

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Курганский государственный университет»  
(КГУ)

Кафедра «Фундаментальной математики»



УТВЕРЖДАЮ:  
Первый проректор  
К.С.Н. Щербич /  
«15» сентября 2019 г.

Рабочая программа учебной дисциплины  
**ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
ЛОГИКА**

образовательной программы высшего образования –  
программы специалитета

**01.05.01 – Фундаментальные математика и механика**

**Направленность (профиль): Математическое и компьютерное моделирова-  
ние механических систем**

Формы обучения: очная

Курган 2019

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика и математическая логика» составлена в соответствии с учебными планами по программе специалитета «Фундаментальная математика и механика (Математическое и компьютерное моделирование механических систем)», утвержденными:  
- для очной формы обучения «29» августа 2019 года;

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Фундаментальная математика» «03» сентября 2019 года, протокол № 1.

Рабочую программу составил  
к. пед. наук, доцент кафедры  
«Фундаментальная математика»

А.В. Чернышова

Согласовано:

Заведующий кафедрой  
«Фундаментальной математики»

М.В. Гаврильчик

Заведующий кафедрой  
«Механика машин и основы конструирования»

Д.А. Курасов

Специалист по учебно-методической  
работе учебно-методического отдела

Г.В. Казанкова

Начальник Управления  
образовательной деятельности

С.Н. Сеницын

## 1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 7 зачетных единиц трудоемкости (252 академических часа)

### Очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр	
		3	4
<b>Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов</b>	<b>80</b>	<b>32</b>	<b>48</b>
<b>в том числе:</b>			
Лекции	32	16	24
Практические занятия	68	16	24
<b>Самостоятельная работа, всего часов</b>	<b>172</b>	<b>76</b>	<b>96</b>
<b>в том числе:</b>			
Подготовка к зачету, экзамену	45	18	27
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины)	127	58	69
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>Зачет, экзамен</b>	<b>Зачет</b>	<b>Экзамен</b>
<b>Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов</b>	<b>252</b>	<b>108</b>	<b>144</b>

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Дискретная математика и математическая логика» относится к обязательной части учебного блока Б1.

Краткое содержание дисциплины: Основные понятия логики высказываний и логики предикатов, теории алгоритмов. Основные формализации понятия алгоритма. Применение математической логики и теории алгоритмов в математической практике. Элементы комбинаторики. Элементы теории графов. Элементы теории кодирования. Элементы теории конечных автоматов.

Дисциплина «Дискретная математика и математическая логика» базируется на знаниях, умениях, навыках, приобретенных студентами в средней школе.

Результаты обучения по дисциплине необходимы для осуществления профессиональной деятельности.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью изучения дисциплины является формирование математической культуры студента, фундаментальная подготовка по основным разделам дискретной математики и математической логики, а также овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

Задачами дисциплины являются: приобретение студентами навыков использования математического аппарата для системного анализа проблем, решения практических задач, связанных с формализацией и алгоритмизацией процессов получения, переработки информации.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1)

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:** основные термины, относящиеся к изучаемому предмету и их определения (ОПК-1), свойства алгоритмов и основные формализации понятия алгоритма, правила построения алгоритмических моделей математических задач (ОПК-1), законы логики, с помощью которых строятся правильные математические рассуждения (ОПК-1), основные понятия; способы представления графов, основные понятия теории конечных автоматов и комбинаторики (ОПК-1).

**Уметь:** проводить анализ и доказательство правильности математических рассуждений, формализовать и деформализовать математические и обычные тексты, применять знания по математической логике в различных ситуациях (ОПК-1), анализировать алгоритмы на предмет соответствия свойствам, строить алгоритмические модели различных математических задач с помощью различных формализаций (ОПК-1), формулировать и доказывать основные теоремы изучаемых разделов дискретной математики (ОПК-1), решать основные типы задач изучаемых разделов (ОПК-1).

**Владеть:** навыками построения рассуждений с использованием полученных знаний (ОПК-1), навыками применения изученных материалов при изучении предметов математического и информационного циклов (ОПК-1), приемами устного построения правильных математических рассуждений (ОПК-1).

#### 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Учебно-тематический план

##### 3 семестр

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем		
			Лекции	Практич. занятия	Лабораторные работы
Рубеж 1	1	Высказывания и операции над ними. Формулы алгебры высказываний. Классификация формул.	2	2	
	2	Логическая равносильность формул. Нормальные формы для формул алгебры высказываний.	2	2	
	3	Логическое следование. Правильные рассуждения.	2	2	
	4	Применение алгебры высказываний к логико-математической практике.	2	1	
		Рубежный контроль № 1		1	
Рубеж 2	5	Предикаты. Исчисление предикатов.	4	2	
	6	Алгоритмы и их свойства. Простейшие формализации понятия «алгоритм».	2	2	
	7	Основные формализации. Машина Тьюринга и Нормальные алгоритмы А.А. Маркова.	2	3	
		Рубежный контроль № 2	-	1	
<b>Всего:</b>			<b>16</b>	<b>16</b>	-

##### 4 семестр

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем		
			Лекции	Практич. занятия	Лабораторные работы
Рубеж 1	1	Элементы комбинаторики.	6	4	
	2	Элементы теории графов.	6	6	

		Рубежный контроль № 1		2	
Рубеж 2	3	Элементы теории кодирования.	6	6	
	4	Элементы теории конечных автоматов.	6	4	
		Рубежный контроль № 2	-	2	
<b>Всего:</b>			<b>24</b>	<b>24</b>	<b>-</b>

## 4.2. Содержание лекционных занятий

### 3 семестр

#### ***Тема 1. Высказывания и операции над ними. Формулы алгебры высказываний. Классификация формул***

Высказывания. Высказывательные формы. Логические связки. Логические операции. Формулы алгебры высказываний. Таблицы истинности формул. Классификация формул алгебры высказываний. Значение тавтологий.

#### ***Тема 2. Логическая равносильность формул. Нормальные формы для формул алгебры высказываний***

Отношение равносильности формул алгебры высказываний. Свойства отношения равносильности. Законы логики. Равносильные преобразования. Упрощение формул. Принцип двойственности. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Совершенные конъюнктивные и дизъюнктивные формы. Нахождение СДНФ и СКНФ с помощью таблицы истинности и с помощью равносильных преобразований.

#### ***Тема 3. Логическое следование. Правильные рассуждения.***

Отношение следования формул алгебры высказываний. Свойства логического следования. Теоремы. Виды теорем. Закон контрапозиции. Правильные рассуждения. Сокращенный способ проверки аргументов.

#### ***Тема 4. Применение алгебры высказываний к логико-математической практике.***

Следствия из данных посылок. Получение всех следствий. Получение следствий, содержащих только некоторые из данных элементарных высказываний. Переключательные схемы. Методы решения текстовых логических задач.

#### ***Тема 5. Предикаты. Исчисление предикатов.***

Предикаты и способы их задания. Множество истинности предикатов. Операции над предикатами. Равносильность высказывательных форм. Следование и включение. Свойства как одноместные предикаты. Классификация. Отношения как многоместные предикаты. Свойства бинарных отношений. Отношения эквивалентности и отношения порядка. Кванторы общности и существования. Кван-

тификация многоместных высказывательных форм. Отрицание предложений с кванторами. Численные кванторы. Символическая запись определений и теорем.

### ***Тема 6. Алгоритмы и их свойства. Простейшие формализации понятия «алгоритм».***

Интуитивное понятие алгоритма. Свойства алгоритмов. Простейшие формализации понятия алгоритма. Определение и принципы работы машины с неограниченными регистрами. Определение и принципы работы машины Поста. Основной тезис теории алгоритмов.

### ***Тема 7. Основные формализации. Машина Тьюринга и Нормальные алгоритмы А.А. Маркова.***

Основные формализации понятия алгоритма. Определение и принципы работы машины Тьюринга. Тезис Тьюринга. Вычислимые функции. Вербальные алгоритмы. Нормальные алгоритмы А.А. Маркова. Нормальные функции.

## **4 семестр**

### ***Раздел 1. Элементы комбинаторики***

***Тема 1. Выборки, перестановки, сочетания, размещения.***

Понятие выборки. Перестановки, сочетания и размещения без повторения и с повторением элементов.

***Тема 2. Полиномиальная теорема.***

Понятие бинома Ньютона, биномиальные коэффициенты и их свойства. Полиномиальная теорема. Формула вычисления полиномиальных коэффициентов и их приложения к определению числа разбиений. Формула включений и исключений.

***Тема 3. Рекуррентные соотношения***

Понятие рекуррентного соотношения. Числа Фибоначчи, как пример рекуррентного соотношения. Понятие решения рекуррентного соотношения. Способы решения однородных и неоднородных линейных рекуррентных соотношений.

### ***Раздел 2. Элементы теории графов***

***Тема 1. Основные понятия; способы представления графов***

Ориентированные и неориентированные графы. Способы задания графов. Цепи. Циклы. Связные графы. Изоморфизм графов.

Понятие об эйлеровых и гамильтоновых графах. Теорема Эйлера.

Понятие дерева и леса. Цикломатическое число. Задача коммивояжера. Обходы графа по глубине и ширине. Разрезы. Понятие планарного графа. Примеры планарных графов. Теорема Эйлера.

***Тема 2. Сети; алгоритмы решения задач на сетях***

Ориентированные графы. Алгоритмы Дейкстры, Флойда. Сети планирования, транспортные сети. Теорема Форда – Фалкерсона.

### ***Раздел 3 Элементы теории кодирования***

Тема 1. *Понятие кодирования, виды кодов*

Понятие об единичном  $n$ -мерном кубе; побуквенном кодировании, виды кодирования, взаимно-однозначное кодирование.

Тема 2. *Коды Хэмминга, коды Фано, взаимно-однозначное кодирование*

Знакомство с разделимыми; префиксными самокорректирующимися кодами; кодами Хэмминга, исправляющими единичные ошибки. Код Фано. Критерий взаимной однозначности кодирования.

#### **Раздел 4. Элементы теории конечных автоматов**

Тема 1. *Конечные автоматы, их минимизация*

Автоматные функции, состояние автомата; детерминированные и недетерминированные автоматы; эквивалентность состояний. Теорема об эквивалентности состояний конечного автомата; эквивалентность автоматов.

### **4.2. Практические занятия**

#### **Содержание практических занятий:**

#### **3 семестр**

<b>Номер раздела, темы</b>	<b>Наименование раздела, темы</b>	<b>Наименование практического занятия</b>	<b>Норматив времени, час.</b>
1	Высказывания и операции над ними. Формулы алгебры высказываний. Классификация формул.	Высказывания. Высказывательные формы. Логические связки. Логические операции. Формулы алгебры высказываний. Таблицы истинности формул. Классификация формул алгебры высказываний. Значение тавтологий.	2
2	Логическая равносильность формул. Нормальные формы для формул алгебры высказываний.	Отношение равносильности формул алгебры высказываний. Свойства отношения равносильности. Законы логики. Равносильные преобразования. Упрощение формул. Принцип двойственности. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Совершенные конъюнктивные и дизъюнктивные формы. Нахождение СДНФ и СКНФ с помощью таблицы истинности и с помощью равносильных преобразований.	2



3	Логическое следование. Правильные рассуждения.	Отношение следования формул алгебры высказываний. Свойства логического следования. Теоремы. Виды теорем. Закон контрапозиции. Правильные рассуждения. Сокращенный способ проверки аргументов.	2
4	Применение алгебры высказываний к логико-математической практике.	Следствия из данных посылок. Получение всех следствий. Получение следствий, содержащих только некоторые из данных элементарных высказываний. Переключательные схемы. Методы решения текстовых логических задач.	1
		Рубежный контроль 1	1
5	Предикаты. Исчисление предикатов.	Предикаты и способы их задания. Множество истинности предикатов. Операции над предикатами. Равносильность высказывательных форм. Следование и включение. Свойства как одноместные предикаты. Классификация. Отношения как многоместные предикаты. Свойства бинарных отношений. Отношения эквивалентности и отношения порядка. Кванторы общности и существования. Квантификация многоместных высказывательных форм. Отрицание предложений с кванторами. Численные кванторы. Символическая запись определений и теорем.	2
6	Алгоритмы и их свойства. Простейшие формализации понятия «алгоритм».	Интуитивное понятие алгоритма. Свойства алгоритмов. Простейшие формализации понятия алгоритма. Определение и принципы работы машины с неограниченными регистрами. Определение и принципы работы машины Поста. Основной тезис теории алгоритмов.	2

7	Основные формализации. Машина Тьюринга и Нормальные алгоритмы А.А. Маркова.	Основные формализации понятия алгоритма. Определение и принципы работы машины Тьюринга. Тезис Тьюринга. Вычислимые функции. Вербальные алгоритмы. Нормальные алгоритмы А.А. Маркова. Нормальные функции.	3
		Рубежный контроль 2	1
<b>Всего:</b>			<b>16</b>

#### 4 семестр

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Наименование практического занятия	Норматив времени, час.
1	Элементы комбинаторики	Выборки, перестановки, сочетания, размещения с повторениями Полиномиальная теорема	2
		Рекуррентные соотношения	2
2	Элементы теории графов	Основные понятия; способы представления графов	4
		Сети; алгоритмы решения задач на сетях	2
		Рубежный контроль 1	2
3	Элементы теории кодирования	Коды Хэмминга, Фано,	4
		Взаимно-однозначное кодирование	2
4	Элементы теории конечных автоматов	Конечные автоматы, их минимизация	4
		Рубежный контроль 2	2
<b>Всего:</b>			<b>24</b>

#### 4.4. Контрольная работа

Не предусмотрена.

### 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств, на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Преподавателем запланировано применение на лекционных занятиях технологий коллективного взаимодействия, разбора конкретных ситуаций, групповая форма работы студентов на этапе повторения материала.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения).

Для текущего контроля успеваемости преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям, подготовку к зачету, подготовку к экзамену.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

### Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.
	Очная форма обучения
<b>3 семестр</b>	
<b>Самостоятельное изучение тем дисциплины:</b>	<b>40</b>
Проблемы Гильберта	6
Элементы вероятностной логики	6
Силлогизмы	6
Метод резолюций	6
Неклассические логики	6
Рекурсивные функции	5
Сложностные классы алгоритмов	5
<b>Подготовка к рубежным контролям (по 1 часу на каждый рубеж)</b>	<b>2</b>
<b>Подготовка к практическим занятиям (по 2 часа на занятие)</b>	<b>16</b>
<b>Выполнение контрольной работы</b>	-
<b>Подготовка к зачету</b>	<b>18</b>
<b>Всего:</b>	<b>76</b>
<b>4 семестр</b>	
<b>Самостоятельное изучение тем дисциплины:</b>	<b>41</b>
Изоморфизм графов	10
Теорема Эйлера и ее следствия. Непланарность графов K5 и K3,3.	10

Теорема Форда-Фалкерсона.	11
Автоматы Мура и Милли	10
<b>Подготовка к рубежным контролям</b> (по 2 часа на каждый рубеж)	<b>4</b>
<b>Подготовка к практическим занятиям</b> (по 2 часа на занятие)	<b>24</b>
<b>Выполнение контрольной работы</b>	-
<b>Подготовка к экзамену</b>	<b>27</b>
<b>Всего:</b>	<b>96</b>

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов в КГУ
2. Перечень вопросов к зачету (3 семестр), экзамену (4 семестр)
3. Банк заданий к рубежным контролям № 1, № 2 (3 и 4 семестры)
4. Банк тестовых заданий к зачету
5. Банк заданий к экзамену
6. Задания к практическим занятиям
7. Дополнительные задания исследовательского характера (на усмотрение преподавателя).

### 6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине

№	Наименование	Содержание					
<b>3 семестр</b>							
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доводятся до сведения студентов на первом учебном занятии)	Распределение баллов					
		Вид учебной работы:	Посещение лекций	Посещение практических занятий, активность на занятиях	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	Зачет
		Балльная оценка:	До 16	До 16	До 18	До 20	До 30
	Примечания:	8 лекций по 2 балла	8 практических занятий по 2 балла	На 4 практическом занятии	На 8 практическом занятии		
<b>4 семестр</b>							
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы	Распределение баллов					
		Вид учебной работы:	Посещение лекций	Посещение практических занятий и активность на них	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	Экзамен

	(доводятся до сведения студентов на первом учебном занятии)	Балльная оценка:	До 24	До 24	До 10	До 12	До 30
		Примечания:	12 лекций по 2 балла	12 практических занятий по 2 балла	На бпрактическом занятии	На 12 практическом занятии	
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и зачета	60 и менее баллов – неудовлетворительно; незачёт 61...73 – удовлетворительно; зачтено 74... 90 – хорошо; 91...100 – отлично					
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов	<p>Для допуска к промежуточной аттестации (зачет, экзамен) студент должен выполнить все работы текущего и рубежного контроля и набрать не менее 50 баллов.</p> <p>Для получения экзаменационной оценки «автоматически» студенту необходимо набрать следующее минимальное количество баллов:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 68 для получения «автоматически» оценки удовлетворительно»; 61 для получения зачёта автоматически.</li> </ul> <p>По согласованию с преподавателем студенту, набравшему минимум 68 баллов (61 балл для получения зачёта автоматически) могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активное участие в научной и методической работе, оригинальность принятых решений в ходе выполнения заданий текущего и рубежного контроля, за участие в значимых учебных и внеучебных мероприятиях кафедры и выставлена за экзамен «автоматически» оценка «хорошо» или «отлично».</p>					
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра	<p>В случае если к промежуточной аттестации (экзамену, зачёту) не выполнены все задания или набрана сумма менее 50 баллов, студенту необходимо выполнить дополнительные задания, до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных лекционных и практических занятий.</p> <p>Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнение и защита отчетов по пропущенным практическим занятиям (1...2 балла);</li> <li>- прохождение рубежного контроля (баллы в зависимости от рубежа).</li> </ul> <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>					

### 6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме самостоятельных работ.

Перед проведением каждого рубежного контроля преподаватель прорабатывает со студентами основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии.

Варианты заданий для рубежных контролей состоят: 3 семестр № 1 – из 18 задач, № 2 – из 16 задач; 4 семестр: № 1 – из 4 задач, № 2 – из 2 задач.

На каждую работу при рубежном контроле студенту отводится время не менее 60 минут в 3 семестре и не менее 90 минут в 4 семестре.

Преподаватель оценивает в баллах результаты рубежного контроля каждого студента по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Зачетный тест состоит из 14 вопросов. Каждый вопрос в тесте оценивается от 1 до 3 баллов. Количество баллов по результатам зачета зависит от количества правильных ответов. Время, отводимое студенту на зачетный тест, составляет 25 минут.

Экзаменационный билет состоит из 6 вопросов, по 5 баллов каждый, на подготовку отводится 40 минут.

Результаты текущего контроля успеваемости, экзамена и зачета заносятся преподавателем в зачетную (экзаменационную) ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день зачета (экзамена), а также выставляются в зачетную книжку студента.

#### 6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей, экзамена и зачёта

##### 3 семестр

##### Рубеж 1

##### *Самостоятельная работа*

- Следующие предложения разделите на группы: высказывания, высказывательные формы, не являются высказываниями. Для каждого высказывания определите значение истинности.
  - математика – царица наук;
  - ты знаешь теорию вероятностей?
  - выучи урок, заданный по алгебре;
  - есть школьники, которые знают математику на «5»;
  - все школьники любят математику.
- Определите значения истинности высказываний  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , и  $D$  в следующих предложениях, если известны их значения истинности:
  - « $A$  и  $2 \times 2 = 4$ » = И.
  - «Если  $B$ , то 4 – нечетное число» = И.
  - «Если 12 – четное число, то  $C$ » = Л.
  - « $D$  или Солнце – спутник Земли» = Л.
  - « $A$  тогда и только тогда, когда  $2 < 3$ » = И.
  - « $B$  тогда и только тогда, когда  $2 > 3$ » = И.
  - « $C$  тогда и только тогда, когда  $2 < 3$ » = Л.
- Формализуйте следующие сложные высказывания: а) «Если прямая параллельна каждой из двух пересекающихся плоскостей, то она параллельна и линии их пересечения.»; б) «Чтобы погода была солнечной, достаточно, чтобы не было ни ветра, ни дождя.»
- В следующих формулах расставьте порядок выполнения операций и выпишите соответствующие подформулы: 1)  $(p \vee \bar{q}) \wedge (q \vee \bar{r}) \vee r \vee q$ ; 2)  $(x \wedge y) \rightarrow x \wedge (x \wedge y) \rightarrow y$ . Составьте таблицу истинности для данных функций.
- С помощью равносильных преобразований выясните, является ли формула тавтологией:  $(p \wedge q \rightarrow r) \wedge (\bar{r} \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$ .

6. С помощью равносильных преобразований упростите следующие формулы:  
 $(x \rightarrow y) \vee (y \rightarrow x) \rightarrow x \wedge y$ ;

7. Сформулируйте предложения: а) обратные данным, б) противоположные данным:

- 1) «Если четырехугольник – ромб, то его диагонали взаимно перпендикулярны»;
- 2) «Если параллелограмм – ромб, то его диагонали взаимно перпендикулярны»;
- 3) «Точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии»;
- 4) «В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов».

Какие из предложений являются теоремами? Для каждой теоремы сформулируйте теорему, равносильную ей согласно закону контрапозиции.

8. Докажите, что справедливо следующее логическое следование, пользуясь определением этого понятия; выясните, будет ли верно обратное следование, т.е. будет ли формула, стоящая слева, логическим следствием формулы, стоящей справа:

$$\overline{y} \rightarrow x \rightarrow x \Rightarrow y \rightarrow x \rightarrow (x \leftrightarrow y).$$

9. Расположите следующие формулы в таком порядке, чтобы из каждой формулы следовали все, стоящие после нее:  $\overline{x} \leftrightarrow y$ ,  $x \rightarrow (\overline{x} \rightarrow y)$ ,  $x \rightarrow (y \rightarrow x)$ ,  $x \vee y$ ,  $\overline{x} \wedge y$ .

10. Составьте формулы, соответствующие данным таблицам истинности (выберите рациональный способ). Упростите полученные формулы:

x	y	z	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>
1	1	1	0	1
1	1	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	1	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0

11. Установите, какие из данных формул являются ДНФ; СДНФ; КНФ; СКНФ формул с переменными x, y и z: 1)  $x \wedge y \vee x \wedge z$ ; 2)  $(x \vee y) \wedge (\overline{x} \wedge z)$ ; 3)  $x \wedge y \wedge z \vee (x \wedge y \wedge z)$ ; 4)  $(x \vee y) \wedge (x \vee \overline{y}) \wedge (\overline{x} \vee y)$ .

12. По данному набору значений переменных постройте дизъюнктивный одночлен, принимающий значение 0 только на этом наборе значений переменных: 1) (0, 0); 2) (0, 1); 3) (1, 1); 4) (1, 0, 0)

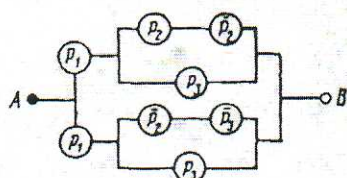
13. Найдите все следствия из посылок: 1)  $x \leftrightarrow y$  и  $y \leftrightarrow z$ ; 2)  $x \wedge y \rightarrow \overline{z}$  и z.

14. Найдите следствие из посылок  $\overline{x} \wedge z \wedge y \vee z$ ,  $x \wedge y$  и  $y \rightarrow x \vee \overline{z}$ , содержащее только переменные: 1) x и z, 2) y и z.

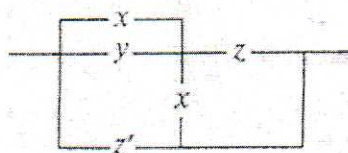
15. Имеются кубики из картона и из дерева, большие и маленькие, зеленые и красные. Известно, что: зеленых кубиков 16; зеленых больших 6; больших зеленых из картона 4; красных из картона 8; красных из дерева 9; больших деревянных 7; маленьких деревянных 11. Сколько всего кубиков?

16. Проанализируйте работу следующих переключательных схем.

1)



2)





17. Проверьте равносильность следующих переключательных схем:



18. Постройте простейшую схему, условия работы которой заданы следующей таблицей:

$x$	$y$	$z$	$c$	$F$
1	1	1	1	1
1	1	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	0	0	1
1	0	1	1	1
1	0	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	1	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	1	1
0	0	1	0	1
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

### Рубеж 2

#### Самостоятельная работа

1. Задайте множество значений переменных так, чтобы предикаты, заданные следующими высказывательными формами, имели одно и то же множество истинности: 1)  $y = x$ ;  $\sqrt{y} = \sqrt{x}$ ; 2) « $x$  – ромб»; «диагонали  $x$  взаимно перпендикулярны».

2. Найдите множества истинности следующих предикатов: 1) « $x$  кратно 3»;  $M_x = \{3; 6; 9; 12\}$ ; 2) « $y^2 + 3y + 2 = 0$ »;  $M_y = \mathbf{R}$ ;
3. Определите, следует ли одна высказывательная форма из другой, если  $M_x = \mathbf{R}$ :  
1)  $|x| < 3$ ;  $x^2 - 3x + 2 = 0$ ; 2)  $x^4 = 16$ ;  $x^2 = -2$ ; 3)  $\sin x = 2$ ;  $x^2 + 5 = 0$   $x^2 + x - 6 = 0$ .
4. Установите, какими свойствами обладает каждое из отношений, заданных на  $\mathbf{R}$  следующими высказывательными формами: 1)  $|x + y| = 3$ ; 2)  $xy \geq 0$ .
5. Запишите следующее высказывание на обычном языке и определите его значение истинности (переменные принимают значения из  $\mathbf{R}$ ):  $\forall x \forall y ((x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2)$ .
6. Следующие предложения запишите в виде конъюнкций либо дизъюнкций: 1) «Каждое слагаемое суммы  $a + b + c$  четно»; 2) «Множеству  $M$  принадлежат все буквы слова цирк».
7. Сформулируйте отрицания следующих высказываний в утвердительной форме (то есть так, чтобы отрицание данного высказывания не начиналось со слов «неверно, что» или «не»):  
1) «Из всякого положения есть выход»;  
2) «В каждой стране найдется город, у всех жителей которого один и тот же цвет глаз»;  
3) «Существует книга, в которой есть страница, в каждой строке которой найдется хотя бы одна буква «а».
8. Дать описание алгоритма перехода через улицу: а) на перекрестке, снабженном светофором; б) на нерегулируемом перекрестке.
9. Составьте алгоритм сложения столбиком двух натуральных чисел.
10. Два встречных поезда, каждый из которых состоит из паровоза и 21 вагона, встретились на дороге с одним тупиком. Тупик вмещает максимум 11 вагонов или 10 вагонов и паровоз. Сформулировать алгоритм, позволяющий разъехаться поездам, притом так, чтобы каждый поезд продолжил двигаться в своем направлении.
11. Составьте алгоритм, вычисляющий функцию  $f(x)$  с помощью машины с неограниченными регистрами.  $f(x) = 3x$ ;
12. Написать программу машины Поста для вычисления значений функции  $f(x)$ .  
1)  $f(x) = x + 4$ ; 2)  $f(x, y) = x - y$ .
13. Построить машину Тьюринга, которая вычисляет модуль разности двух любых натуральных чисел.  $A = \{0, 1, 2\}$ .
14. Построить нормальный алгоритм для выполнения сложения натуральных чисел в единичной системе счисления.
15. Постройте машину Тьюринга, перерабатывающую слово  $01^x 01^y 0$  в слово  $01^x 01^y 01^x 01^y 0$ , причем в начальном положении обозревается самая левая ячейка, а в конечном – ячейка, в которой записан 0, заключенный между массивами  $1^x 01^y$  и  $1^x 01^y$ .
16. Построить машину Тьюринга, вычисляющую остаток от деления на 8, 9. В алфавите  $A = \{1\}$ .

### **Пример зачетного теста**

*Каждый вопрос (кроме 13 и 14) экзаменационного билета оценивается максимум в 2 балла. Задачи 13 и 14 – максимум в 3 балла. Количество баллов зависит от правильности и полноты ответа.*

- 1 Дать определение высказывания, высказывательной формы.
- 2 Дать определение равносильных формул в алгебре высказываний. Перечислить свойства отношения равносильности.
- 3 Дать определение отношения логического следования формул алгебры высказываний. Перечислить его свойства.
- 4 Описать процедуру получения всех неравносильных между собой следствий из данных посылок. Привести пример.
- 5 Перечислить способы задания предикатов.

- 6 В чем заключается свойство алгоритма «элементарность шагов»?
- 7 Какая функция называется нормально вычислимой?
- 8 Составить таблицу истинности для формулы:  $\overline{(x \wedge y) \rightarrow x \wedge (x \wedge y) \rightarrow y}$ .
- 9 Упростить формулу:  $\overline{P \vee Q} \rightarrow (P \vee Q \rightarrow P)$ .
- 10 Для теоремы «Всякий параллелограмм с равными диагоналями есть прямоугольник или квадрат» определить логическую структуру (переформулировать и формализовать) и составить обратное и противоположное утверждение.
- 11 Найти все не равносильные между собой и не тождественно истинные формулы алгебры высказываний, являющиеся логическими следствиями следующих формул (посылок):  $x \wedge y \rightarrow z$  и  $x \vee y$ .
- 12 Предикаты  $P_1, P_2$  и  $P_3$  заданы высказывательной формой «в слове  $x$  буква «а» встречается не более двух раз» на множествах  $M_1, M_2$  и  $M_3$  соответственно:  $M_1 = \{\text{конь; стол; зал; чаша; баран}\}$ ;  $M_2 = \{\text{мир; чай; ваза}\}$ ;  $M_3 = \{\text{карандаш; карнавал}\}$ . Составить таблицу для каждого из предикатов  $P_1, P_2$  и  $P_3$ . Выписать множества их значений.
- 13 Написать программу машины Поста, вычисляющую функцию  $f(x) = x + 1$ .
- 14 Написать программу нормального алгоритма, который проверяет делимость на 5 в единичном алфавите.

## 4 семестр

### Рубеж 1

#### Самостоятельная работа

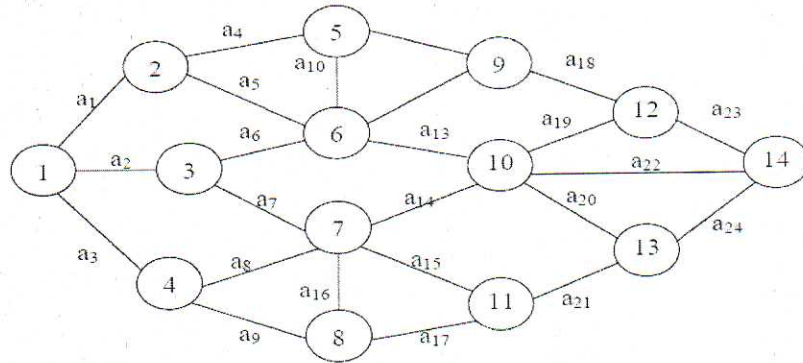
1. Автобусные билеты имеют шестизначные номера от 000000 до 999999.
  - а) сколько номеров, у которых есть хотя бы одна нечетная цифра?
  - б) сколько номеров содержат цифру 7?
  - в) сколько номеров содержат цифру 7 и 0?
  - г) сколько среди них счастливых? (Счастливым считается номер abcabc или abccba).
2. а)  $C_{x+8}^{x+3} = 5A_{x+6}^3$ ; б)  $C_{15}^{k-2} < C_{15}^k$  в)  $\begin{cases} C_x^{y+1} = 2,5x \\ C_{x-1}^y = 10 \end{cases}$ 
  - г) Найдите коэффициент при  $a^3b^5c$  после раскрытия скобок в выражении  $(a + b - c + 5)^{11}$ .
  - д) Определить коэффициент  $k$  в члене  $ka^6b^6c^{12}$  многочлена, получаемого из алгебраического выражения  $(a+b+c)^3(a^2+b^2+c^2)^6$ :
3. Постройте граф отношения « $x + y > 7$ » на множестве  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Для полученного графа найдите матрицу смежности, матрицу инцидентности, радиус, диаметр и центр, цикломатическое и хроматическое числа.
4. Составить сетевой график выполнения работ и найти минимальное время завершения работ, критический путь.

Содержание работы	Обозначение	Предыдущая работа	Продолжительность, дн.
Исходные данные на изделие	$a_1$		$t_1$
Заказ комплектующих деталей	$a_2$	$a_1$	$t_2$
Выпуск документации	$a_3$	$a_1$	$t_3$
Изготовление деталей	$a_4$	$a_3$	$t_4$
Постановка комплектующих деталей	$a_5$	$a_2$	$t_5$
Сборка изделия	$a_6$	$a_4, a_5$	$t_6$
Выпуск документации на испытание	$a_7$	$a_3$	$t_7$
Испытание и приемка изделия	$a_8$	$a_6, a_7$	$t_8$

$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$
30	7	15	35	25	13	12	14

2. Транспортному предприятию требуется перевезти груз из пункта 1 в пункт 14. на рисунке показана сеть дорог и стоимость перевозки единицы груза между отдельными пунктами.

Определить маршрут доставки груза, которому соответствуют наименьшие затраты.



a																							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
2	1	1	1	1	1	1	1	1	24	21	20	22	23	24	20	22	31	32	35	37	45	28	30
0	8	9	1	5	3	2	4	2															

### Рубеж №2

Самостоятельная работа

- Для конечного автомата, заданного таблицей, построить граф. Начальное состояние автомата, отмечено символом «\*». Для заданного входного слова ЛОЛЛА, найти выходное слово  $u$  и конечное состояние, в котором будет находиться автомат.

Переходная и выходная функции	Состояния		
	$q_0$	$q_1$	$q_2^*$
Входные символы			
А	$q_2 1$	$q_1 0$	$q_2 0$
Л	$q_1 0$	$q_0 0$	$q_0 1$
О	$q_1 1$	$q_2 0$	$q_1 0$

- а) Построить код Фано и Хаффмана для списка сообщений с заданным распределением частот. Определить стоимость кода.

S	T	U	V	W	X	Y	Z
0,15	0,1	0,15	0,2	0,05	0,1	0,18	0,07

- б) Построить код Хэмминга для заданного сообщения 11101010. Внести ошибку в 5 разряд, и проведя декодирование, подтвердить место ошибки.

### Пример экзаменационного теста

Каждый вопрос экзаменационного билета оценивается максимум в 5 баллов. Количество баллов зависит от правильности и полноты ответа.

1. Основные понятия комбинаторики. Правило суммы и произведения.
2. Ориентированные графы.
3. Классификация методов кодирования информации.
4. Найти  $x$ , если четвертый член разложения  $(\sqrt{x} + x^{-1})^6$  равен  $\frac{5}{9}$ .
5. Построить конечный автомат для описания работы кодового замка с пятью кнопками. Назовем их А, В, С, Д, Е. Замок открывается при нажатии одной кнопки (Е), остается открытым 5 сек., причем никакие две кнопки одновременно не набираются.
6. а) Построить код Фано и Хаффмана для списка сообщений с заданным распределением частот. Определить стоимость кода.

S	T	U	V	W	X	Y	Z
0,15	0,1	0,1	0,16	0,11	0,12	0,15	0,11

б) Построить код Хэмминга для заданного сообщения 111001010. Внести ошибку в 6 разряд, и проведя декодирование, подтвердить место ошибки.

## 6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

## 7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Вся необходимая литература имеется на электронном носителе в УМК

### 7.1. Основная учебная литература

1. Игошин В.И. Сборник задач по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие / В.И. Игошин. — М.: КУРС: ИНФРА-М, 2018. — 392 с. — (Бакалавриат).
2. Игошин В.И. Математическая логика: учеб. пособие / В.И. Игошин. — М.: ИНФРА-М, 2018. — 398 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа: <http://www.znanium.com>]. — (Высшее образование: Бакалавриат).
3. Крупский В.Н. Теория алгоритмов: учеб. пособие для студ. вузов. — М.: Издательский центр «Академия», 2009. — 208 с.
4. Никольская И.Л. Знакомство с математической логикой. — М.: Московский психолого-социальный институт: Флинта, 1998. — 128 с.
5. Никольская И.Л. Математическая логика. — М., 1981.
6. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения: Учебное пособие. 3-е изд., испр. — СПб: Издательство «Лань», 2008. — 288 с.
7. Лыскова В.Ю. Логика в информатике/ В.Ю. Лыскова, Е.А. Ракитина; М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2004. — 160 с.

8. Редькин И. П. Дискретная математика: Курс лекций для студентов-механиков. — СПб.: Издательство «Лань», 2006. — 96 с.
9. Лупанов О. Б. Курс лекций по дискретной математике. - М., 2006.
10. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. — 2-е изд. — СПб.: «Питер», 2005. — С. 364.
11. Акимов О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 376 с.

### 7.2. Дополнительная учебная литература

1. Барвайс Дж. (ред.) Справочная книга по математической логике. – М.: Наука, 1982.
2. Братчиков И.Л. Синтаксис языков программирования. – М.: Наука, 1975.
3. Гиндикин С.Г. Алгебра логики в задачах. – М., 1972.
4. Гудстейн Р.Л. Математическая логика: Пер. с англ. / Под ред. и с предисл. С.А. Яковской. Изд. 2-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 160 с.
5. Ин Ц., Соломон Д. Использование Турбо-Пролога. – М.: Мир, 1993.
6. Клини С. Введение в метаматематику. – М., 1957.
7. Клини С. Математическая логика. – М.: Мир, 1973.
8. Ковальски Р. Логика в решении проблем. – М.: Наука, 1990.
9. Кэрролл Л. История с узелками/ Пер. с англ. – М., 1973.
10. Кэрролл Л. Логическая игра/ Пер. с англ. – М., 1991.
11. Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова – М.: Физматлит, 1995.
12. Лыскова В.Ю. Логика в информатике/ В.Ю. Лыскова, Е.А. Ракитина; М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2004. – 160 с.
13. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М.: Наука, 1986.
14. Математическая логика / Под общей редакцией А.А. Столяра и др. – Минск: Высшая школа, 1991.
15. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М.: Наука, 1984.
16. Мощенский В.А. Лекции по математической логике. – Минск, 1973.
17. Новиков П.С. Элементы математической логики. – М.: Наука, 1973.
18. Тей А., Грибомон П. и др. Логический подход к искусственному интеллекту, Том 1. – М.: Мир, 1990.
19. Тей А., Грибомон П. и др. Логический подход к искусственному интеллекту, Том 2. – М.: Мир, 1998.
20. Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М.: Наука, 1983.
21. Черч А. Введение в математическую логику. – М.: Мир, 1960.
22. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. - М., Наука, 1969. -328 с.
23. Нефедов В.Н. Курс дискретной математики. М., МАИ, 1992
24. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженеров.– СПб: Изд. «Лань», 2005. – 400 с

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

## САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Электронный экземпляр текстов лекций (хранится на диске в УМК)
2. Методические рекомендации по выполнению заданий исследовательского характера (входят в УМК).

### 9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№		
1.	<a href="http://dxdy.ru/mat-logika-osnovaniya-matematiki-teoriya-algoritmov-f70.html">http://dxdy.ru/mat-logika-osnovaniya-matematiki-teoriya-algoritmov-f70.html</a>	Форум, посвященный вопросам решения различных задач по математической логике и теории алгоритмов
2.	<a href="http://www.diary.ru/~eek/p52629673.htm">http://www.diary.ru/~eek/p52629673.htm</a>	Литература по математической логике и теории алгоритмов
3.	<a href="http://tablica-istinnosti.ru/logika.html">http://tablica-istinnosti.ru/logika.html</a>	on-line сервисы по математической логике.
4.	<a href="http://en.edu.ru/">http://en.edu.ru/</a>	Портал является составной частью федерального портала "Российское образование". Содержит ресурсы и ссылки на ресурсы по естественно-научным дисциплинам (физика, математика, химия и биология).
5.	<a href="http://www.edu.ru/">http://www.edu.ru/</a>	Федеральный портал «Российское образование»
6.	<a href="http://www.msu.ru">http://www.msu.ru</a>	Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова

### 10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

При чтении лекций используются слайдовые презентации.

Минимальные требования к операционной системе и программному обеспечению компьютера, используемого при показе слайдовых презентаций: Windows XP, Foxit Reader Pro версия 1.3.

### 11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Мультимедийное оборудование (переносной персональный компьютер, мультимедийный проектор, мультимедийный экран).

Аннотация к рабочей программе дисциплины  
**«Дискретная математика и математическая логика»**

образовательной программы высшего образования –  
программы специалитета

**01.05.01 – Фундаментальные математика и механика**

**Направленность (профиль): Математическое и компьютерное моделирова-  
ние механических систем**

Трудоемкость дисциплины: 7 ЗЕ (252 академических часа)

Семестр: 3, 4

Форма промежуточной аттестации: зачет, экзамен

**Содержание дисциплины**

Основные понятия логики высказываний и логики предикатов, теории алго-  
ритмов. Основные формализации понятия алгоритма. Применение математиче-  
ской логики и теории алгоритмов в математической практике. Элементы комби-  
наторики. Элементы теории графов. Элементы теории кодирования. Элементы  
теории конечных автоматов.