

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Курганский государственный университет»  
(КГУ)

Кафедра физики



СВЕРЖДАЮ:  
Проректор  
С.Н. Шербич /  
2019 г.

Рабочая программа учебной дисциплины  
**Методы математической физики**

образовательной программы высшего образования –  
программы бакалавриата 03.03.02 – Физика  
Направленность:  
Фундаментальная физика

Формы обучения: очная

Курган 2019

Рабочая программа дисциплины «Методы математической физики» составлена в соответствии с учебными планами по программе бакалавриата Физика (Фундаментальная физика), утвержденными:  
- для очной формы обучения «29» августа 2019 года

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Физика» «06» декабря 2019 года, протокол № 2.

Рабочую программу составил  
Доцент кафедры «Физика»

Т. В. Дензанова

Согласовано:

Заведующий кафедрой «Физика»

В.И. Бочегов

Специалист по учебно-методической работе  
учебно-методического отдела

Г.В. Казанкова

Начальник Управления  
образовательной деятельности

С.Н. Синицын

## 1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 5 зачетных единицы трудоемкости (180 академических часа)

### Очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр
		5
<b>Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов</b>	<b>60</b>	<b>60</b>
<b>в том числе:</b>		
Лекции	16	16
Практические занятия	44	44
<b>Самостоятельная работа, всего часов</b>	<b>120</b>	<b>120</b>
<b>в том числе:</b>		
Подготовка к экзамену	27	27
Другие виды самостоятельной работы	93	93
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>Экзамен</b>	<b>Экзамен</b>
<b>Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов</b>	<b>180</b>	<b>180</b>

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Методы математической физики» относится к базовой части Б1.

Изучение дисциплины базируется на результатах обучения, сформированных при изучении следующих дисциплин:

- Математика;
- Общая физика;
- Информатика;

Результаты обучения по дисциплине необходимы для освоения дисциплин профессионального цикла:

- теоретическая физика;
- физика конденсированного состояния вещества.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью освоения дисциплины «Методы математической физики» является формирование у студентов представлений о методах решения уравнений в частных производных второго порядка, о типах уравнений и граничных условий, свойств основных специальных функций математической физики, об интегральных преобразованиях.

Задачами освоения дисциплины является умение правильно ставить и решать задачу Коши, краевую и смешанные задачи для описания волновых процессов, процессов диффузии и теплопроводности, установившихся процессов; иметь навыки решения дифференциальных уравнений первого и второго порядка в частных производных.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- способностью использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, экологии, наук о земле и человеке) **(ОПК-1)**;

- способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей **(ОПК-2)**

- способность использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач **(ОПК-3)**

- способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости направление своей деятельности **(ОПК-8)**

- способность использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин **(ПК-1)**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

Код компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1	способностью использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, экологии, наук о земле и человеке)	<p><b>Знает</b> физические основы механики, молекулярной физики, природу колебаний и волн, основы молекулярной физики и термодинамики, электричества и магнетизма.</p> <p><b>Умеет</b> оценивать различные методы решения задачи и выбирает оптимальный метод</p> <p><b>Владеет</b> навыками физических исследований, способен передавать результат проведенных исследований в виде конкретных рекомендаций в терминах предметной области знания</p>
ОПК-2	Способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задачи и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	<p><b>Знает</b> основные уравнения математической физики</p> <p><b>Умеет</b> создавать математические модели типовых задач</p> <p><b>Владеет</b> способами решений уравнений математической физики</p>
ОПК-3	Способностью использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач	<p><b>Знает</b> фундаментальные разделы общей и теоретической физики</p> <p><b>Умеет</b> использовать теоретические знания для построения моделей физических процессов</p> <p><b>Владеет</b> навыками решений уравнений математической физики</p>
ОПК-8	способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости направление своей деятельности	<p><b>Знает</b> способы определения наиболее эффективных методов и понимает широту и ограниченность применения физики к исследованию процессов и явлений в природе и обществе</p> <p><b>Умеет</b> осмысленно выбирать и применять базовые теоретические знания фундаментальных разделов физики для решения профессиональных задач</p>

		<p><b>Владеет</b> методами выявления и применения различных способов решения тех или иных задач, а также применения базовых теоретических знаний фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач в той или иной области деятельности</p>
ПК-1	<p>способность использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин</p>	<p><b>Знает</b> способы определения видов и типов профессиональных задач, структурирования задач различных групп</p> <p><b>Умеет</b> выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, встречающихся в физике</p> <p><b>Владеет</b> возможностями современных научных методов на уровне, необходимом для постановки и решения задач, имеющих естественнонаучное содержание</p>

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Учебно-тематический план Очная форма обучения

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем		
			Лекции	Практич. занятия	Лабораторные работы
Рубеж 1	1	Линейные пространства	4	8	-
	2	Линейные операторы	4	6	-
Рубеж 2	3	Ортогональные базисы. Ряды и интегралы Фурье	2	10	-
	4	Дифференциальные уравнения в частных производных	6	20	-
<b>Всего:</b>			<b>16</b>	<b>44</b>	<b>-</b>

### 4.2. Содержание лекционных занятий

#### **Тема 1. Линейные пространства**

Понятие векторного пространства. Примеры векторных пространств. Линейно-зависимые и линейно-независимые наборы векторов. Базис векторного пространства. Примеры базисов в векторных пространствах. Конечномерные и бесконечномерные векторные пространства. Разложение вектора по базису. Нахождение матрицы перехода от одного базиса к другому. Размерность пространства. Подпространства. Примеры подпространств. Алгоритм нахождения базиса и размерности подпространства, порожденного данным набором векторов. Сумма и пересечение подпространств.

Геометрия пространств. Норма и расстояние. Скалярное произведение в векторном пространстве. Евклидово пространство. Унитарное пространство. Гильбертово пространство.

#### **Тема 2. Линейные операторы**

Понятие линейного оператора. Примеры линейных операторов. Способы задания линейных операторов. Матрица линейного оператора в базисе. Сумма и произведение операторов. Коммутирующие операторы. Ядро оператора.

Характеристическое уравнение оператора. Собственные значения и собственные вектора оператора.

Линейные операторы в унитарных пространствах. Сопряженный оператор. Самосопряженный или эрмитов оператор. Свойства эрмитовых операторов.

#### **Тема 3. Ортогональные базисы. Ряды и интегралы Фурье**

Ортогональные базисы. Ортонормированные базисы. Ряд Фурье, коэффициенты ряда Фурье. Равенство Парсеваля.

Тригонометрический ряд Фурье. Полный ортогональный базис. Разложение элемента векторного пространства по базису в тригонометрический ряд Фурье.

Ряд Фурье в комплексной форме. Коэффициенты ряда Фурье в комплексной форме. Разложение элемента векторного пространства по базису в ряд Фурье в комплексной форме.

Интеграл Фурье. Обратное и прямое преобразование Фурье.

Применение рядов и интеграла Фурье в физике и технике.

### Тема 4. Дифференциальные уравнения в частных производных

Применение методов математической физики для описания общих закономерностей различных физических явлений. Общая характеристика дифференциальных уравнений математической физики. Три основных типа уравнений: волновое уравнение, уравнение теплопроводности и уравнение Лапласа. Математическая классификация уравнений в частных производных второго порядка: гиперболический, параболический и эллиптический типы. Приведение уравнения к каноническому виду в случае двух независимых переменных. Постановка краевых задач. Три типа краевых задач: задача Коши, задача Дирихле, смешанная задача.

Физические задачи, приводящие к волновому уравнению.

Уравнение колебаний на бесконечной прямой. Метод распространяющихся волн. Формула Даламбера. Корректность постановки задачи Коши. Пример Адамара.

Решение смешанной задачи методом разделения переменных для однородного и неоднородного волнового уравнения.

Метод интегральных преобразований Фурье, задача Штурма-Лиувилля.

Уравнение распространения тепла в стержне и пространстве. Формулировка краевой задачи. Охлаждение стержня конечной длины. Распространение тепла в неограниченном стержне (метод интегральных преобразований Фурье). Решение уравнения теплопроводности в пространстве.

#### 4.3. Практические занятия

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Наименование практического занятия	Норматив времени, час.
			Очная форма обучения
1	Линейные пространства	Линейные пространства	2
		Геометрия линейных пространств	4
		Скалярное произведение	2
2	Линейные операторы	Линейные операторы	4
		<b>1-ый рубежный контроль</b>	2
3	Ортогональные базисы. Ряды и интегралы Фурье.	Ортогональные базисы	2
		Тригонометрический ряд Фурье	2
		Комплексная форма ряда Фурье	2
		Интеграл Фурье	2
		Процесс Грамма-Шмидта	2
4	Дифференциальные уравнения в частных производных	Дифференциальные уравнения	2
		Волновое уравнение	2



	Метод характеристик	2
	Метод Фурье	2
	Метод Фурье для уравнения теплопроводности	2
	Уравнение теплопроводности для шара	4
	Неоднородное уравнение теплопроводности	4
	<b>2-ой рубежный контроль</b>	<b>2</b>
	<b>Всего:</b>	<b>44</b>

## 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, на которых заостряет внимание преподаватель.

Перед практическим занятием рекомендуется подготовить вопросы по неясным моментам в лекциях и обсудить их в ходе учебной дискуссии на практическом занятии.

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям, подготовку к экзамену.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

## Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.	
	Очная форма обучения	Заочная форма обучения
Подготовка к практическим занятиям (по 2 часа на каждое занятие)	44	
<b>Самостоятельное изучение тем дисциплины:</b>	<b>45</b>	-
Элементы теории потенциала	20	-
Краевые задачи для уравнения Гельмгольца	10	-
Нелинейные уравнения математической физики	15	-
<b>Подготовка к рубежным контролям (по 2 часа на каждый рубеж)</b>	<b>4</b>	-
<b>Подготовка к экзамену</b>	<b>27</b>	-
<b>Всего:</b>	<b>120</b>	-

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов в КГУ.
2. Банк вопросов к рубежным контролям № 1, № 2.
3. Банк задач к экзамену.
4. Задания к практическим работам.

## 6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине

№	Наименование	Содержание						
		<b>Очная форма обучения</b>						
		Распределение баллов за 6 семестр						
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доводятся до сведения студентов на первом учебном занятии)	Вид учебной работы:	Посещение лекций	Выполнение и защита отчетов по лабораторным работам	Работа на занятии и активность	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	Экзамен
		Балльная оценка:	1 б x 8 = 8	-	1 б x 20 = 20	21	21	30
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и экзамена	<p>60 и менее баллов – неудовлетворительно; не зачтено;          61...73 – удовлетворительно; зачтено;          74... 90 – хорошо;          91...100 – отлично</p>						
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов	<p>Для допуска к промежуточной аттестации (экзамену) студент должен набрать по итогам текущего и рубежного контроля не менее 50 баллов и должен выполнить все практические работы.</p> <p>Для получения экзаменационной оценки «автоматически» студенту необходимо набрать следующее минимальное количество баллов:</p> <p style="padding-left: 20px;">- 68 для получения «автоматически» экзамена с оценкой «удовлетворительно».</p> <p>По согласованию с преподавателем студенту, набравшему минимум 68 баллов, могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активность на практических занятиях, активное участие в научной и методической работе, оригинальность принятых решений в ходе выполнения практических работ, за участие в значимых учебных и внеучебных мероприятиях кафедры и выставляется оценка «хорошо» или «отлично» «автоматически».</p>						

4	<p>Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра</p>	<p>В случае если к промежуточной аттестации (экзамену) набрана сумма менее 50 баллов, студенту необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных практических работ.</p> <p>Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнение и защита пропущенной практической работы (при невозможности дополнительного проведения практической работы преподаватель устанавливает форму дополнительного задания по тематике пропущенной работы самостоятельно) – до 1 балла.</li> </ul> <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>
---	--	--

### 6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме устного собеседования.

На подготовку к ответу при рубежном контроле студенту отводится время не менее 30 минут.

Преподаватель оценивает в баллах результаты собеседования с каждым студентом и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Экзаменационный билет состоит из 2 задач. Количество баллов по результатам экзамена соответствует количеству решенных задач (в зависимости от сложности задачи). Время, отводимое студенту на экзаменационный тест, составляет 1 астрономический час. Каждая задача оценивается в 15 баллов.

Результаты текущего контроля успеваемости и экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день экзамена, а также выставляются в зачетную книжку студента.

### 6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена

#### Примеры вопросов для собеседования к рубежному контролю №1:

1. Уравнение струны.
2. Колебания мембраны.
3. Классификация уравнений в частных производных второго порядка с двумя переменными.
4. Приведение линейного уравнения с частными производными второго порядка к каноническому виду.

### Примеры вопросов для собеседования к рубежному контролю №2:

1. Свойства собственных функций.
2. Специальные функции математической физики: область отрезок, круг, шар.
3. Общее уравнение теории специальных функций.
4. Вывод формулы связи двух линейно-независимых решений общего уравнения теории специальных функций.

### Пример вариантов задач к экзамену:

1. Найдите, как меняется со временем форма бесконечной струны (полагаем  $a = 1$ ), если начальное отклонение равно нулю, а начальный импульс задан функцией  $\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = x$ . Постройте анимацию.

2. Найдите, как меняется со временем форма бесконечной струны (полагаем  $a = 1$ ), если начальный импульс равен нулю, а начальное отклонение задано функцией, имеющей вид ломаной, изображенной на рис. 1. Постройте анимацию.

3. Струна закреплена на концах  $x = 0$  и  $x = 2$ . В начальный момент форма струны имеет вид ломаной, изображенной на рис. 2. Найти форму струны для любого момента времени, если начальные скорости точек струны отсутствуют. Постройте анимацию.

4. Пусть начальные отклонения струны, закрепленной в точках  $x = 0$  и  $x = 2$ , равны нулю, а начальная скорость выражается формулой:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \begin{cases} 1, & |x - 1| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & |x - 1| > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Определить форму струны для любого момента времени. Построить анимацию.

## 6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

## **7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА**

### **7.1. Основная учебная литература**

1. Несис Е. И. Методы математической физики: учебн. пособие. - М.: «Просвещение», 1977. - 199 с.
2. Кузнецов А.В. Методы математической физики: Учебное пособие. - Ярославль: ЯрГУ им. П.Г. Демидова, 2004. - 200 с. URL:  
<http://window.edu.ru/resource/286/65286>

### **7.2. Дополнительная учебная литература**

1. Рындин Е.А. Методы решения задач математической физики: Учебное пособие. - Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2003. - 119 с. URL:  
<http://window.edu.ru/resource/857/28857>

## **10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

При чтении лекций используются слайдовые презентации.

Минимальные требования к операционной системе и программному обеспечению компьютера, используемого при показе слайдовых презентаций: Windows7, FoxitReader.

## **11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Мультимедийное оборудование (переносной персональный компьютер, мультимедийный проектор, мультимедийный экран).

Аннотация к рабочей программе дисциплины  
**«Методы математической физики»**

образовательной программы высшего образования –  
программы бакалавриата

**03.03.02 Физика**

Направленность:

**Фундаментальная физика**

Трудоемкость дисциплины: 5 ЗЕ (180 академических часа)

Семестр: 5 (очная форма обучения)

Форма промежуточной аттестации: Экзамен

Содержание дисциплины

Классификация уравнений в частных производных второго порядка.  
Уравнения гиперболического и параболического типа. Краевые задачи для  
уравнения Лапласа. Метод конечных разностей. Специальные функции.