

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Курганский государственный университет»  
(КГУ)  
Кафедра «Математика и физика»

УТВЕРЖДАЮ:

Ректор

\_\_\_\_\_ / Н.В. Дубив/

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г.

Рабочая программа учебной дисциплины

### **Комплексный анализ**

образовательной программы высшего образования –  
программы бакалавриата:

**44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

Направленность: **Математика и физика**

Формы обучения: очная, заочная

Курган 2024

Рабочая программа дисциплины «Комплексный анализ» составлена в соответствии с учебным планом по программе бакалавриата Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика и физика) утвержденными:

- для очной формы обучения « 28 » июня 2024 года;
- для заочной формы обучения « 28» июня 2024года

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Математика и физика»

«31» августа 2024 года, протокол № 1

Рабочую программу составил:

доцент, к.ф.-м.н.,

Т.А. Вержболович

Согласовано:

Заведующий кафедрой  
«Математика и физика»

М.В. Гаврильчик

Специалист по учебно-методической  
работе учебно-методического отдела

Г.В. Казанкова

Начальник управления  
образовательной деятельности

И.В. Григоренко

## 1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 3 зачетных единицы трудоемкости (108 академических часа)

### Очная форма обучения

Вид учебной работы	Семестр очная форма обучения	Семестр заочная форма обучения
	5	7
<b>Аудиторные занятия (всего часов), в том числе:</b>	<b>78</b>	<b>14</b>
Лекции	30	6
Практические занятия	48	8
<b>Самостоятельная работа (всего часов), в том числе:</b>	<b>30</b>	<b>94</b>
Контрольные работы	18	18
Подготовка к зачету	18	18
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины)	2	58
<b>Вид промежуточной аттестации:</b>	зачет	зачет
<b>Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам в часах:</b>	<b>108</b>	<b>108</b>

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к обязательной части учебного блока 1 (обязательная дисциплина)

*Краткое содержание дисциплины.*

Функции комплексного переменного и отображения множеств, Тригонометрические и гиперболические функции. Интеграл по комплексному переменному, применение вычетов, гармонические функции на плоскости.

Данная дисциплина является логическим завершением изучения других дисциплин данного цикла: математический анализ, численные методы и др., ее изучение является распространением и углублением математического анализа на комплексную область

Дисциплина «Комплексный анализ» необходимая дисциплина в формировании математической культуры специалиста.

Знания, полученные при изучении дисциплины «Комплексный анализ», лежат в основе математического образования, они необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений.

### **3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

Целью изучения дисциплины является получение фундаментального образования, способствующего развитию личности.

Цель данного курса – познакомить будущих математиков-прикладников с основными фактами комплексного анализа: понятием аналитической функции; конформным отображением, интегральным представлением Коши для аналитических функций, использованием его для разложения функций, а также приложениями комплексного анализа к вычислению интегралов, гидро- и аэродинамике, операционному исчислению.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- Способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности (ПК-3)

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

**Знать** основные аспекты теории аналитических функций; (ПК-3)

**Уметь** выполнять действия с комплексными числами, вычислять значения элементарных функций, исследовать степенные ряды на сходимость, вычислять интегралы по определению и с помощью вычислений; (ПК-3)

**Владеть** информацией о различных приложениях комплексного анализа; (ПК-3)

Индикаторы и дескрипторы части соответствующей компетенции формируемой в процессе изучения дисциплины «Комплексный анализ», оцениваются при помощи оценочных средств.

Планируемые результаты обучения по дисциплине «Комплексный анализ», индикаторы достижения компетенций ПК-3, перечень оценочных средств

№ п/ п	Код индика тора достиж ения компет енции	Наименование индикатора достижения компетенции	Код плани руемог о результат а обучен ия	Планируемые результаты обучения	Наименование оценочных средств
1	ИД-1 пк-3	<b>Знать:</b> основные понятия и методы изучаемых разделов; основные сферы их приложения	3 (ИД-1 пк-3)	<b>Знает:</b> основные понятия и методы комплексного анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном	Вопросы для сдачи зачета, задания для текущего контроля

				моделировании прикладных задач	
2	ИД-2 пк-з	<b>Уметь:</b> применять изученные теоретические положения к решению разнообразных задач из курса «Комплексный анализ»	У (ИД-2 пк-з)	<b>Умеет :</b> решать задачи вычислительного и теоретического характера в комплексном анализе	Вопросы для сдачи зачета, задания для текущего контроля
3	ИД-3 пкз	<b>Владеть:</b> математическим аппаратом комплексного анализа	В (ИД-3 пк-з)	<b>Владеет:</b> аналитическими методами решения прикладных задач	Вопросы для сдачи зачета, задания для текущего контроля

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Учебно-тематический план

#### Очная форма обучения

Рубеж дисциплины	Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Количество часов по видам учебных занятий очная/заочная формы обучения		
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы
<i>5 семестр</i>					
<i>Рубеж 1</i>	<i>P1</i>	<i>Комплексные числа и операции над ними</i>	2/0,5	4/1	
	<i>P2</i>	<i>Топология комплексной плоскости</i>	4/1	4/1	
	<i>P3</i>	<i>Конформные отображения, функции в комплексной области.</i>	4/1	6/1	
	<i>P4</i>	<i>Интеграл от функции комплексного переменного</i>	5/1	14/1	
<i>Рубеж 2</i>	<i>P5</i>	<i>Числовые и функциональные ряды в комплексной области</i>	5/1	4/1	
	<i>P6</i>	<i>Теория вычетов</i>	8/1	8/1	
	<i>P7</i>	<i>Гармонические функции</i>	2/0,5	5/1	
	<i>P8</i>	<i>Применение аналитических функций к задачам гидродинамики</i>		3/1	
<i>Общий итог:</i>			<b>30/6</b>	<b>48/8</b>	

## 4.2. Содержание лекционных занятий

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание лекций	Норматив времени, часы очная/заочная формы обучения
		<b>5 семестр</b>	<b>30/6</b>
<b>P1</b>	<b>Комплексные числа и операции над ними</b>	Комплексные числа и операции над ними, геометрическое изображение модуль и аргумент комплексного числа, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа, формула Эйлера. Извлечение корня, логарифм. Степень с произвольным комплексным показателем.	2/0,5
<b>P2</b>	<b>Топология комплексной плоскости</b>	Топология комплексной плоскости: окрестность точки, предел последовательности. Открытые и замкнутые множества, компактность. Лемма Лебега об открытом покрытии компактного множества. Компактификация комплексной плоскости, стереографическая проекция. Сфера Римана. Области и кривые.	1/0,2
		Комплексные функции действительного и комплексной переменных, их геометрический смысл. Предел и непрерывность функции комплексного переменного, равномерная непрерывность.	2/0,5
		Дифференцируемость и голоморфность функции комплексного переменного, условия Коши–Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформность отображения, критерий конформности в точке.	1/0,3
<b>P3</b>	<b>Конформные отображения, функции комплексной области.</b>	<p style="text-align: right;">6</p> <p>Линейная и дробно-линейная функции: конформные отображения, осуществляемые ими. Круговое, групповое свойства дробно-линейных отображений, свойство симметрии: задание дробно-линейного отображения тремя парами точек, отображение круга на круг и на полуплоскость.</p> <p>Показательная и логарифмическая функции, тригонометрические и обратные тригонометрические функции в комплексной области. Общая степенная функция. Понятие о римановой поверхности, точки ветвления: области одноместности. Функция Жуковского.</p>	4/1

		Гиперболические функции.	
<i>P4</i>	<i>Интеграл от функции комплексного переменного</i>	Интеграл от функции комплексного переменного по кривой, его свойства. Первообразная и неопределенный интеграл, формула Ньютона–Лейбница. Связь интеграла с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода, сведение к интегралу по действительному переменному.	1/0,2
		Интегральная теорема Коши. Интегральные формулы Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.	2/0,5
		Теорема Мореры. Принцип максимума модуля, лемма Шварца	1/0,3
<i>P5</i>	<i>Числовые и функциональные ряды в комплексной области</i>	Числовые и функциональные ряды в комплексной области,	2/0,5
		Абсолютная и равномерная сходимость. Теорема Вейерштрасса Степенные ряды, 1 теорема Абеля, радиус и круг сходимости. Теорема Коши–Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора	1/0,2
		Неравенства Коши, теорема Лиувилля. Нули голоморфной функции. Теорема единственности аналитической функции. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение голоморфной функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Теоремы Сохоцкого, Пикара.	2/0,3
<i>P6</i>	<i>Теория вычетов</i>	Вычет функции в точке. Теоремы о вычетах. Вычисление вычета в полюсах. Бесконечно удаленная точка как особая. Применение вычетов к вычислению интегралов. Лемма Жордана.	2/0,2
		Логарифмический вычет, принцип аргумента. Теорема Руше. Теорема Гурвица. Основная теорема алгебры. Обобщенная теорема о логарифмическом вычете.	2/0,3
		Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция, ее риманова поверхность. Теорема о монодромии. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца.	2/0,3

		Задача Дирихле, интеграл Пуассона. Целые и мероморфные функции. Порядок и тип целых функций. Произведение Вейерштрасса..	2/0,2
<i>P7</i>	<i>Гармонические функции</i>	Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Интеграл Шварца. Бесконечная дифференцируемость гармонических функций.	1/0,2
		Аналитичность комплексно сопряженного градиента. Теорема о среднем, теорема единственности и принцип максимума – минимума, инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных. Теорема Лиувилля и теорема Харнака об устранимой особой точке. Разложение гармонических функций в ряды, связь с тригонометрическими рядами	1/0,3

#### 4.3. Содержание практических занятий

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание лекций и практических занятий (с указанием часов)	Норматив времени, часы очная/заочная формы обучения
		<b>5 семестр</b>	<b>48</b>
<i>P1</i>	<i>Комплексные числа и операции над ними</i>	Комплексные числа и операции над ними, геометрическое изображение модуль и аргумент комплексного числа.	2/0,5
		Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа, формула Эйлера. Извлечение корня, логарифм. Степень с произвольным комплексным показателем.	2/0,5
<i>P2</i>	<i>Топология комплексной плоскости</i>	Компактификация комплексной плоскости, стереографическая проекция. Сфера Римана. Области и кривые.	2/0,5
		Комплексные функции действительного и комплексной переменных, их геометрический смысл. Предел и непрерывность функции комплексного переменного, равномерная непрерывность.	1/0,2
		Дифференцируемость и голоморфность функции комплексного переменного, условия Коши–Римана. Геометрический	1/0,3

		смысл модуля и аргумента производной. Конформность отображения, критерий конформности в точке.	
P3	<b>Конформные отображения, функции в комплексной области.</b>	Линейная и дробно-линейная функции: конформные отображения, осуществляемые ими.	2/0,5
		Показательная и логарифмическая функции, тригонометрические и обратные тригонометрические функции в комплексной области.	2/0,2
		Общая степенная функция. Понятие о римановой поверхности, точки ветвления: области одноместности. Гиперболические функции.	2/0,3
P4	<b>Интеграл от функции комплексного переменного</b>	Интеграл от функции комплексного переменного по кривой, его свойства. Первообразная и неопределенный интеграл, формула Ньютона–Лейбница.	2/0,5
		Связь интеграла с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода, сведение к интегралу по действительному переменному.	2/0,5
		Интегральная теорема Коши. Интегральные формулы Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.	3/-
		Теорема Мореры. Принцип максимума модуля.	1/-
		Числовые и функциональные ряды в комплексной области.	2/-
		Абсолютная и равномерная сходимость. Теорема Вейерштрасса	2/-
		<b>Рубежный контроль 1</b>	2/-
P5	<b>Числовые и функциональные ряды в комплексной области</b>	Степенные ряды, теорема Абеля, радиус и круг сходимости. Теорема Коши–Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.	2/0,5
		Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение голоморфной функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Теоремы Сохоцкого, Пикара.	2/0,5

<i>P6</i>	<i>Теория вычетов</i>	Вычет функции в точке. Теоремы о вычетах. Вычисление вычета в полюсах. Бесконечно удаленная точка как особая. Применение вычетов к вычислению интегралов. Лемма Жордана.	3/0,5
		Логарифмический вычет, принцип аргумента. Теорема Руше. Теорема Гурвица. Основная теорема алгебры. Обобщенная теорема о логарифмическом вычете.	3/0,5
		Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция, ее риманова поверхность. Теорема о монодромии. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца.	1/-
		Задача Дирихле, интеграл Пуассона. Целые и мероморфные функции. Порядок и тип целых функций. Произведение Вейерштрасса..	1/-
<i>P7</i>	<i>Гармонические функции</i>	Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Интеграл Шварца. Бесконечная дифференцируемость гармонических функций,	3/0,5
		Аналитичность комплексно сопряженного градиента. Теорема о среднем, теорема единственности и принцип максимума – минимума, инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных. Теорема Лиувилля.	2/0,5
<i>P8</i>	<i>Применение аналитических функций к задачам гидродинамики</i>	Комплексный потенциал. Применение аналитических функций к задачам гидродинамики. Отображения посредством аналитических функций.	1/1
		<i>Рубежный контроль 2</i>	2/-

#### **4.4. Контрольная работа(для очной и заочной формы обучения)**

Учебным планом предусмотрено две контрольные работы. Контрольная работа №1 (Рубеж 1), содержит задания по теме «Функции комплексного переменного», и контрольная работа №2 (Рубеж 2) по теме «Теория вычетов и ее приложения». Каждая работа носит индивидуальный характер

## **5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.**

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств, на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Преподавателем запланировано применение на лекционных занятиях технологий коллективного взаимодействия, групповая форма работы студентов на этапе повторения материала.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения)

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям (для очной формы обучения), выполнение контрольной работы (для очной и заочной формы обучения), подготовку к зачету.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

**Рекомендуемый режим самостоятельной работы  
Очная форма обучения**

Шифр СРС	Виды самостоятельной работы студентов (СРС)	Трудоемкость, часы	
		очная	заочная
C1	Самостоятельное или углублённое изучение разделов, тем дисциплины курса: - Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция, ее риманова поверхность. Теорема о монодромии. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. - Комплексный потенциал. Применение аналитических функций к задачам гидродинамики. Отображения посредством аналитических функций: принцип открытости и принцип области, теорема о локальном обращении. Однолистные функции, достаточное условие однолистности. Теорема Римана (без доказательства) и понятие о соответствии границ при конформном отображении.:		50
C2	Подготовка к аудиторным занятиям (практические занятия по 2 часа на каждое занятие)		8
	Подготовка к рубежному контролю (по 1 часу на каждый рубеж)	2	-
	Контрольная работа	10	18
C3	Подготовка к зачету	18	18
	Итого:	30	94

## **6. Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине**

### **6.1. Перечень оценочных средств**

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности обучающихся в КГУ (для очной формы обучения)
2. Перечень вопросов к экзамену.
3. Задания для рубежных контролей № 1,2(для очной формы обучения)
4. Контрольная работа(для очной и заочной формы обучения)

### **6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся по дисциплине**

№	Наименование	Содержание				
<b>Очная форма обучения</b>						
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы <b>(доводятся до сведения обучающихся на первом</b>	Распределение баллов				
		Вид учебной работы:	Посещение лекций	Работа на практических занятиях	Рубежный контроль №1 (контрольная работа)	Рубежный контроль №2 (домашняя контрольная работа)
	Балльная оценка:	До 15	До 22	До 16	До 17	До 30

	<b>учебном занятии)</b>					
	Примечания:	15 лекций по 1 баллу	22 практических занятий по 1 баллу	На 14-й практическом занятии, В случае несвоевременной сдачи контрольной работы, она оценивается от 0 до 16 баллов (в случае сдачи на одну неделю позже установленного срока) и от 0 до 11 баллов (в случае сдачи на две недели позже установленного срока).	На 24 практическим занятии. В случае несвоевременной сдачи домашней контрольной работы, она оценивается от 0 до 17 баллов (в случае сдачи на одну неделю позже установленного срока) и от 0 до 11 баллов (в случае сдачи на две недели позже установленного срока).	
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и зачета	60 и менее баллов – неудовлетворительно; 61...73 – удовлетворительно; 74... 90 – хорошо; 91...100 – отлично				

3	<p>Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов</p>	<p>Для допуска к промежуточной аттестации по дисциплине за семестр, обучающийся должен набрать по итогам текущего и рубежного контролей не менее 51 балла. В случае если обучающийся набрал менее 51 балла, то к аттестационным испытаниям он не допускается.</p> <p>Для получения зачета без проведения процедуры промежуточной аттестации обучающемуся необходимо набрать в ходе текущего и рубежных контролей не менее 61 балла. В этом случае итог балльной оценки, получаемой обучающимся, определяется по количеству баллов, набранных им в ходе текущего и рубежных контролей. При этом, на усмотрение преподавателя, балльная оценка обучающегося может быть повышена за счет получения дополнительных баллов за академическую активность.</p> <p>Обучающийся, имеющий право на получение оценки без проведения процедуры промежуточной аттестации, может повысить ее путем сдачи аттестационного испытания. В случае получения обучающимся на аттестационном испытании 0 баллов итог балльной оценки по дисциплине не снижается.</p> <p>За академическую активность в ходе освоения дисциплины, участие в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности обучающемуся могут быть начислены дополнительные баллы. Максимальное количество дополнительных баллов за академическую активность составляет 30.</p> <p>Основанием для получения дополнительных баллов являются:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнение дополнительных заданий по дисциплине дополнительные баллы начисляются преподавателем;</li> <li>- участие в течение семестра в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности КГУ.</li> </ul>
4	<p>Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) обучающихся для получения недостающих баллов в конце семестра</p>	<p>В случае если к промежуточной аттестации (зачету) набрана сумма менее 51 балла, обучающемуся необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра.</p> <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>

### **6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины**

Рубежные контроли проводятся в форме контрольных работ. По результатам контрольной работы выставляются баллы за рубежный контроль (см. пункт 6.2). Контрольная работа №1 (рубежный контроль №1) содержит задачи по теме 1 и 2, пункта 4.1 данной рабочей программы, рубежный контроль №2 (по теме 4). Перед проведением каждого рубежного контроля преподаватель прорабатывает с обучающимися основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии. Текущий контроль осуществляется в виде контроля посещения лекций и оценивая активности студента на практических занятиях.

Зачет проводится в традиционной форме по билетам. В билете два теоретических вопроса и два примера. Каждый правильно и полно изложенный теоретический вопрос оценивается в 7 баллов, каждый правильный и достаточно обоснованный ответ в решении задач - 8 баллов. Время, отводимое обучающемуся на билет, составляет 1,5 астрономического часа.

Результаты текущего контроля успеваемости и зачета заносятся преподавателем в засчетную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день зачета, а также выставляются в засчетную книжку обучающегося.

### **6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и зачета**

#### ***Рубеж 1***

**1. Задание 1.** Выполните указанные действия над комплексными числами  $z_1$  и  $z_2$

1	$1 - \sqrt{3}i$	$\sqrt{3} + i$	$z_1\bar{z}_2$	$(\frac{\bar{z}_1}{z_2})^2$	$\sqrt[3]{\bar{z}_2}$
---	-----------------	----------------	----------------	-----------------------------	-----------------------

**Задание 2.**

- Построить фигуру на плоскости, определяемую данными неравенствами.  
Границы, принадлежащие фигуре, изобразить сплошными линиями, не принадлежащие – пунктирными.
- Найти образ множества  $D$  при отображении  $w = f(z)$ , изобразить  $D$  и его образ (табл. 2).

1	$\begin{cases}  z - 1  > 1 \\  z + 1  \geq 1 \end{cases}$	$\frac{1}{z}$	$0 < Im z \leq \sqrt{Re z}$
---	---	---------------	-----------------------------

**Задание 3.** Вычислить значения данных функций  $f(z)$  при указанных значениях аргумента  $z$  (табл.3).

№	А		Б	
	$f(z)$	$Z$	$f(z)$	$Z$

1	$\sin z$	$\frac{\pi}{4} + i$	$\ln z$	$2 - 3i$
---	----------	---------------------	---------	----------

**Задание 4.** Выяснить, в каких точках комплексной плоскости функция имеет производную, и вычислить ее

№	a	б
1	$z\bar{z} + z$	$x^3 + 3ix^2 - 3xy^2 - iy^3$

**Задание 5.** Проверить, является ли функция действительной (или мнимой) частью голоморфной функции и, если да, найти эту функцию (табл.5).

№	$U(x, y)$		
1	$e^x \cos y$		

## Рубеж 2

**Задание 6.** Найти область сходимости степенного ряда (табл.6).

№	Ряд		
1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^{2n-1}}{2^n(n+\ln n)}$		

**Задание 7.** Вычислить криволинейный интеграл от функции  $f(z)$  по кривой  $\Gamma$  по определению (табл. 7).

№	$f(z)$	$\Gamma$
1	$x$	$\{z \in C:  z =2\}$

**Задание 8.** Разложить функцию  $f(z)$  в ряд Лорана с центром в точке  $z_0$ , найти область сходимости полученного ряда (табл. 8).

№	$f(z)$	$z_0$		
1	$\frac{1}{z^2(z-1)}$	1		

**Задание 9.** Для функции  $f(z)$  найти все её изолированные особые точки, определить из тип и найти вычеты в них (включая бесконечно удалённую точку)

№	$f(z)$		
1	$\frac{e^z}{(z^2 + \frac{\pi}{2})^2}$		

**Задание 10.** Вычислить интеграл по указанному замкнутому контуру  $\Gamma$

№	Интеграл	$\Gamma$		
1	$\int_{\Gamma} \frac{dz}{(z^2 + 1)^2}$	$ z+1 =1$		

**Задание 11.** Вычислить несобственный интеграл с помощью вычетов (табл. 11).

№	Интеграл		
1	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 2ix - 2}$		

*Вопросы к зачету*

1. Поле комплексных чисел. Геометрические интерпретации.  
Стереографическая проекция.
2. Последовательности и ряды комплексных чисел. Сходимость последовательностей в С.
3. Функции комплексного переменного. График и рельеф функции.
4. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Формальные производные. Необходимость условий Коши-Римана.
5. Достаточность условий Коши-Римана. Голоморфные функции.
6. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения.
7. Сопряженные гармонические функции.
8. Степенные ряды и их области сходимости. Формула Коши-Адамара.
9. Голоморфность суммы степенного ряда.
- 10.Линейная функция и ее свойства.
- 11.Дробно-линейная функция и ее свойства.
- 12.Степенная функция с натуральным показателем и ее свойства.
- 13.Показательная функция и ее свойства.
- 14.Тригонометрические функции.
- 15.Понятие многозначной функции. Логарифмы комплексных чисел.
- 16.Степень с произвольным показателем. Формула Муавра для корней n-ой степени.
- 17.Логарифмическая функция и ее свойства.
- 18.Криволинейный интеграл в комплексной области и его свойства.
- 19.Интегральная теорема Коши для односвязных и многосвязных областей.
- 20.Интегральная формула Коши.
- 21.Ряды Тейлора для голоморфных функций.
- 22.Неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора. Теорема Лиувилля.
- 23.Изолированность нулей голоморфных функций.
- 24.Теорема единственности для голоморфных функций.
- 25.Принцип максимума модуля для голоморфных функций.
- 26.Ряды Лорана и их области сходимости.
- 27.Разложение функций, голоморфных в кольце, в ряды Лорана.
- 28.Изолированные особые точки голоморфных функций и их классификация.
- 29.Связь вида ряда Лорана с типом изолированной особой точки.
- 30.Теорема Сохоцкого о поведении голоморфной функции в окрестности существенно особой точки.
- 31.Вычеты и их вычисление в изолированных особых точках.

32. Теоремы о сумме вычетов и о полной сумме вычетов.
33. Логарифмические вычеты и их вычисление в нулях и полюсах голоморфной функции.
34. Основная теорема алгебры о многочленах.
35. Применение теорем о вычетах к вычислению интегралов вида.
36. Применение теорем о вычетах к вычислению определенных интегралов от тригонометрических функций и несобственных интегралов.

## **6.5 Фонд Оценочных средств**

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

# **7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА**

## **7.1. Основная учебная литература**

1. Ионин Л.Д. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: методические указания для студентов III курса специальностей 010301 – «Математика» и 050201 – математика с дополнительной специальностью «Информатика» / Министерство образования и науки Российской Федерации, Курганский государственный университет, Кафедра фундаментальной математики и методики преподавания математики ; [сост.: Л.Д. Ионин]. - Электрон. текстовые дан. (тип файла: pdf ; размер: 441 Kb). - Курган : Издательство Курганского государственного университета, 2018. - 31, [1] с.: рис., табл. - Библиогр.: с. 31. <http://dspace.kgsu.ru/xmlui/handle/123456789/5139>
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями. 3-е изд., испр. - М.: 2003. — 208 с.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: 2002.
4. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. - М.: ГИФМЛ, 1961.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функцию функции комплексного переменного. - М.: Наука, 1977.
6. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В. и др. Лекции по теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1989
7. Соломенцев Е.Д. Функции комплексного переменного и их применения. – М.: Высшая школа, 1988. – 168с.

## **7.2. Дополнительная литература**

1. Минькова Р. М. Функции комплексного переменного в примерах и задачах : учебно-методическое пособие учебно-методическое пособие для студентов. Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 56 с.
2. Свешников А.Г., Тихонов А.М. Теория функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1970.
3. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. ч.1. - М.: Наука, 1985.
4. Ионин Л.Д. Теория функций комплексного переменного. Учебно-методическое руководство по математическому анализу для студентов физико-математического факультета специальностей 010100 – Математика, 010400 – Физика. Курган, 1997.

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

1. Ионин Л.Д. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: методические указания для студентов III курса специальностей 010301 – «Математика» и 050201 – математика с дополнительной специальностью «Информатика» / Министерство образования и науки Российской Федерации, Курганский государственный университет, Кафедра фундаментальной математики и методики преподавания математики ; [сост.: Л.Д. Ионин]. - Электрон. текстовые дан. (тип файла: pdf ; размер: 441 Kb). - Курган : Издательство Курганского государственного университета, 2018. - 31, [1] с.: рис., табл. - Библиогр.: с. 31.
2. Ионин Л.Д. Теория функций комплексного переменного. Учебно-методическое руководство по математическому анализу для студентов физико-математического факультета специальностей 010100 – Математика, 010400 – Физика. Курган, 1997.

## **9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

	<b>Интернет-ресурс</b>	<b>Краткое описание</b>
	<a href="http://en.edu.ru/">http://en.edu.ru/</a>	Портал является составной частью федерального портала "Российское образование". Содержит ресурсы и ссылки на ресурсы по естественно-научным дисциплинам (физика, математика, химия и биология).
	<a href="http://www.edu.ru/">http://www.edu.ru/</a>	Федеральный портал «Российское образование»
	<a href="http://www.msu.ru">http://www.msu.ru</a>	Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова

--	--	--

## **10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

1. ЭБС «Лань»
2. ЭБС «Консультант студента»
3. ЭБС «Znanium.com»
4. «Гарант» - справочно-правовая система

## **11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение по реализации дисциплины осуществляется в соответствии с требования ФГОС ВО по данной образовательной программе.

## **12. ДЛЯ СТУДЕНТОВ, ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п.6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до сведения обучающихся

Аннотация к рабочей программе дисциплины  
**КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ**

образовательной программы высшего  
образования – программы бакалавриата «Педагогическое образование (с двумя  
профилями подготовки)» (Математика и физика)

Формы обучения: очная

Трудоемкость дисциплины: 3 ЗЕ (108 академических часа)

Семестр: 5 (очная форма обучения), 7 (заочная форма обучения)

Форма промежуточной аттестации: зачет

**Содержание дисциплины**

Понятие аналитической функции; конформного отображения, интегрального представления Коши для аналитических функций, использованием его для разложения функций.

**ЛИСТ  
регистрации изменений (дополнений) в рабочую программу  
учебной дисциплины  
«Комплексный анализ»**

**Изменения / дополнения в рабочую программу  
на 20\_\_ / 20\_\_ учебный год:**

---

---

---

---

Ответственный преподаватель \_\_\_\_\_ /      Ф.И.О.      /

Изменения утверждены на заседании кафедры «\_\_»\_\_\_\_ 20\_\_ г.,  
Протокол № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ «\_\_»\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Изменения / дополнения в рабочую программу  
на 20\_\_ / 20\_\_ учебный год:**

---

---

---

---

Ответственный преподаватель \_\_\_\_\_ /      Ф.И.О.      /

Изменения утверждены на заседании кафедры «\_\_»\_\_\_\_ 20\_\_ г.,  
Протокол № \_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ «\_\_»\_\_\_\_ 20\_\_ г.