

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»
(КГУ)

Кафедра «Фундаментальной математики»



УТВЕРЖДАЮ:
Первый проректор
С.Н. Щербич /
«04» сентября 2019 г.

Рабочая программа учебной дисциплины

ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата

01.03.01 –Математика

**Направленность: Математическое и программное обеспечение
вычислительных систем и компьютерных сетей**

Формы обучения: очная.

Курган 2019

Рабочая программа дисциплины «Теория чисел» составлена в соответствии с учебным планом по программе бакалавриата Математика (Математическое и программное обеспечение вычислительных систем и компьютерных сетей), утвержденными:

- для очной формы обучения « 29 »августа 2019 года;

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Фундаментальной математики»

« 3 » сентября 2019 года, протокол № 1

Рабочую программу составил
Старший преподаватель

Лукерьянова Е.А.

Согласовано:

Заведующий кафедрой
«Фундаментальной математики»

М.В. Гаврильчик

Специалист по учебно-методической работе
учебно-методического отдела



Г.В. Казанкова

Начальник Управления
образовательной деятельности



С.Н. Синицин

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Теория чисел» относится к обязательной части учебного блока 1.

Краткое содержание дисциплины: теория делимости в кольце целых чисел; простые и составные числа; числовые функции; цепные дроби; теория сравнений; сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной; арифметические приложения теории сравнений.

Дисциплина «Теория чисел» базируется на знаниях, умениях, навыках, приобретенных студентами в средней школе. Освоение обучающимися дисциплины «Теория чисел» опирается также на знания, умения, навыки и компетенции, приобретенные в результате освоения дисциплин: вводный курс математики, алгебра, математический анализ.

Знания, умения и навыки, полученные при освоении дисциплины «теория чисел», являются необходимыми для освоения последующих дисциплин: дискретная математика; компьютерные науки. Результаты обучения по дисциплине необходимы для осуществления профессиональной деятельности.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью изучения дисциплины является: получение фундаментального образования, способствующего развитию личности, формирование математической культуры студента.

Задачами дисциплины являются: изучение основных фактов теории чисел, овладение основными понятиями, теоремами и формулами дисциплины для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- Способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

Знать

основные понятия теории делимости, теорему о делении с остатком, понятие наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного

понятие конечной цепной дроби, подходящих дробей, основные свойства подходящих дробей; (ОПК – 1);

основные понятия теории простых и составных чисел (ОПК – 1);

основные свойства сравнений (ОПК – 1);

теоремы Эйлера и Ферма (ОПК – 1);

понятия полной, приведенной системы вычетов по модулю m (ОПК – 1);

Уметь

решать задачи на делимость в кольце целых чисел (ОПК – 1);

находить НОД и НОК целых чисел (ОПК – 1);

- сокращать дроби с помощью подходящих дробей; (ОПК – 1);
- находить остатки при делении числа (ОПК – 1);
- решать сравнения первой степени с одним неизвестным (ОПК – 1);
- решать неопределенные уравнения первой степени; (ОПК – 1);
- решать системы сравнений первой степен (ОПК – 1);

Владеть

- Математическим аппаратом теории чисел (ОПК – 1);
- Методами доказательства утверждений в этой области (ОПК – 1);
- Навыками решения типовых задач с применением изучаемого теоретического материала (ОПК – 1);

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план

Очная форма обучения

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем	
			Лекции	Практич. занятия
Рубеж 1	1	Теория делимости в кольце целых чисел	2	2
	2	Простые и составные числа	2	2
	3	Цепные дроби	2	2
	4	Числовые функции	2	1
		Рубежный контроль № 1		1
Рубеж2	5	Теория сравнений	2	2
	6	Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной	2	2
	7	Арифметические приложения теории сравнений	2	2
	8	Обращение обыкновенных дробей в десятичные	2	1
		Рубежный контроль № 2		1
		Всего		16

4.2. Содержание лекционных занятий

Тема 1. Теория делимости в кольце целых чисел

Введение. Цели и задачи изучения дисциплины. Требования по изучению дисциплины.

Кольцо целых чисел. Отношение делимости в кольце целых чисел. Деление с остатком. НОД и НОК двух и нескольких чисел. Алгоритм Евклида

Взаимно простые числа, их свойства

Тема 2. Простые и составные числа

Определение простых и составных чисел, свойства простых чисел. Теорема Евклида о множестве простых чисел. Теорема об интервалах. Распределение простых чисел в натуральном ряду. Основная теорема арифметики о разложении натуральных чисел на простые множители. НОД и НОК через разложение на простые множители

Тема 3. Цепные дроби

Определение конечных и бесконечных цепных дробей. Теорема о представлении любого рационального числа в виде конечной цепной дроби. Подходящие дроби цепной дроби, их свойства. Приближения действительных чисел подходящими дробями

Тема 4. Числовые функции

Определения числовой функции, мультипликативной функции. Число и сумма натуральных делителей числа. Функция Эйлера

Тема 5. Теория сравнений

Определения сравнимых чисел по модулю, их эквивалентность. Свойства сравнений. Классы вычетов по модулю. Полные и приведенные системы вычетов. Поле классов вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма

Тема 6. Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной

Сравнения с неизвестной величиной. Степень сравнения. Равносильные сравнения. Сравнения первой степени. Исследования сравнений первой степени, способы решения сравнений. Системы сравнений. Применение теории сравнений к решению неопределенных уравнений

Тема 7. Арифметические приложения теории сравнений.

Проверка правильности выполнения арифметических действий. Признаки делимости, общий признак делимости Паскаля.

Нахождение остатков от деления натурального числа a на натуральное число b , нахождение последних цифр числа.

Тема 8. Обращение обыкновенных дробей в десятичные дроби.

Понятие конечной десятичной дроби. Понятие бесконечной десятичной дроби чисто периодической дроби. Понятие бесконечной смешанной периодической дроби. Теоремы об обращении обыкновенных дробей в десятичные.

4.3 Содержание практических занятий

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Наименование практического занятия	Норматив времени, час.
			Очная форма обучения

1	Теория делимости в кольце целых чисел	<p>Кольцо целых чисел. Отношение делимости в кольце целых чисел. Деление с остатком.</p> <p>НОД и НОК двух и нескольких чисел. Алгоритм Евклида</p> <p>Взаимно простые числа, их свойства</p>	2
2	Простые и составные числа	<p>Определение простых и составных чисел, свойства простых чисел. Теорема Евклида о множестве простых чисел. Теорема об интервалах. Распределение простых чисел в натуральном ряду.</p> <p>Основная теорема арифметики о разложении натуральных чисел на простые множители. НОД и НОК через разложение на простые множители</p>	2
3	Цепные дроби	<p>Определения числовой функции, мультипликативной функции. Число и сумма натуральных делителей числа. Функция Эйлера</p>	2

4	Числовые функции	Определение конечных и бесконечных цепных дробей. Теорема о представлении любого рационального числа в виде конечной цепной дроби.	1
		Подходящие дроби цепной дроби, их свойства. Приближения действительных чисел подходящими дробями	
		Рубеж 1	1
5	Теория сравнений	Определения сравнимых чисел по модулю, их эквивалентность. Свойства сравнений. Классы вычетов по модулю. Полные и приведенные системы вычетов. Поле классов вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма	2
6	Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной	Сравнения с неизвестной величиной. Степень сравнения. Равносильные сравнения. Сравнения первой степени. Исследования сравнений первой степени, способы решения сравнений.	2
		Системы сравнений. Применение теории сравнений к решению неопределенных уравнений	
7	Арифметические приложения теории сравнений	Проверка правильности выполнения арифметических действий. Признаки делимости, общий признак делимости Паскаля.	2
		Нахождение остатков от деления натурального числа a на натуральное число b , нахождение последних цифр числа.	

8	Обращение обыкновенных дробей в десятичные дроби.	Понятие конечной десятичной дроби. Понятие бесконечной десятичной дроби. Понятие бесконечной десятичной дроби. Теоремы об обращении обыкновенных дробей в десятичные.	1
		Рубеж 2	1
Всего:			16

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Преподавателем запланировано применение на лекционных занятиях технологий коллективного взаимодействия, разбора конкретных ситуаций, групповая форма работы студентов на этапе повторения материала.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения)

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям – контрольной работе, проверочной самостоятельной работе, подготовку к зачету.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.
---	--

	Очная форма обучения
Подготовка к практическим занятиям (по 2 часу на каждое занятие)	16
Подготовка к рубежным контролям (по 2 часа на каждый рубеж)	4
Самостоятельное изучение тем курса (доказательство свойства делимости в кольце целых чисел, доказательство теоремы о делении с остатком, доказательство свойств простых и составных чисел, доказательство свойств подходящих дробей, определение мультипликативной функции, свойства НОД И НОК чисел. Свойства взаимнопростых чисел	38
Подготовка к зачету	18
Всего:	76

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов в КГУ (для очной формы обучения)
2. Банк заданий к зачету
3. Перечень вопросов к зачету.
4. Задания для рубежного контроля. 1
5. Задания для рубежного контроля 2

6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине

№	Наименование	Содержание					
		Вид УР	Посещение лекций	Работа на практических занятиях	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	зачет
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доводятся до сведения студентов)	Распределение баллов за 4 семестр					
		Балльная оценка:	2	4	2-14	2-8	30

	на первом учебном занятии)	Примечания:	8 занятий Максимум 32	8 занятий Максимум 32	На 4 -м практическом занятии	На 8-м практическом занятии
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и экзамена		60 и менее баллов – (незачтено); 61...73 – зачтено 74... 90 – зачтено 91...100 – зачтено			
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов		Для допуска к промежуточной аттестации (зачету) студент должен набрать не менее 50 баллов и выполнить все практические задания. Для получения зачета «автоматически» студенту необходимо набрать за семестр следующее минимальное количество баллов 61 и получить зачет автоматом По согласованию с преподавателем студенту могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активное участие в научной и методической работе, оригинальность принятых решений в ходе выполнения практических работ, за участие в значимых учебных и внеучебных мероприятиях кафедры			
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра		В случае если к промежуточной аттестации набрана сумма менее 50 баллов студенту необходимо выполнить дополнительные задания, до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных практических занятий, выполнить задания рубежей. Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем): - выполнение и защита отчетов по пропущенным практическим занятиям (1...2 балла); - прохождение рубежного контроля (баллы в зависимости от рубежа). Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.			

6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме контрольной работы и проверочной самостоятельной работы. Зачет проводится по списку вопросов и перечню задач.

Перед проведением каждого рубежного контроля преподаватель прорабатывает со студентами основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии.

Варианты для рубежного контроля № 1 состоят из 7 заданий, для рубежного контроля №2 – из 8 заданий.

На каждый рубеж студенту отводится время один час.

Преподаватель оценивает в баллах результаты каждого студента по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Время, отводимое студенту на зачетное задание, составляет не менее 25 минут. Зачетное задание состоит из одного вопроса и трех практических заданий. Теоретический вопрос оценивается в 15 баллов, каждое практическое задание оценивается в 5 баллов.

Результаты текущего контроля успеваемости и зачета заносятся преподавателем в зачетную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день зачета, а также выставляются в зачетную книжку студента.

6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и зачета

Рубеж 1 Контрольная работа

1. Сократить дробь $\frac{1043}{3427}$ с помощью разложения в непрерывную дробь.
2. С помощью канонического разложения найти НОД чисел 32176 и 162891.
3. Исследовать вопрос: является ли число 1093 простым
4. Перевести число $m=54326_9$ в семеричную систему счисления.
5. Выполнить действия: $212012_3 * 201_3 + 22020_3 * 111_3$; $767_8 * 34_8 - 2055_8$; $41043_5 : 23_5$.
6. Найти линейное представление наибольшего общего делителя целых чисел 370 и 770.
7. Доказать, что разность между кубом натурального числа и самим числом делится на 6.

Рубеж 2.

1. Верны ли сравнения:

$$185 \equiv 5 \pmod{25} \quad 105 \equiv -16 \pmod{11} \quad 11 \equiv 4 \pmod{8}$$

2. Найти остаток от деления 117^{53} на 11.

3. Решить сравнения: $2x \equiv 5 \pmod{7}$, $27x \equiv 5 \pmod{33}$, $45x \equiv 95 \pmod{50}$.

4. Решить систему сравнений:
$$\begin{cases} 2x \equiv 3 \pmod{5}, \\ x \equiv 2 \pmod{7}, \\ 3x \equiv 4 \pmod{11}. \end{cases}$$

5. Решить уравнение в целых числах. $10x + 13y = 27$.

6. Определить в какую десятичную дробь обращается обыкновенная дробь, представить дробь в виде десятичной.

$$\frac{37}{80} \quad \frac{19}{21} \quad \frac{489}{310} \quad \frac{89}{160} \quad \frac{49}{33}$$

7. Найти последние две цифры числа 2^{127}

Вопросы к зачету.

1. Делимость целых чисел, свойства делимости.
2. Теорема о делении с остатком.
3. Наибольший общий делитель двух целых чисел. Алгоритм Евклида.
4. Свойства наибольшего общего делителя двух целых чисел. НОД нескольких чисел.
5. Наименьшее общее кратное двух целых чисел. Теорема о связи НОД и НОК двух целых чисел.
6. Свойства НОК двух целых чисел, НОК нескольких чисел.
7. Взаимно простые числа, их свойства.
8. Простые и составные числа. Свойства простых чисел.
9. Теорема о наименьшем простом делителе натурального числа.
10. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Решето Эратосфена. Теорема об интервалах.
11. Теорема о существовании и единственности разложении натурального числа на простые множители.
12. Числовые функции. Число натуральных делителей натурального числа.
13. Числовые функции. Сумма натуральных делителей натурального числа.
14. Числовые функции. Функция Эйлера.
15. Конечные цепные дроби. Теорема о представлении рационального числа в виде конечной цепной дроби.
16. Подходящие дроби цепной дроби. Закон составления подходящих дробей.
17. Подходящие дроби, их свойства (доказать свойства, связанные с подходящими дробями четного и нечетного порядков).
18. Подходящие дроби, их свойства (доказать свойства, связанные с оценкой погрешности при замене рационального числа подходящей дробью).
19. Сравнение целых чисел по модулю. Доказательство эквивалентности различных определителей сравнения.
20. Свойства сравнений по модулю.
21. Действия над сравнениями.
22. Полная система вычетов по модулю. Теоремы о полной системе вычетов.
23. Классы вычетов, взаимно простые с модулем. Поле классов вычетов по простому модулю.
24. Приведенная система вычетов. Теорема о приведенной системе вычетов.
25. Теоремы Эйлера и Ферма. Следствие из теоремы Ферма.
26. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Число решений (случай, когда сравнение имеет единственное решение, не имеет решений).
27. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Число решений (случай, когда сравнение имеет d решений).
28. Способы решений сравнений первой степени.
29. Использование цепных дробей при решении сравнений первой степени.
30. Решение неопределенных уравнений в целых числах.
31. Системы сравнений первой степени.
32. Арифметические приложения теории сравнений. Проверка результатов арифметических действий.

33. Использование теории сравнений при выводе признаков делимости. Общий признак делимости Паскаля.
34. Обращение обыкновенной дроби в конечную десятичную дробь.
35. Обращение обыкновенной дроби в бесконечную чисто периодическую десятичную дробь.
36. Обращение обыкновенной дроби в бесконечную смешанную периодическую десятичную дробь.

Примерные задания к зачету

1. Доказать, что при любом натуральном n выражение $(2n^6 - n^4 - n^2)$ делится на 36.
2. Доказать, что произведение квадрата натурального числа на число, предшествующее этому квадрату, делится на 12.
3. Найти НОД и НОК чисел разложением на множители и с помощью алгоритма Евклида 324, 1200 и 612
4. Вычислить $\tau(x)$ и $\sigma(x)$ для числа 1950.
5. Разложить дробь $-\frac{55}{117}$ в цепную и найти все её подходящие дроби.
6. Запишите числа a и b в системе счисления с основанием h и разделите большее на меньшее $a=121_3, b=4731_9, h=7$.
7. Найти остаток от деления 117^{53} на 11
8. Найти две последние цифры числа 243^{402}
9. Решить сравнения первой степени $27x \equiv 5 \pmod{33}; 375x \equiv 369 \pmod{513}$.
10. Решить неопределенное уравнение в целых числах, используя свойства сравнений. $143x + 169 = 5$,
11. Решить системы сравнений.

$$\begin{cases} 2x \equiv 31 \pmod{35}; \\ 4x \equiv 7 \pmod{25}; \\ 5x \equiv 18 \pmod{21}. \end{cases}$$
12. Определить длину периода десятичной дроби, в которую обращаются обыкновенные несократимые дроби со следующими знаменателями: $n=28, n=7, n=17, n=208, n=620, n=140$

6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций,

методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1. Основная учебная литература

1. Сизый С. В. Лекции по теории чисел. / Сизый С. В. Учебное пособие для студентов вузов. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2017. - 192 с. - Доступ с ЭБС «консультант студента».
2. Алгебра и теория чисел. Учебное пособие / Под ред. Н.Я. Виленкина. – М.: Просвещение, 1984.

7.2. Дополнительная учебная литература

1. Грибанов В.У., Титов П.И. Сборник упражнений по теории чисел. – М.: Просвещение, 1971.
2. Кочева А.А. Задачник-практикум по алгебре и теории чисел. Часть III. – М.: Просвещение, 1984.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Логиновских Л.М., Тышук Л.Н. Методические указания и контрольные задания по курсу «Алгебра и теория чисел». – Курган 1986 г.

2. Лукерьянова Е.А. Теория чисел. Материалы для практических занятий и самостоятельной работы студентов факультета «Математики и информационных технологий» направлений 010100 «Математика», 050100 «Педагогическое образование». Профиль «Математическое образование».

3. Лукерьянова Е.А. Теория чисел. Материалы для практических занятий и самостоятельной работы студентов специальности 01.05.01 «Фундаментальные математикам и механика» на правах рукописи.

9 РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	Интернет-ресурс	Краткое описание
1	www.numbertheoryweb	Сайт для преподавателей теории чисел
2	http://en.edu.ru/	Портал является составной частью федерального портала "Российское образование". Содержит ресурсы и ссылки на ресурсы по естественно-научным дисциплинам (физика, математика, химия и биология).
3	http://www.edu.ru/	Федеральный портал «Российское образование»
4	http://www.msu.ru	Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

При изучении курса используются офисные программы Microsoft Windows7
Корпоративная или XP, Microsoft Office, Open Office 4.1.3

Аннотация к рабочей программе дисциплины
ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

образовательной программы высшего образования –
программы специалитета
образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата

01.03.01 – Математика

Направленность:

Математическое и программное обеспечение
вычислительных систем и компьютерных сетей

Формы обучения: очная

Трудоемкость дисциплины: 3 ЗЕ (108 академических часа)

Семестр: 4 (очная форма обучения).

Форма промежуточной аттестации: зачет

Содержание дисциплины

Теория делимости в кольце целых чисел; простые и составные числа; числовые функции; цепные дроби; теория сравнений; сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной; арифметические приложения теории сравнений.