и пробегаемой против хода часовой стрелки, если смотреть из точки M(0;0;2).

3. Выясните, является ли поле $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$потенциальным. Вычислите циркуляцию поля $\vec{a}$ вдоль окружности $x^2 + z^2 = 1$, пробегаемой против хода часовой стрелки, если смотреть из точки М(0;1;0).

4. Вычислите несобственные интегралы или докажите их расходимость:

а) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}$; б) $\int_{2}^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$; в) $\int_{0}^{+\infty} \frac{xdx}{(1+x)^3}$;

г) $\int_{0}^{1} \frac{dx}{\sqrt{x^2+x}}$; д) $\int_{1}^{e} \frac{dx}{x\ln x}$; е) $\int_{0}^{1} \frac{3x^2+2}{\sqrt[3]{x^2}} dx$.

5. Найдите объем тела, образованного вращением кривой $y = \frac{x}{\sqrt{e^x}}$ $(x \geq 0)$вокруг ее асимптоты.

Рубеж 8. Вариант 0

Разложите в тригонометрические ряды Фурье:

а) $f(x) = \begin{cases} x, & -\pi < x \leq 0, \\ 0, & 0 < x < \pi, \end{cases}$ на $(-\pi; \pi)$;

б) $f(x) = \frac{\pi - x}{2}$, $x \in (0; 2\pi)$;

в) $f(x) = \begin{cases} 0{,}3, & 0 < x < 0{,}5, \\ -0{,}3, & 0{,}5 < x < 1 \end{cases}$только по синусам и только по косинусам;

г) $f(x) = sign\,(\cos x)$;

д) $f(x) = x^2$, $x \in (a; a + 2l)$.

Перечень теоретических вопросов для экзамена (I семестр)

1. Доказательство необходимости расширения множества рациональных чисел.
2. Аксиоматика множества действительных чисел.
3. Аксиома непрерывности действительных чисел. Доказательство теоремы Кантора о стягивающейся системе отрезков.
4. Модуль действительного числа и его свойства (с доказательством).
5. Доказательство теоремы о представлении всякой функции, определенной на множестве, симметричном относительно начала координат, в виде суммы четной и нечетной функций.
6. Доказательство свойств сходящихся последовательностей.
7. Доказательство теоремы о существовании предела у монотонной ограниченной последовательности. Примеры применения этой теоремы.
8. Доказательство свойств бесконечно малых последовательностей.
9. Доказательство теоремы о связи между бесконечно малой и бесконечно большой последовательностями.
10. Доказательство теорем об арифметических свойствах пределов последовательностей.
11. Доказательство эквивалентности определений функции в точке по Гейне и Коши.
12. Доказательство критерия существования предела функции в точке (связь предела с односторонними пределами).
13. Доказательство локальных свойств функции, имеющей конечный предел в точке (ограниченность, сохранение знака в окрестности точки).
14. Доказательство свойств функций, имеющих конечный предел в точке (единственность предела, предельный переход в равенстве и неравенстве, предел промежуточной функции).
15. Доказательство свойств бесконечно малых функций.
16. Доказательство теорем об арифметических свойствах пределов функций.
17. Доказательство первого замечательного предела: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$и следствий из него.
18. Доказательство второго замечательного предела: $\lim\limits_{x\to 0}(1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$и следствий из него.
19. Доказательство теорем об арифметических свойствах непрерывных функций.
20. Доказательство теоремы о непрерывности композиции непрерывных функций. Переход к пределу под знаком непрерывной функции.
21. Доказательство локальных свойств функции, непрерывной в точке.
22. Точки разрыва функции и их классификация. Исследование функции на непрерывность и построение схемы ее графика.
23. Доказательство теорем о свойствах функций, непрерывных на отрезке. Применение теорем для решения задач.
24. Доказательство необходимого условия, необходимого и достаточного условия дифференцируемости функции в точке.
25. Доказательство правил дифференцирования суммы, произведения и частного функций.
26. Вывод формул дифференцирования (таблица производных).
27. Вывод формулы для дифференцирования сложной функции.
28. Вывод формулы для дифференцирования обратной функции.
29. Логарифмическое дифференцирование. Вывод формулы для дифференцирования показательно-степенной функции.

30. Производные высших порядков. Доказательство свойств производных n-го порядка.
31. Дифференциал функции. Вывод формулы для применения дифференциала в приближенных вычислениях.
32. Дифференциал сложной функции. Доказательство свойства инвариантности дифференциала первого порядка.
33. Дифференциалы высших порядков. Доказательство нарушения свойства инвариантности у дифференциала второго порядка.
34. Доказательство теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши).
35. Доказательство критерия постоянства функции на промежутке.
36. Доказательство достаточного условия строгого возрастания (убывания) функции на промежутке.
37. Доказательство правила Лопиталя для раскрытия неопределенности $\left(\frac{0}{0}\right), x \to a+, a$–особая точка.
38. Доказательство необходимых условий существования экстремума функции в точке.
39. Доказательство достаточного условия существования экстремума функции в точке (по знаку первой и второй производной).
40. Доказательство достаточного условия выпуклости (вогнутости) функции на промежутке.
41. Доказательство необходимых условий существования точки перегиба графика функции.
42. Доказательство достаточного условия существования точки перегиба графика функции.
43. Обоснование существования асимптот у графика функции.
44. Общая схема исследования функции и построение ее графика.
45. Параметрическое задание функций. Вывод формул для нахождения производных Iи II порядка параметрически заданных функций.

IIсеместр

Перечень практических умений и навыков, необходимых для сдачи экзамена.

1) Вычисление неопределенных интегралов: правила интегрирования; замена переменной; интегрирование по частям; интегрирование рациональных функций; интегрирование иррациональных функций; интегрирование тригонометрических функций.
2) Вычисление определенных интегралов: формула Ньютона-Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям.
3) Вычисление геометрических величин: площадь плоской фигуры; объем тела; длина дуги; площадь поверхности вращения.
4) Вычисление физических величин: статические моменты дуг и пластинок; координаты центра масс дуг и пластинок; работа; давление.
5) Исследование рядов на сходимость.
6) Исследование функциональных последовательностей и рядов на равномерную сходимость.
7) Разложение функций в степенные ряды.
8) Использование свойств рядов для нахождения их сумм.
9) Применение рядов в приближенных вычислениях.

Вопросы к экзамену.

1. Первообразная функция, ее основное свойство. Неопределенный интеграл, свойства, вытекающие из его определения.
2. Таблица основных интегралов.
3. Правила интегрирования.
4. Методы интегрирования по частям и заменой переменной.
5. Интегрирование простейших рациональных дробей I-IV типов. Рекуррентная формула для вычисления $\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}, n \neq 1$.
6. Метод неопределенных коэффициентов для разложения правильных рациональных дробей на сумму простейших.
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Интегрирование тригонометрических выражений.
9. Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл. Необходимое условие интегрируемости функции.
10. Необходимое и достаточное условие существования определенного интеграла.
11. Классы интегрируемых функций.
12. Свойства определенного интеграла.
13. Интеграл с переменным верхним пределом, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница для вычисления определенных интегралов.
14. Интегрирование по частям и подстановкой в определенном интеграле.
15. Вычисление площади плоской фигуры в декартовых и полярных координатах.
16. Вычисление объема тела по площадям параллельных сечений и объема тела вращения.

17. Вычисление длины дуги в декартовых и полярных координатах.
18. Вычисление площади поверхности вращения в декартовых и полярных координатах.
19. Физические приложения определенного интеграла: статические моменты дуг и пластинок; координаты центра масс дуг и пластинок; работа переменной силы; давление на поверхность.
20. Необходимое условие сходимости ряда. Сложение рядов. Умножение ряда на число. Сходимость ряда и его остатка.
21. Геометрический ряд и его сходимость. Гармонический ряд и его расходимость.
22. Критерий сходимости ряда с положительными членами.
23. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный.
24. Теорема Лейбница о сходимости знакочередующегося ряда и ее применение для оценки погрешности приближенного вычисления сумм рядов.
25. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.
26. Достаточное условие для сходимости знакопеременного ряда.
27. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей.
28. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
29. Теорема Абеля. Вид области сходимости степенного ряда. Нахождение области сходимости степенного ряда.
30. Свойства степенных рядов.
31. Ряд Тейлора. КоэффициентыТейлора. Необходимое условие разложимости функции в степенной ряд.
32. Формула Тейлора для многочлена и произвольной функции с дополнительным членом в одной из форм.
33. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в степенной ряд.
34. Разложение в ряд Маклорена функций: e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$.
35. Косвенные приемы и методы разложения функций в степенные ряды.

Перечень практических умений для сдачи экзамена (III семестр).

1) Нахождение пределов функций нескольких переменных.
2) Исследование функций на непрерывность.
3) Нахождение частных производных и дифференциалов I порядка.
4) Нахождение частных производных и дифференциалов высших порядков.
5) Дифференцирование сложной функции.
6) Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
7) Нахождение производных неявно заданных функций.
8) Исследование функций на экстремумы.
9) Исследование функций на условные экстремумы.
10) Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции в области.
11) Решение задач на оптимизацию.
12) Вычисление двойного, тройного, криволинейных интегралов Iи II рода.
13) Приложения двойного, тройного, криволинейных интегралов для вычисления геометрических и физических величин.

Перечень теоретических вопросов для сдачи экзамена (III семестр).

1) Доказательство свойств функций, непрерывных в точке.
2) Доказательство свойств функций, непрерывных на замкнутых ограниченных областях.
3) Доказательство необходимых условий дифференцируемости в точке.
4) Доказательство достаточного условия дифференцируемости функции в точке.
5) Вывод формул для дифференцирования сложной функции.
6) Доказательство инвариантности формы дифференциала функции.
7) Вывод формулы для применения дифференциала в приближенных вычислениях.
8) Вывод формул для дифференциала II, III, …, n-го порядков.
9) Доказательство нарушения инвариантности формы у дифференциалов высших порядков.
10) Вывод формулы Тейлора для функции двух переменных.
11) Способы дифференцирования неявных функций одной и нескольких переменных.
12) Доказательство достаточного условия существования производной по направлению.
13) Вывод уравнений касательной плоскости и нормали к поверхности.
14) Доказательство необходимых условий экстремума функции в точке.
15) Достаточные условия экстремума функции в точке и их применение для исследования функций.
16) Способы нахождения условного экстремума функции.
17) Нахождение наименьшего и наибольшего значений функции в области и решение текстовых задач на экстремум.
18) Доказательство необходимого условия существования двойного интеграла.

19) Доказательство необходимого и достаточного условия существования двойного интеграла.
20) Доказательство интегрируемости непрерывной функции двух переменных.
21) Доказательство свойств двойного интеграла.
22) Вывод формулы замены переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
23) Вывод формул для геометрических приложений двойного интеграла: вычисление площади плоской фигуры; вычисление объема тела; вычисление площади поверхности.
24) Вывод формул для физический приложений двойного интеграла: вычисление массы пластинки; статических моментов пластинки; координат центра масс пластинки; моментов инерции пластинки.
25) Вывод формул для вычисления двойного интеграла по прямоугольной и произвольной областям.
26) Вывод формул для приложений тройного интеграла: вычисление объема тела; вычисление массы тела; вычисление статических моментов тела; координат центра масс тела; моментов инерции тела.
27) Вывод формул для вычисления тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах.
28) Вывод формулы для вычисления криволинейного интеграла Iрода (по длине дуги).
29) Вывод формул для приложений криволинейного интеграла Iрода: вычисление длины дуги; вычисление массы дуги; вычисление статических моментов дуги; координат центра масс дуги; моментов инерции дуги.
30) Доказательство существования криволинейного интеграла IIрода (по координатам).
31) Вывод формул для вычисления криволинейного интеграла IIрода.
32) Вывод формулы Грина и формулы для вычисления площади плоской фигуры.
33) Вывод формулы для вычисления работы плоского силового поля.
34) Доказательство независимости криволинейного интеграла от формы пути интегрирования.
35) Условие полного дифференциала и восстановление функции по ее полному дифференциалу.
36) Вывод аналога формулы Ньютона-Лейбница для вычисления криволинейного интеграла.

Перечень теоретических вопросов для сдачи экзамена (IV семестр).

1. Поверхностные интегралы 1 рода: понятие, сведение к двойному.
1. Вычисление величин с помощью поверхностных интегралов 1 рода.
2. Поверхностные интегралы 2 рода: понятие, сведение к двойному.
3. Формула Стокса и ее применение для исследования криволинейных интегралов в пространстве.
4. Формула Остроградского.
5. Производная скалярного поля по направлению, ее связь с дифференцируемостью функции в точке.
6. Градиент скалярного поля и его связь с производной по направлению.
7. Поток векторного поля через поверхность. Формула Остроградского в векторной форме.
8. Циркуляция векторного поля. Формула Стокса в векторной форме.
9. Дивергенция, ротор векторного поля, их применение для характеристики векторных полей.
10. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования, их свойства, сходимость.
11. Несобственные интегралы от неограниченных функций, их свойства, сходимость.
12. Теорема о равномерной сходимости функции $f(x, y)$ к предельной функции.
13. Теорема о непрерывности предельной функции.
14. Теорема о предельном переходе под знаком интеграла.
15. Теорема о дифференцировании под знаком интеграла.
16. Теорема об интегрирование под знаком интеграла.
17. Нормированные и ортогональные функции. Нормированные и ортогональные системы функций. Доказать ортогональность основной тригонометрической системы функций на$[-\pi;\pi]$.
18. Теорема о разложении функций в тригонометрический ряд Фурье (условия Дирихле).
19. Сдвиг сегмента разложения. Привести пример на разложение функции в тригонометрический ряд Фурье с использование сдвига сегмента разложения.
20. Изменение длины сегмента разложения. Привести пример на разложение функции в тригонометрический ряд Фурье на $[-l;l]$, выбрав конкретное значение l.
21. Четные и нечетные функции. Разложение в тригонометрический ряд Фурье четных и нечетных функций.
22. Разложение функции, заданной на $[0;\pi]$, в тригонометрический ряд Фурье только по синусам (только по косинусам).
23. Приближение функций в среднем. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя.
24. Сходимость в среднем, ее связь с равномерной сходимостью последовательности функций.
25. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда Фурье функции $f(x)$ в среднем. Равенство Парсеваля.
26. Полнота и замкнутость ортогональных систем функций. Связь между полнотой и замкнутостью систем функций.
27. Характер сходимости тригонометрических рядов Фурье.

Перечень практических вопросов выносимых на экзамен (IV семестр)

1. Вычисление поверхностных интегралов 1 и 2 рода (непосредственно и с использованием формулы Остроградского).
2. Применение формулы Стокса для вычисления криволинейных интегралов в пространстве.
3. Восстановление функции по ее полному дифференциалу.
4. Независимость криволинейного интеграла от формы пути интегрирования; вычисление криволинейных интегралов с помощью первообразной.
5. Вычисление потока, дивергенции, ротора, циркуляции векторного поля.
6. Вычисление геометрических и физических величин с помощью поверхностных интегралов 1 и 2 рода.
7. Разложение функций в тригонометрические ряды Фурье. Использование разложений для нахождения сумм рядов.
8. Исследование интегралов на сходимость.
9. Вычисление несобственных интегралов.
10. Применение несобственных интегралов для вычисления величин (площадь, объем).

6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. Основная и дополнительная учебная литература

7.1.Основная литература

1. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник / Кудрявцев Л.Д., - 4-е изд. - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 444 с.- Доступ из ЭБС «znanium.com»
2. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ / Кудрявцев Л.Д., - 3-е изд. - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 424 с. - Доступ из ЭБС «znanium.com»

7.2 *Дополнительная литература*

1. Математический анализ: сборник задач с решениями: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 164 с.http://znanium.com/catalog/product/501529

8. *Учебно- методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся*

1. Методические указания и контрольные задания по курсу математического анализа (специальность 010101 – математика). – Курган, 1995г.
2. Практические занятия по курсу «Математический анализ» для студентов I курса (I семестр). – Курган, 2009. - /Составил Мухин А.Е.

3. Педагогические тесты достижений по разделу «Введение в анализ» курса «Математический анализ». – Курган, 2009. - /Составил Мухин А.Е.
4. Педагогические тесты достижений по разделу «Дифференциальное исчисление функций одной переменной». - Курган, 2010. - /Составил Мухин А.Е.
5. Математический анализ: Методические указания к практическим занятиям (II семестр). – Курган, 2010. - /Составил Мухин А.Е.
6. Интегралы по поверхности. Элементы теории поля. Интегралы, зависящие от параметра. Ряды Фурье: Методические указания к изучению разделов математического анализа. – Курган, 2005. - /Составил Мухин А.Е.

9 . *Интернет-ресурсы* необходимые для освоения дисциплины

№	Интернет-ресурс	Краткое описание
1	http://www.edu.ru/	Федеральный портал «Российское образование»
2	*highermath.ru*	Курс высшей математики (теория)
3	*mathelp.spb.ru*	Лекции по высшей математике
4	http://elementy.ru	Энциклопедический сайт
5	http://ru.wikipedia.org	Энциклопедия Википедия
6	http://botaniks.ru/matem.php	Алгоритмы решения основных задач математического анализа
7	http://www.msu.ru	Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

Изучение дисциплины «Математический анализ» требует материально-технического обеспечения, используются офисные программы Microsoft Windows 7 корпоративная или XP, Microsoft Office, Open Office 4.1.3.

11. Для студентов, обучающихся с использованием дистанционных образовательных технологий

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п.4.1. Распределение баллов соответствует п.6.2 или может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до сведения обучающихся.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Аннотация

к рабочей программе дисциплины **«Математический анализ»**
образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата

01.03.01-Математика

Направленность (профиль) "Математическое и программное обеспечение экономической деятельности»

Трудоемкость дисциплины: 29 зач.ед.(1044 академических часа)
Семестры: 1,2,3,4
Формы промежуточной аттестации:
4 экзамена

Содержание дисциплины

Основные понятия математического анализа и их свойства, основные объекты и методы математического анализа, их приложения в других отраслях знания и для решения практических задач.