

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Курганский государственный университет»  
(КГУ)

Кафедра «Математика и физика»

УТВЕРЖДАЮ:  
Первый проректор  
\_\_\_\_\_ / Змызгова Т.Р. /  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2024 г.

Рабочая программа учебной дисциплины

## **Дифференциальные уравнения**

образовательной программы высшего образования –  
программы бакалавриата:

**01.03.01 – Математика**

Направленность: **Математическое и программное обеспечение  
экономической деятельности**

Формы обучения: очная

Курган 2024

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с учебным планом по программе бакалавриата Математика (Математическое и программное обеспечение экономической деятельности) утвержденными:

- для очной формы обучения «28» июня 2024 года;

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Математика и физика»

«31» августа 2024 года, протокол № 1

Рабочую программу составил:  
доцент, к.ф.-м.н.,

Т.А. Вержбалович

Согласовано:

Заведующий кафедрой  
«Математика и физика»

М.В. Гаврильчик

Специалист по учебно-методической  
работе учебно-методического отдела

Г.В. Казанкова

Начальник управления  
образовательной деятельности

И.В. Григоренко

# 1.ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

всего: 8 зачетных единиц (288 академических часа)  
очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр			
		1	2	3	4
<b>Аудиторные занятия (всего часов), в том числе:</b>	106			60	46
Лекции	46			30	16
Практические занятия	60			30	30
<b>Самостоятельная работа (всего часов), в том числе:</b>	182			120	62
Контрольная работа	28			18	10
Курсовая работа	30				30
Подготовка к экзамену, зачету	45			27	18
Другие виды самостоятельной работы	79			75	4
<b>Вид промежуточной аттестации:</b>	зачет, экзамен			экзамен	зачет
<b>Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам в часах:</b>	288			180	108

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части Блока 1. Дисциплина логически и содержательно взаимосвязана с другими профессиональными дисциплинами: математическим анализом, алгеброй, геометрией, численными методами, учебной и производственной практиками; она использует основные математические понятия и методы решения практических задач.

Освоение дисциплины «Дифференциальные уравнения» должно опираться на прочную базу знаний, умений и навыков, полученных абитуриентами в школьном курсе математики и обучающимися в ходе изучения дисциплины «Математический анализ» на первом и втором курсах обучения.

Результаты изучения дисциплины необходимы для изучения таких дисциплин как уравнения с частными производными, функциональный анализ, численные методы, вариационное исчисление и многих других.

## **3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

Целью освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» является усвоение основ теории дифференциальных уравнений, подготовка квалифицированного математика, способного применять полученные знания в различных областях науки и ее приложениях.

Задачами освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются:

- освоение основных понятий теории дифференциальных уравнений и их свойств;
- овладение методами математического исследования средствами дифференциальных уравнений;
- овладение методами и приемами решения прикладных задач из различных областей математики, физики и др.

В результате изучения курса обучающийся должен усвоить основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений, простейшие методы качественного исследования уравнений и их систем, иметь представление о методах решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных первого порядка.

**Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:**

- Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении (ОПК – 2).

В результате изучения дисциплины, обучающийся должен:

-Знать основные понятия теории дифференциальных уравнений и их систем, а так же их свойства, доказательства, методы решения (ОПК-2);

-Уметь решать практические задачи на основе моделирования исследуемых процессов с помощью дифференциальных уравнений (ОПК-2);

-Владеть основными понятиями, идеями, принципами и методами решения дифференциальных уравнений (ОПК-2).

Индикаторы и дескрипторы части соответствующей компетенции формируемой в процессе изучения дисциплины «аналитическая геометрия», оцениваются при помощи оценочных средств.

Планируемые результаты обучения по дисциплине «аналитическая геометрия», индикаторы достижения компетенций ОПК-1, перечень оценочных средств

№ п/п	Код индикатора достижения компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции	Код планируемого результата обучения	Планируемые результаты обучения	Наименование оценочных средств
1	ИД-1 ОПК-2	<b>Знать:</b> основные понятия и методы изучаемых разделов; основные сферы их приложения	З (ИД-1 ОПК-2)	<b>Знает:</b> основные понятия теории дифференциальных уравнений и их систем, методы решения, а также свойства и доказательства основных теорем. Возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном моделировании естественных процессов	Вопросы для сдачи экзамена и зачета, задания для текущего контроля
2	ИД-2 ОПК-2	<b>Уметь:</b> применять изученные теоретические положения к решению разнообразных задач из курса «Дифференциальные уравнения»	У (ИД-2 ОПК-2)	<b>Умеет:</b> решать задачи вычислительного и теоретического характера, применяя теорию дифференциальных уравнений	Вопросы для сдачи экзамена и зачета, задания для текущего контроля
3	ИД-3 ОПК-2	<b>Владеть:</b> математическим аппаратом курса дифференциальных уравнений	В (ИД-3 ОПК-2)	<b>Владеет:</b> идеями, принципами и методами решения дифференциальных уравнений	Вопросы для сдачи экзамена и зачета, задания для текущего контроля

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Учебно-тематический план

Рубеж дисциплины	Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Количество часов по видам учебных занятий	
			Лекции	Практические занятия
<b>3 СЕМЕСТР</b>			<b>30</b>	<b>30</b>
Рубеж 1	P1	Дифференциальные уравнения первого порядка	20	20
Рубеж 2	P2	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков	10	10
<b>4 СЕМЕСТР</b>			<b>16</b>	<b>30</b>
Рубеж 3	P3	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков	8	16
Рубеж 4	P4	Линейные системы дифференциальных уравнений. Устойчивость линейных систем	8	14

### 4.2. Содержание лекционных занятий

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание лекции	Трудоемкость, часы
<b>3 СЕМЕСТР</b>			
P1	<i>Дифференциальные уравнения первого порядка</i>	Общие понятия теории дифференциальных уравнений. Задачи, приводящие к дифференциальному уравнению. Понятие дифференциального уравнения, поле направлений, решения, интегральные кривые, векторное поле, фазовые кривые.	2
		Уравнения с разделяющимися переменными. Дифференциальные уравнения, сводящиеся к дифференциальным уравнениям с разделяющимися переменными.	2
		Однородные уравнения; уравнения, приводимые к однородным уравнениям. Квазиоднородные дифференциальные уравнения.	2

		Линейные уравнения первого порядка. Свойства решений линейного однородного и линейного неоднородного дифференциального уравнения. Уравнение Бернулли.	2
		Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	2
		Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения. Методы нахождения особых решений.	4
		Некоторые применения дифференциальных уравнений первого порядка. Геометрические приложения дифференциальных уравнений. Применение дифференциальных уравнений в физике, химии, биологии, экономике.	4
		Вопросы существования и единственности решений уравнения первого порядка. Задача Коши: теорема существования и единственности решения задачи Коши.	2
Р2	<i>Линейные дифференциальные уравнения высших порядков</i>	Дифференциальные уравнения высших порядков. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения n-го порядка. Типы уравнений n-го порядка, решаемые в квадратурах. Уравнения, допускающие понижения порядка.	4
		<u>Общая теория линейных дифференциальных уравнений.</u> Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка. Свойства частных решений. Линейно-независимая система решений. Определитель Вронского. -Остроградского. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения линейного однородного уравнения. Неоднородные линейные уравнения. Теорема о структуре общего решения. Метод вариации постоянных нахождения общего решения линейного неоднородного уравнения	6
		<b>Итого:</b>	<b>30</b>
		<b>4 СЕМЕСТР</b>	

P3	<i>Линейные уравнения с постоянными коэффициентами</i>	Линейное однородное уравнение. Характеристический многочлен. Нахождение фундаментальной системы частных решений. Линейное неоднородное уравнение со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов. Применение линейных уравнений к колебательным процессам. Свободные и вынужденные колебания. Явление резонанса.	8
P4	<i>Линейные системы дифференциальных уравнений. Устойчивость линейных систем.</i>	Нормальная форма системы дифференциальных уравнений. Эквивалентность уравнения n-го порядка и нормальной системы n уравнений первого порядка. Системы линейных дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения системы уравнений. Интервал существования решения линейной системы.	2
		Линейные однородные системы. Свойства решений однородной системы. Понятие о линейной независимости систем решений. Условия линейной зависимости и независимости решений однородной системы уравнений. Построение общего решения. Метод Эйлера для решения однородной линейной системы с постоянными коэффициентами.	2
		Неоднородные линейные системы. Структура общего решения неоднородной системы. Метод вариации произвольных постоянных.	2
		Понятие об устойчивости решения в смысле Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Устойчивость и неустойчивость решения по первому приближению.	2
<b>Итого:</b>			<b>16</b>

### 4.3. Содержание практических занятий

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание лекции	Трудоемкость, часы
<b>3 СЕМЕСТР</b>			
P1	<i>Дифференциальные уравнения первого порядка</i>	Общие понятия теории дифференциальных уравнений. Задачи, приводящие к дифференциальному уравнению. Понятие	2

		дифференциального уравнения, поле направлений, решения, интегральные кривые, векторное поле, фазовые кривые.	
		Уравнения с разделяющимися переменными. Дифференциальные уравнения, сводящиеся к дифференциальным уравнениям с разделяющимися переменными.	2
		Однородные уравнения; уравнения, приводимые к однородным уравнениям. Квазиоднородные дифференциальные уравнения.	2
		Линейные уравнения первого порядка. Свойства решений линейного однородного и линейного неоднородного дифференциального уравнения. Уравнение Бернулли	4
		Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	2
		Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые решения. Методы нахождения особых решений.	4
		Некоторые применения дифференциальных уравнений первого порядка. Геометрические приложения дифференциальных уравнений. Применение дифференциальных уравнений в физике, химии, биологии, экономике.	2
<b>Рубежный контроль № 1(контрольная работа №1)</b>			<b>2</b>
P2	<i>Линейные дифференциальные уравнения высших порядков</i>	Дифференциальные уравнения высших порядков. Типы уравнений n-го порядка, решаемые в квадратурах. Уравнения, допускающие понижения порядка.	4
		Общая теория линейных дифференциальных уравнений. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка. Свойства частных решений. Линейно-независимая система решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения линейного однородного уравнения. Неоднородные линейные уравнения. Теорема о структуре общего решения. Метод вариации постоянных нахождения общего решения линейного неоднородного	4

		уравнения	
		<b><i>Рубежный контроль №2 (контрольная работа №2)</i></b>	<b>2</b>
		<b>Итого:</b>	<b>30</b>
<b>4 СЕМЕСТР</b>			
P3	<i>Линейные уравнения с постоянными коэффициентами</i>	Линейное однородное уравнение. Характеристический многочлен. Нахождение фундаментальной системы частных решений. Линейное неоднородное уравнение со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов. Применение линейных уравнений к колебательным процессам. Свободные и вынужденные колебания. Явление резонанса.	14
		<b><i>Рубежный контроль №3 (контрольная работа №3)</i></b>	<b>2</b>
P4	<i>Линейные системы дифференциальных уравнений. Устойчивость линейных систем</i>	Нормальная форма системы дифференциальных уравнений. Эквивалентность уравнения n-го порядка и нормальной системы n уравнений первого порядка. Системы линейных дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения системы уравнений. Интервал существования решения линейной системы.	4
		Линейные однородные системы. Свойства решений однородной системы. Понятие о линейной независимости систем решений. Условия линейной зависимости и независимости решений однородной системы уравнений. Построение общего решения. Метод Эйлера для решения однородной линейной системы с постоянными коэффициентами.	2
		Неоднородные линейные системы. Структура общего решения неоднородной системы. Метод вариации произвольных постоянных.	3
		Понятие об устойчивости решения в смысле Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Устойчивость и неустойчивость решения по первому приближению.	3
		<b><i>Рубежный контроль №4 (контрольная работа №4)</i></b>	<b>2</b>
		<b>Итого:</b>	<b>30</b>

#### **4.4. Контрольная работа**

Учебным планом предусмотрено четыре контрольные работы. Контрольная работа №1 (Рубеж 2) содержит задания по теме «Дифференциальные уравнения высших порядков» проводятся в первом семестре контрольная работа №2 (Рубеж 4) по теме «Системы дифференциальных уравнений», проводятся во втором семестре. Каждая работа носит индивидуальный характер.

#### **4.5 Курсовая работа**

Примерная тематика и требования к написанию курсовых работ (4 семестр)

Курсовая работа – самостоятельная работа обучающихся, основной целью и содержанием которой является развитие навыков выполнения научных исследований теоретического, экспериментального или практического характера, всестороннего анализа какого-либо вопроса в области дифференциальных уравнений.

Курсовая работа должна включать в себя:

- титульный лист;
- содержание;
- введение;
- основную часть;
- заключение;
- список использованных источников;
- приложение (при необходимости).

#### **Тема. Дифференциальные уравнения как модели математических реальных процессов**

**Цель работы** – дать понятие о математической модели реального процесса и показать на примерах использование дифференциальных уравнений в качестве математических моделей.

В курсовой работе должны быть раскрыты следующие вопросы:

1. Понятие о математической модели процесса.
2. Основные требования, предъявляемые к математической модели.
3. Понятие о дифференциальном уравнении и задаче Коши (начальной задаче).
4. Мировоззренческое значение единообразия дифференциальных уравнений, описывающих различные процессы.
5. Использование дифференциальных уравнений в качестве математических моделей реальных процессов. Примеры.

### **5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Приступая к изучению дисциплины «Дифференциальные уравнения», необходимо повторить: основные понятия курса Математический анализ, особенно темы «Дифференциальное и интегральное исчисления функции одной переменной».

Для успешного освоения курса «Дифференциальные уравнения», обязательно посещение лекций и практических занятий, регулярное конспектирование материала всех лекций и участие в обсуждении решения задач на практических занятиях.

При подготовке к практическим занятиям необходимо проработать теоретический материал для решения определенного вида дифференциальных уравнений; затем выполнить задания для самостоятельного решения по теме предыдущего занятия; после этого изучить теоретический материал очередного практического занятия. Подготовка нужна не только к практическим занятиям, но и к лекциям. Перед очередной лекцией необходимо повторить материал предыдущих лекций, так как материал новой лекции часто опирается на уже известный материал.

Систематическая подготовка к аудиторным занятиям и активное участие в рассмотрении вопросов, как на практических занятиях, так и на лекциях является залогом успешного прохождения рубежных контролей и промежуточных аттестаций по дисциплине «Дифференциальные уравнения».

Для текущего контроля успеваемости используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки активности обучающихся, что способствует лучшему освоению материала и получению высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям и рубежным контролям, выполнение контрольных работ, подготовку к экзамену, зачету, выполнению курсовой работы.

**Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице**

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час			
	I семестр	II семестр	III семестр	IV семестр
Углубленное изучение разделов, тем лекционного курса: линейные дифференциальные уравнения; линейные системы дифференциальных уравнений; устойчивость линейных систем.	—	—	45	
Подготовка к практическим занятиям	—	—	26	
Подготовка к рубежным контролям (по 2 ч. на каждый рубеж)	—	—	4	4

Подготовка к экзамену и зачету	—	—	27	18
Выполнение контрольной работы			18	10
Подготовка курсовой работы				30
<b>ИТОГО</b>	—	—	120	62

## **6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **6.1. Перечень оценочных средств**

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности обучающихся.
2. Банк заданий к рубежным контролям №1, №3.
3. Перечень вопросов к экзамену и зачету.
4. Контрольная работа (рубежный контроль №2- №4).

### **6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся по дисциплине**

№	Наименование	Содержание				
<b>Очная форма обучения 1(2) семестр</b>						
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы <b>(доводятся до сведения обучающихся на первом учебном</b>	Распределение баллов				
		Вид учебной работы:	Посещение лекций	Работа на практических занятиях	Рубежный контроль №1 (№3) (контрольная работа)	Рубежный контроль №2 (№4) (домашняя контрольная работа)
	Балльная оценка:	До 15	До 13	До 21	До 21	До 30

	занятии)	Примечания:	15 лекций по 1 баллу	13 практических занятий по 1 баллу	На 10 (8)-практическом занятии, В случае несвоевременной сдачи контрольной работы, она оценивается от 0 до 17 баллов (в случае сдачи на одну неделю позже установленного срока) и от 0 до 11 баллов (в случае сдачи на две недели позже установленного срока).	На 14 неделе. В случае несвоевременной сдачи домашней контрольной работы, она оценивается от 0 до 17 баллов (в случае сдачи на одну неделю позже установленного срока) и от 0 до 11 баллов (в случае сдачи на две недели позже установленного срока).
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и зачета				60 и менее баллов – неудовлетворительно; 61...73 – удовлетворительно; 74... 90 – хорошо; 91...100 – отлично	
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов				Для допуска к промежуточной аттестации по дисциплине за семестр, обучающийся должен набрать по итогам текущего и рубежного контролей не менее 51 балла. В случае если обучающийся набрал менее 51 балла, то к аттестационным испытаниям он не допускается. Для получения экзамена без проведения процедуры промежуточной аттестации обучающемуся необходимо набрать в ходе текущего и рубежных контролей не менее 61 балла. В этом случае итог балльной оценки, получаемой обучающимся, определяется по количеству баллов, набранных им в ходе текущего и рубежных контролей. При этом, на усмотрение преподавателя, балльная оценка обучающегося может быть повышена за счет получения дополнительных баллов за академическую активность. Обучающийся, имеющий право на получение оценки без проведения процедуры промежуточной аттестации, может повысить ее путем сдачи аттестационного испытания. В случае получения обучающимся на аттестационном испытании 0 баллов итог балльной оценки по дисциплине не снижается. За академическую активность в ходе освоения дисциплины, участие в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности обучающегося могут быть начислены дополнительные баллы. Максимальное количество дополнительных баллов за академическую активность составляет 30. Основанием для получения дополнительных баллов являются: - выполнение дополнительных заданий по дисциплине дополнительные баллы начисляются преподавателем; - участие в течение семестра в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности КГУ.	
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) обучающихся для получения недостающих баллов в конце семестра				В случае если к промежуточной аттестации (экзамену) набрана сумма менее 51 балла, обучающемуся необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра. Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.	

### 6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме контрольных работ. По результатам контрольной работы выставляются баллы за рубежный контроль (см. пункт 6.2). Контрольная работа №1 (рубежный контроль №1) содержит задачи по теме 1 и 2, пункта 4.1 данной рабочей программы, рубежный контроль №2 (по теме 4). Контрольная работа №3 (рубежный контроль №3) по теме 6, рубежный контроль №4 по теме 7. Перед проведением каждого рубежного контроля преподаватель прорабатывает с обучающимися основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии. Текущий контроль осуществляется в виде контроля посещения лекций и оценивая активности студента на практических занятиях.

Экзамен проводится в традиционной форме по билетам. В билете два теоретических вопроса и два примера. Каждый правильно и полно изложенный теоретический вопрос оценивается в 7 баллов, каждый правильный и достаточно обоснованный ответ в решении задач - 8 баллов. Время, отводимое обучающемуся на экзаменационный билет, составляет 1,5 астрономического часа.

Результаты текущего контроля успеваемости и экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день экзамена, а также выставляются в зачетную книжку обучающегося.

### 6.4 Примеры оценочных средств для рубежных контролей, зачета и экзамена.

Примерная тематика по используемым формам контроля:

#### Рубежный контроль № 1 (контрольная работа № 1)

##### Вариант № 0

1. Решить дифференциальные уравнения:

a)  $(3x^2y^3 + 4xy - 2)dx + (3x^3y^2 + 2x^2 + y)dy = 0;$

b)  $y' = (4x + y - 1)^2;$

c)  $(x^2 + 2xy)dx + xydy = 0;$

d)  $xy' + 1 = e^y;$

e)  $\frac{dx}{dt} = \frac{t - x\sqrt{1+t^2}}{t\sqrt{1+t^2}}.$

2. Во сколько времени тело, нагретое до 110 градусов, охладится до 25 градусов в комнате с температурой 10 градусов, если до 60 градусов оно охлаждается за 20 минут. (По закону Ньютона скорость охлаждения тела пропорциональна разности между температурами тела и среды).

#### Рубежный контроль № 2(контрольная работа № 2)

##### Вариант № 0

1. Решить задачу Коши  $y^4 - y^3 y'' = 1, y(0) = 1, y'(0) = \sqrt{2}.$

2. Решить задачу Коши  $y^3 y'' = 1, y(2) = 1, y'(2) = 0.$

Рубежный контроль № 3 (контрольная работа № 3)

Вариант № 0

Для уравнения  $y^{(5)} + y''' = f(x)$

- найти общее решение соответствующего однородного уравнения;
- найти частное решение неоднородного уравнения, если  $f(x) = 24 \sin 2x$ , записать общее решение этого уравнения;
- найти частное решение, удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = y^{(4)}(0) = 0$ ;
- записать частное решение с неопределенными коэффициентами, если  $f(x) = e^x (\sin x - 3x) + x^2$ .

Рубежный контроль №4 (контрольная работа № 4)

Вариант № 0

- Решить задачу Коши  $yy'' = (y')^2 - (y')^3$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 2$ .
- Для уравнения  $y''' - 4y'' + 3y' = f(x)$ 
  - найти общее решение соответствующего однородного уравнения;
  - найти частное решение неоднородного уравнения, если  $f(x) = e^{2x} (12x + 6)$ , записать общее решение этого уравнения;
  - найти частное решение, удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -1$ ,  $y''(0) = -19$ ;
  - записать частное решение с неопределенными коэффициентами, если  $f(x) = e^x \cos x + x^2 e^{3x} - 4$ .
- Методом вариации решить дифференциальное уравнение:  $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$ .
- Найти общее решение системы дифференциальных уравнений: 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 8y \\ \frac{dy}{dt} = x + y + 6t \end{cases}$$

**Вопросы к экзамену по дисциплине "Дифференциальные уравнения" (3 семестр)**

*(билет содержит один теоретический и два практических задания)*

- Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения (без доказательства).
- Качественная теория дифференциальных уравнений первого порядка. Метод изоклин.
- Уравнения с разделяющимися переменными. Простейшие дифференциальные уравнения, которые приводятся к уравнениям с разделяющимися переменными.

4. Уравнения, однородные относительно переменных. Простейшие типы дифференциальных уравнений, которые приводятся к однородным уравнениям. Квазиоднородные дифференциальные уравнения.
5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Способы отыскания решений линейных неоднородных уравнений (три способа).
6. Уравнение Бернулли, различные способы его решения.
7. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
8. Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной.
9. Особые точки и особые решения дифференциального уравнения. Ортогональные траектории.
10. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

### **Вопросы к зачету по дисциплине "Дифференциальные уравнения" (4 семестр)**

*(билет содержит один теоретический и один практический вопрос)*

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка.
2. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами.
3. Уравнение Эйлера  $n$ -ого порядка.
4. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка, метод вариации.
5. Метод неопределенных коэффициентов решения неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
6. Операторный метод решения неоднородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
7. Системы дифференциальных уравнений. Общие определения. Однородные и неоднородные линейные системы. Методы решения систем дифференциальных уравнений.
8. Системы линейных дифференциальных уравнений, системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
9. Применение дифференциальных уравнений к изучению колебательных движений. Свободные колебания и вынужденные колебания.
10. Вопросы устойчивости решений дифференциальных уравнений и их систем.

### **Примерная тематика курсовых работ**

1. Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов.
2. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и их приложения.
3. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений и систем.
4. Приложение операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений.
5. Краевые задачи для дифференциальных уравнений второго порядка.
6. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения (систем дифференциальных уравнений).
7. Методы Рунге-Кутты решений дифференциальных уравнений и их систем.
8. Приложения дифференциальных уравнений и их систем.

## **6.5 ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

## **7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА**

### **7.1.Основная литература**

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 432 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-011973-1 <http://znanium.com/catalog/product/549273>

2. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы: Учебное пособие / Литвин Д.Б., Мелешко С.В., Мамаев И.И. - Ставрополь:Сервисшкола, 2017. - 76 с.: <http://znanium.com/catalog/product/976476>

3. Эльсгольц Л.Э. Обыкновенные дифференциальные уравнения: (Учебник для вузов)/ Л.Э. Эльсгольц. - Санкт-Петербург: Лань, 2002. - 220 с.

### **7.2. Дополнительная литература**

1. Дифференциальные уравнения в приложениях / В. В. Амелькин. - Москва: Наука, 1987. - 158, [2] с.: ил

2. Киселев, Д.М. Элементы теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] / Д.М. Киселев. - М.: МГАВТ, 2001. - 39 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=522813>

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

1. Дифференциальные уравнения / Учебно-методическое руководство для самостоятельной работы студентов 2 курса. – Курган, 1998. - /Составили Гаврильчик М.В. и др. – 48с.

2. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными / Учебно-методические указания для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы студентов. – Курган, 2009. - / Составили Михащенко Т.Н., Арапова Л.Ю. - 44 с.

## **9. ИНТЕРНЕТ РЕСУРСЫ НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

	Интернет-ресурс	Краткое описание
	<a href="http://en.edu.ru/">http://en.edu.ru/</a>	Портал является составной частью федерального портала "Российское образование". Содержит ресурсы и ссылки на ресурсы по естественно-научным дисциплинам (физика, математика, химия и биология).
	<a href="http://www.edu.ru/">http://www.edu.ru/</a>	Федеральный портал «Российское образование»
	<a href="http://www.msu.ru">http://www.msu.ru</a>	Сайт Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

## **10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

1. ЭБС «Лань»
2. ЭБС «Консультант студента»
3. ЭБС «Znanium.com»
4. «Гарант» - справочно-правовая система

## **11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение по реализации дисциплины осуществляется в соответствии с требованиями ФГОС ВО по данной образовательной программе.

## **12. ДЛЯ СТУДЕНТОВ, ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п.6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до сведения обучающихся.

### **Аннотация**

к рабочей программе дисциплины «**Дифференциальные уравнения**» образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата.

#### **01.03.01-Математика**

Направленность: **Математическое и программное обеспечение экономической деятельности**

Трудоемкость дисциплины: 8зач.ед.(288 академических часа)

Семестры: 3,4

Формы промежуточной аттестации экзамен – 3 семестр, зачет – 4 семестр

#### **Содержание дисциплины**

Основные положения теории дифференциальных уравнений первого порядка, дифференциальные уравнения высших порядков, системы дифференциальных уравнений и их приложения.