

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Курганский государственный университет»  
(КГУ)

Кафедра «Фундаментальная математика»



УТВЕРЖДАЮ:

Ректор

/ Н.В. Дубин /

« 04 » сентября 20 20 г.

Рабочая программа учебной дисциплины  
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

образовательной программы высшего образования –  
программы специалитета

**10.05.03 – Информационная безопасность автоматизированных систем**

Направленность (профиль): специализация № 7 Обеспечение  
информационной безопасности распределенных информационных систем

Формы обучения: очная.

Курган 2020

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с учебным планом по программе специалитета Информационная безопасность автоматизированных систем (Обеспечение информационной безопасности распределенных информационных систем), утвержденным:  
- для очной формы обучения «28» августа 2020 года

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Фундаментальной математики»

«03» сентября 2020 года, протокол № 1

Рабочую программу составил  
Доцент кафедры ФМ



А.В. Чернышова

Согласовано:

Заведующий кафедрой  
«Фундаментальной математики»



М.В. Гаврильчик

Заведующий кафедрой  
«Безопасность информационных и  
автоматизированных систем»



Е.Н. Полякова

Специалист по учебно-методической работе  
учебно-методического отдела



Г.В. Казанкова

Начальник управления  
образовательной деятельности



С.Н. Синецын

## 1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 6 зачетных единицы трудоемкости (216 академических часов)

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр	
		1	2
<b>Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов в том числе:</b>	<b>80</b>	<b>48</b>	<b>32</b>
Лекции	48	32	16
Практические занятия	32	16	16
<b>Самостоятельная работа (всего часов), в том числе:</b>	<b>136</b>	<b>96</b>	<b>40</b>
Подготовка к экзамену	54	27	27
Контрольная работа	8	-	8
Другие виды самостоятельной работы	74	69	5
<b>Вид промежуточной аттестации:</b>	<b>экзамен</b>	<b>экзамен</b>	<b>экзамен</b>
<b>Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов</b>	<b>216</b>	<b>144</b>	<b>72</b>

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части учебного блока 1 (базовая часть Б1.Б.14).

*Краткое содержание дисциплины.* Введение в математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных. Числовые и функциональные ряды.

Дисциплина «Математический анализ» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования.

Данная дисциплина использует понятия и дает материал для изучения других дисциплин данного цикла: алгебра и геометрия, дифференциальные уравнения, математическая логика, дискретная математика, вычислительная математика и др. Знания, полученные при изучении дисциплины «Математический анализ», лежат в основе математического образования, они необходимы для понимания и освоения компьютерных наук и их приложений. В частности, знания данного курса необходимы для изучения многих дисциплин профессионального цикла: криптографические методы защиты информации, языки программирования, техническая защита информации и др.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью изучения дисциплины «Математический анализ» является: расширение и углубление математического образования студентов, фундаментальная подготовка по основным разделам изучаемой дисциплины.

Задачами дисциплины являются: изучение основных понятий математического анализа; овладение методами математического исследования; формирование навыков применения методов математического анализа в программировании, информатике и других науках. Результаты обучения по дисциплине также необходимы для осуществления профессиональной деятельности.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- Способность работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, культурные и иные различия (ОК-6),
- Способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-8),
- Способность корректно применять при решении профессиональных задач соответствующий математический аппарат алгебры, геометрии, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей, математической статистики, математической логики, теории алгоритмов, теории информации, в том числе с использованием вычислительной техники (ОПК-2).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

**Знать**



- фундаментальные понятия, свойства, теоремы и формулы математического анализа, связи между ними (ОК-8, ОПК-2);
- методы, используемые для исследования явлений и процессов в рамках приложения основных понятий математического анализа (ОК-6, ОПК-2).

**Уметь**

- читать научный текст, находить в тексте понятия и формулы, необходимые для решения задач (ОПК-2);
- применять полученные знания и навыки к решению прикладных задач (ОПК-2, ОК-8);
- самостоятельно решать задачи базового и повышенного уровня (ОПК-2);

**Владеть**

- методами решения задач математического анализа (ОПК-2).
- навыками практического использования математических методов при анализе различных задач (ОПК-2).

#### 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Учебно-тематический план

Рубежный контроль	Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Количество часов по видам учебных занятий	
			Лекции	Практические занятия
		<i>1 семестр</i>	<i>32</i>	<i>16</i>
Рубеж 1	P1	Введение в математический анализ	8	4
Рубеж 2	P2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	10	6
Рубеж 3	P3	Интегральное исчисление функции одной переменной	14	6
		<i>2 семестр</i>	<i>16</i>	<i>16</i>
	P3	Приложения определённого интеграла	2	2
Рубеж 4	P4	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	6	4
Рубеж 5	P5	Интегральное исчисление функции нескольких переменных	4	6
Рубеж 6	P6	Числовые и функциональные ряды	4	4

##### 4.2. Содержание лекционных занятий

*1 семестр*

*Раздел 1. Введение в математический анализ*

Аксиоматическое построение множества действительных чисел. Множество комплексных чисел. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Формы комплексного числа: алгебраическая, тригонометрическая, показательная. Основные операции на множестве комплексных чисел: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня.

Предел функции в точке и на бесконечности. Отображение, функция, основные понятия и свойства. Обзор элементарных функций. Свойства предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, эквивалентные бесконечно малые функции. Основные методы вычисления предела функции. Односторонние пределы.

Непрерывность функции. Основные понятия, свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация.

### ***Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной***

Производная функции. Её геометрический и физический смысл. Правила нахождения производной. Производные элементарных функций. Производная сложной функции, обратной функции, функций, заданных параметрически.

Дифференциал функции, его геометрический смысл. Правила нахождения дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

Теоремы о дифференцируемых функциях (Роля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя.

Производные и дифференциалы высших порядков.

Экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремумов функции. Монотонность функции. Наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой функции на отрезке.

Выпуклость функции. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.

Исследование функции и построение её графика. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования.

### ***Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной. Приложения определённого интеграла***

Неопределённый интеграл. Первообразная функции, её геометрический смысл. Свойства неопределённого интеграла, табличные формулы. Основные методы вычисления неопределённых интегралов: замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование тригонометрических функций, простейших иррациональностей и простейших дробей. Метод неопределённых коэффициентов.

Определённый интеграл. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Основные свойства определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определённых интегралов.

## ***2 семестр***



**Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной.  
Приложения определённого интеграла**

Приложения определённого интеграла: площадь плоской фигуры, длина дуги, площадь поверхности вращения, объём тела, работа переменной силы, давление жидкости на вертикальную пластину, статические моменты и координаты центра тяжести дуги кривой и плоской фигуры.

**Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных**

Функция двух переменных, основные понятия. Частные производные и дифференциалы первого и второго порядков.

Экстремумы функции двух переменных. Определение, необходимое и достаточное условия экстремума функции в точке. Наименьшее и наибольшее значение функции в замкнутой области (глобальный экстремум). Условный экстремум.

Основные применения частных производных и дифференциалов функции нескольких переменных: метод наименьших квадратов, приближённые вычисления.

Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная по направлению. Градиент.

**Раздел 5. Интегральное исчисление функции нескольких переменных**

Двойной интеграл. Определение, геометрический смысл, основные свойства. Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах.

Приложения двойного интеграла: вычисление площади плоских фигур, объёмов тел, моментов инерции и координат центра тяжести плоских фигур.

Криволинейные интегралы первого и второго рода. Основные понятия, свойства и методы вычисления. Формула Грина. Основные приложения.

**Раздел 6. Числовые и функциональные ряды**

Числовые ряды. Числовые последовательности. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Достаточные признаки сходимости: теоремы сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши.

Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакочередующихся рядов. Признак абсолютной сходимости. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Разложение функций в степенные ряды Тейлора и Маклорена. Основные приложения степенных рядов: приближённое вычисление определённых интегралов, приближённое вычисление значений функции.

**4.3. Практические занятия**

Шифр раздела, темы дисциплин	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание практических занятий (с указанием часов)	Трудоемкость, часы
------------------------------	---------------------------------------	--	--------------------

ины			
		<b>1 семестр</b>	<b>16</b>
P1	Введение в математический анализ	Комплексные числа, основные операции	1
		Предел функции, основные методы вычисления пределов функции	1,5
		Непрерывность функции	1
		Рубежный контроль № 1	0,5
P2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Правила дифференцирования, дифференцирование сложной функции, логарифмическое дифференцирование	2
		Дифференциал функции и его применение	1,5
		Исследование функций на монотонность и экстремумы, полное исследование функции и построение графика	2,5
		Рубежный контроль № 2 (домашняя контрольная работа)	
P3	Интегральное исчисление функции одной переменной	Неопределённый интеграл, основные методы вычисления	3
		Определённый интеграл, основные методы вычисления	2
		Рубежный контроль № 3	1
		<b>2 семестр</b>	<b>16</b>
P3	Приложения определённого интеграла	Приближённое вычисление определённых интегралов, приложения определённого интеграла	2
P4	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Функция двух переменных, частные производные	2
		Экстремумы функции двух переменных, глобальный и условный экстремум	2
		Рубежный контроль № 4 (домашняя контрольная работа)	
P5	Интегральное исчисление функции нескольких переменных	Двойной интеграл, свойства, методы вычисления	3
		Криволинейные интегралы первого и второго рода, свойства, методы вычисления	3
		Рубежный контроль № 5 (домашняя самостоятельная работа)	
P6	Числовые и функциональные ряды	Числовые ряды, необходимый и достаточные признаки сходимости. Признак Лейбница, условная и абсолютная сходимость	2
		Степенные ряды, область сходимости, ряды Тейлора и Маклорена	2
		Рубежный контроль № 6 (домашняя самостоятельная работа)	

#### 4.4 Содержание практических занятий

##### 1 семестр

##### Раздел 1. Введение в математический анализ

Множество комплексных чисел. Формы комплексного числа: алгебраическая, тригонометрическая, показательная. Основные операции на множестве комплексных чисел: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня.



Предел функции в точке и на бесконечности. Отображение, функция, основные понятия и свойства. Обзор элементарных функций. Свойства предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, эквивалентные бесконечно малые функции. Основные методы вычисления предела функции. Односторонние пределы.

Непрерывность функции. Основные понятия, свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация.

### ***Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной***

Производная функции. Её геометрический и физический смысл. Правила нахождения производной. Производные элементарных функций. Производная сложной функции, обратной функции, функций, заданных параметрически.

Дифференциал функции, его геометрический смысл. Правила нахождения дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков.

Экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремумов функции. Монотонность функции. Наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой функции на отрезке.

Выпуклость функции. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.

Исследование функции и построение её графика. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования.

### ***Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной.***

#### ***Приложения определённого интеграла***

Неопределённый интеграл. Первообразная функции, её геометрический смысл. Свойства неопределённого интеграла, табличные формулы. Основные методы вычисления неопределённых интегралов: замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование тригонометрических функций, простейших иррациональностей и простейших дробей. Метод неопределённых коэффициентов.

Определённый интеграл. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Основные свойства определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определённых интегралов.

## ***2 семестр***

### ***Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной.***

#### ***Приложения определённого интеграла***

Приложения определённого интеграла: площадь плоской фигуры, длина дуги, площадь поверхности вращения, объём тела, работа переменной силы, давление жидкости на вертикальную пластину, статические моменты и координаты центра тяжести дуги кривой и плоской фигуры.

### ***Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных***

Функция двух переменных, основные понятия. Частные производные и дифференциалы первого и второго порядков.

Экстремумы функции двух переменных. Определение, необходимое и достаточное условия экстремума функции в точке. Наименьшее и наибольшее значение функции в замкнутой области (глобальный экстремум). Условный экстремум.

Основные применения частных производных и дифференциалов функции нескольких переменных: метод наименьших квадратов, приближённые вычисления.

Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная по направлению. Градиент.

#### ***Раздел 5. Интегральное исчисление функции нескольких переменных***

Двойной интеграл. Определение, геометрический смысл, основные свойства. Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах.

Приложения двойного интеграла: вычисление площади плоских фигур, объёмов тел, моментов инерции и координат центра тяжести плоских фигур.

Криволинейные интегралы первого и второго рода. Основные понятия, свойства и методы вычисления. Формула Грина. Основные приложения.

#### ***Раздел 6. Числовые и функциональные ряды***

Числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Достаточные признаки сходимости: теоремы сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши.

Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакочередующихся рядов. Признак абсолютной сходимости.

Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Разложение функций в степенные ряды Тейлора и Маклорена. Основные приложения степенных рядов: приближённое вычисление определённых интегралов, приближённое вычисление значений функции.

### **4.5 Контрольная работа**

Контрольная работа проводится во втором семестре в форме домашней контрольной работы и состоит из 7 заданий.

## **5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дисциплина «Математический анализ» изучается на первом курсе в первом и втором семестрах, базируется на основных понятиях школьного курса алгебры и начал анализа.

Занятия проводятся в виде лекций и практических занятий, на которых происходит знакомство, усвоение и закрепление полученных знаний и умений. Рубежный контроль проводится по каждому разделу. Опросы осуществляются по теоретическому и практическому материалу, общее количество баллов суммируется.



Самостоятельная работа студента, наряду с практическими аудиторными занятиями в группе выполняется по учебникам и учебным пособиям, по дидактическим материалам преподавателя.

Рекомендуется вести подробные записи в конспекте при прослушивании лекции, выделять все формулы и свойства. На практических занятиях необходима активная деятельность обучающихся у доски, самостоятельная работа по решению типовых заданий.

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической успеваемости. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям, рубежным контролям, подготовку к экзаменам.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

### Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Шифр СРС	Виды самостоятельной работы студентов (СРС)	Трудоемкость, часы
С 1	Самостоятельное изучение разделов, тем дисциплины, не вошедших в лекционный курс: Приложения дифференциального исчисления функций одной и нескольких переменных. Приложения интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных. Ряды Фурье	24
С 2	Домашняя контрольная работа	8
С 3	Подготовка к рубежным контролям (по 3 часа на каждый рубеж)	18
С4	Подготовка к экзамену	54
С5	Подготовка к практическим занятиям (по 2 часа на каждое занятие)	32
Итого:		<b>136</b>

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов в КГУ (для очной формы обучения)
2. Перечень экзаменационных вопросов.
3. Задания для рубежных контролей № 1, 2, 3, 5, 6.

4. Задания для домашней контрольной работы (рубежный контроль №

4)

**6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине**

№	Наименование	Содержание			
		<i>Распределение баллов за 1 семестр</i>			<i>Промежуточная аттестация</i>
1	Распределение баллов за семестр по видам учебной работы	Работа на практических занятиях и лекциях (по 1 баллу)	Рубеж 1, 2 (самостоятельные работы) по 10 баллов	Рубеж 3 (домашняя контрольная работа) до 26 баллов	Экзамен
		До 24	До 20	До 26	
		<i>Распределение баллов за 2 семестр</i>			<i>Промежуточная аттестация</i>
		Работа на практических занятиях и лекциях (по 1 баллу)	Рубеж 5, 6 (домашние самостоятельные работы) по 15 баллов	Рубеж 4 (домашняя контрольная работа) до 24 баллов	Экзамен
		До 16	До 30	До 24	
		2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и экзамена	61-67 баллов – оценка 3 (посредственно) 68-73 балла – оценка 3 (удовлетворительно) 74-83 балла – оценка 4 (хорошо) 84-90 баллов – оценка 4 (очень хорошо) 91-100 баллов – оценка 5 (отлично)	
3	Критерий допуска к промежуточной аттестации по дисциплине (зачет, экзамен), возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине	Для допуска к экзамену студенту необходимо набрать не менее 50 баллов, выполняя задания самостоятельных работ и выполнить все задания рубежных контролей. Автоматически экзамен выставляется в случае, если студент в течение семестра набрал 68 баллов (оценка удовлетворительно) и выше. Если студент успешно успевал в течение семестра и набрал бонусные баллы, то в соответствии с критериями возможно получение более высокой оценки. Бонусные баллы (до 30 баллов) студент может получить при выполнении индивидуальных заданий (заданий повышенного уровня сложности), а также при самостоятельном изучении отдельных тем дисциплины (С1) и получить автоматически оценку хорошо или отлично.			
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра	В случае если к промежуточной аттестации набрана сумма баллов менее 50 и не выполнены все задания, то студенту необходимо выполнить дополнительные задания, до конца последней (зачетной) недели семестра. При этом необходимо проработать материал всех пропущенных практических работ. Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем): - выполнение и защита отчетов по пропущенным практическим занятиям (1 балл); - выполнение и защита работ по решению типовых задач (2-4 балла); - прохождение рубежного контроля (баллы в зависимости от рубежа); - ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путём выполнения дополнительных заданий, форма и объём которых определяется преподавателем.			

**6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины**

Рубежные контроли проводятся в форме самостоятельных и контрольных работ.



Перед проведением каждого рубежного контроля преподаватель прорабатывает со студентами основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии.

На каждый рубежный контроль студенту отводится время не менее 40 минут.

При проведении рубежного контроля с использованием дистанционных образовательных технологий преподаватель с использованием средств информационно-коммуникационных технологий направляет обучающемуся вариант контрольного задания или предоставляет обучающемуся доступ к системе дистанционного тестирования. По окончании тестирования обучающийся направляет преподавателю ответы на работу или сообщает о завершении работы в системе дистанционного тестирования.

Преподаватель оценивает в баллах результаты каждого студента по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Экзаменационный тест состоит из 30 вопросов. Количество баллов по результатам экзамена соответствует количеству правильных ответов студента на вопросы теста. Время, отводимое обучающемуся на экзаменационный тест, составляет 1 астрономический час.

Обучающимся заблаговременно не менее, чем за 1 день до проведения экзамена предоставляются логины и пароли для доступа к системе. В день проведения экзамена обучающимся предоставляется доступ к прохождению тестирования. При этом процедура проведения промежуточной аттестации определяется соответствующим регламентом.

Результаты текущего контроля успеваемости и экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость, которая направляется в организационный отдел института в день экзамена, а также выставляются в зачетную книжку студента.

#### **6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и зачета**

##### ***Рубежный контроль № 1***

Самостоятельная работа по теме: «Введение в математический анализ». Проводится на 2 варианта, содержит задания на основные методы вычисления пределов функции и исследование функции на непрерывность.

#### **1 ВАРИАНТ**

1. Вычислите следующие пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x}{2x + 1}$ ;
- б)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}$ ;      в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 8x + 9}{x^3 - 11}$ ;

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{2x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \cos 3x}{5x}.$$

2. Задана функция  $y = f(x)$ . Найти точки разрыва функции, если они существуют и определить характер разрыва. Сделать чертёж. Рассуждения обосновать, пользуясь определением непрерывной функции.

$$f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1; \\ x^2+2, & -1 \leq x \leq 1; \\ 2x, & x > 1. \end{cases}$$

### Рубежный контроль № 2

Проводится в виде домашней контрольной работы, на 10 вариантов, содержит 5 заданий по пройденным темам.

1. Найти область определения функции:

$$y = \sqrt[4]{\frac{25-x^2}{x^2-4x+3}} - \log_{4-x}(x-1) + 2^{x^3-4} + \frac{8x}{x+2}$$

2. Вычислить пределы функций: а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{5x^2 - 14x + 8}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{5x+1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ .

3. Найти первую, вторую производные и дифференциал функции:  $y = \ln(3x - 8)$ .

4. Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость и точки перегиба:  $y = x^4 - 2x^2 + 4$ .

5. Исследовать функцию и построить ее график:  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ .

### Рубежный контроль № 3

Проводится в виде аудиторной самостоятельной работы, на 2 варианта, содержит теоретические вопросы и практические задания по основным методам вычисления интегралов.

#### Теоретическая часть

1. Что называется графиком функции?
2. Если график функции симметричен относительно начала координат, то, как в этом случае называется функция?
3. Дайте определение возрастающей функции.
4. Дайте определение однозначной функции.
5. Что такое минимум функции?
6. Что такое область значения функции?

#### Практическая часть

1. Вычислите:  $\int \frac{(2-3x)^2}{x} \cdot dx$ .
2. Вычислите:  $\int \sin(4-5x) \cdot dx$ .
3. Вычислите:  $\int 6x \cdot \ln x \cdot dx$ .

4. Вычислите, используя метод замены переменной:  $\int_1^{\sqrt{5}} \frac{x dx}{\sqrt{4+x^2}}$ .
2. Вычислите, применяя метод интегрирования по частям:  $\int_1^2 (1-2x) \ln x dx$ .
3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 3$ ,  $y = x^2 - 6x - 7$ .

#### Рубежный контроль № 4 (контрольная работа)

Проводится в виде домашней контрольной работы на 10 вариантов, содержит по 7 заданий на пройденные темы.

1. Найти частные производные первого и второго порядков функции:

$$u = x^3 y^2 - 15x^2 + \sqrt[3]{y} - 3 \cos 2xy$$

2. Исследовать функцию  $u = -10x \cdot y^2 + x^2 + 10x + 1$  на экстремум.
3. Используя метод наименьших квадратов, вывести формулу  $y = ax + b$  по следующим данным:

x	3	-2	1	4	-1
y	-3	10	4	5	1

4. Вычислите, используя формулу приближённых вычислений:  $5 \cdot 1,03^{2,98} \cdot e^{0,05}$ .
5. Дано:  $u(x; y) = x^2 + xy + y^2$ ,  $A(1; 1)$ ,  $\bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j}$ . Найти:  $\text{grad } u(A)$ ;  $u'_a(A)$ .
6. Найти глобальные экстремумы функции  $z = \sqrt{3x^2 + y^2}$  в области D:  $\begin{cases} y - 2 \leq 0; \\ x^2 + y^2 \leq 20. \end{cases}$
7. С помощью функции Лагранжа найти условные экстремумы функции  $z = x^2 + y^2$  при  $x + y = 2$ .

#### Рубежный контроль № 5

Проводится в виде домашней самостоятельной работы на 10 вариантов.

Содержит 6 заданий на кратные и криволинейные интегралы.

1. Вычислите  $\iint_D (x+y) \cdot dx \cdot dy$ , где область D ограничена линиями  $y^2 = 2x$ ,  $2x + 2y = 3$ .
2. Вычислите момент инерции плоской фигуры, ограниченной параболой  $y^2 = x$  и прямой  $x + y = 2$ , относительно оси Oy.
3. Вычислите объём тела, ограниченного поверхностями:  $z = 4 - y^2$ ,  $z = 0$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ .
4. Вычислите криволинейный интеграл  $\int_L y^2 \cdot dS$ , где L – первая арка циклоиды:  $\begin{cases} x = 4 \cdot (t - \sin t); \\ y = 4 \cdot (1 - \cos t); \end{cases} 0 \leq t \leq 2\pi$ .
5. Преобразуйте криволинейный интеграл  $\oint_L (x^2 - 2y) \cdot dx + xy \cdot dy$  в двойной и вычислите его, если L – контур области, ограниченной линиями:  $y = x$ ,  $y = 0$ ,  $x > 0$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ .



6. Восстановите функцию  $u(x; y)$  по её полному дифференциалу
- $$du = \left(\frac{1}{x} + y\right) \cdot dx + \left(\frac{1}{y} + x\right) \cdot dy.$$

**Рубежный контроль № 6**

Проводится в виде домашней самостоятельной работы на 10 вариантов, содержит 5 заданий на тему «Ряды и их применения».

1. Исследовать на сходимость числовые ряды  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ :

а)  $u_n = \frac{\sqrt[3]{n}}{n \cdot (n+1)}$ ;      б)  $u_n = \frac{2^{n-1}}{\sqrt{3^{n-1}} \cdot (2n-1)^2}$ .

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \ln n}$ .

3. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 3^n}$ .

4. Разложить в степенной ряд по степеням  $x$  функцию  $f(x) = \sin x^2$ .

5. Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить интеграл  $\int_{0,5}^1 \frac{\sin x}{x} \cdot dx$

с точностью до 0,001.

**Вопросы к экзамену**

**1 семестр**

1. Множество рациональных чисел. Аксиоматическое построение множества действительных чисел.
2. Действительная функция действительной переменной. Область определения функции. Способы задания функций. Композиция функций. Различные классификации функций.
3. Основные свойства функций (чётность, монотонность, периодичность, ограниченность).
4. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
5. Понятие предела функции в точке. Предел функции в бесконечности. Основные свойства предела функции (одно с доказательством).
6. Бесконечно малые и бесконечно большие при  $x \rightarrow x_0$  функции, их свойства (одно с доказательством).
7. Первый замечательный предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ , его следствия (вывод формул).
8. Второй замечательный предел  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$  (без вывода), следствия из второго замечательного предела (вывод формул).
9. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций, сравнение бесконечно малых функций.



10. Односторонние пределы, непрерывность функции в точке и на промежутке, точки разрыва, их классификация. Свойства непрерывных функций (одно с доказательством).
11. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Геометрический и механический смысл производной.
12. Таблица производных (вывод формул).
13. Правила дифференцирования: производная суммы, произведения, частного двух функций, производная сложной функции (одно доказать).
14. Производные высших порядков. Правила вычисления производных высших порядков. Производные высших порядков от некоторых элементарных функций.
15. Дифференциал функции. Дифференциал суммы, произведения и частного. Дифференциал сложной функции. Дифференцирование параметрических функций. Применение дифференциала к приближённым вычислениям. Уравнение касательной и нормали к кривой.
16. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши), их геометрический смысл.
17. Правила Лопитала для раскрытия неопределённостей  $\left(\frac{0}{0}\right)$ ,  $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ .
18. Понятие локального максимума и минимума функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума функции.
19. Выпуклые функции, точки перегиба. Необходимые и достаточные условия выпуклости функции и точек перегиба.
20. Общая схема исследования функции. Асимптоты.
21. Первообразная функция. Неопределённый интеграл, его основные свойства. Таблица основных формул интегрирования (вывод).
22. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определение и основные свойства определённого интеграла (доказательство). Формула Ньютона-Лейбница.
23. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной. Примеры.
24. Основные методы интегрирования: метод интегрирования по частям. Примеры.
25. Основные методы интегрирования: интегрирование простейших дробей первого и второго типов. Примеры.
26. Основные методы интегрирования: интегрирование простейших дробей третьего типа. Примеры.
27. Основные методы интегрирования: интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Примеры.
28. Основные методы интегрирования: интегрирование иррациональных выражений. Примеры.
29. Приложения определённых интегралов к вычислению площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах. Примеры.
30. Приложения определённых интегралов к вычислению площадей поверхностей, объёмов тел вращения, длины дуги кривой. Примеры.

31. Механические приложения определённых интегралов (работа переменной силы, статические моменты и координаты центра тяжести кривой и плоской фигуры, давление жидкости на вертикальную стену). Примеры.

### *Вопросы к экзамену*

#### *2 семестр*

1. Основные методы вычисления неопределённых интегралов: метод непосредственного вычисления, метод замены переменной, метод интегрирования по частям, интегрирование дробно-рациональных и тригонометрических функций.
2. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла, определение и свойства определённых интегралов.
3. Методы вычисления определённых интегралов.
4. Основные приложения определённых интегралов: вычисление площадей плоских фигур, длин дуг кривых, площадей поверхностей и объёмов тел вращения.
5. Несобственные интегралы, виды, определения и методы вычисления.
6. Функция двух переменных, определение, свойства.
7. Частные производные и дифференциалы функции двух переменных.
8. Экстремум функции двух переменных, глобальный и условный экстремум.
9. Метод наименьших квадратов.
10. Дифференциальное уравнение первого порядка, основные понятия, общее решение, частные решения.
11. Основные виды дифференциальных уравнений первого порядка, методы их решения: уравнения с разделяющимися переменными, однородные и линейные.
12. Дифференциальные уравнения второго порядка, основные понятия, линейные дифференциальные уравнения второго порядка (однородные, неоднородные), общее и частное решения.
13. Числовые ряды с положительными членами, основные понятия, необходимое и достаточные условия сходимости (признаки сравнения, Даламбера, Коши).
14. Знакопеременные и знакопеременяющиеся ряды, основные понятия, признак Лейбница, исследование на условную и абсолютную сходимость.
15. Функциональные ряды, степенные ряды, область сходимости.
16. Ряды Тейлора и Маклорена, разложение в ряд элементарных функций.
17. Применение рядов в приближённых вычислениях (вычисление значений тригонометрических функций, радикалов, определённых интегралов, решений дифференциальных уравнений).
18. Кратные интегралы (двойные, тройные), основные понятия. Методы вычисления двойных интегралов, основные приложения (вычисление площадей, объёмов, статических моментов, координат центра тяжести фигур, моментов инерции плоских фигур).

19. Криволинейные интегралы первого и второго рода, основные понятия, методы вычисления.
20. Преобразование криволинейного интеграла в двойной (формула Грина), восстановление функции двух переменных по её полному дифференциалу.

#### **6.5. Фонд оценочных средств**

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.



## 7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 7.1. Основная учебная литература

1. Бутузов В. Ф. Математический анализ в вопросах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. Ф. Бутузов, Н. Ч. Крутицкая, Г. Н. медведев, А. А. Шишкин; Под ред. В. Ф. Бутузова. – 5-е изд., испр. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 480 с. – ЭБС «Консультант студента»
2. Асланов Р. М. Математический анализ. Краткий курс [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Асланов Р. М., Ли О. В., Мурадов Т. Р. – Москва: Прометей, 2014. – 284 с. – ЭБС «Консультант студента»
3. Киркинский А. С. Математический анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / Киркинский А. С. – Москва: Академический Проект, 2020. – 526 с. – ЭБС «Консультант студента»

### 7.2. Дополнительная учебная литература

1. Конспект лекций по высшей математике: Учебн. для вузов / Д.Т. Письменный. – М. Рольф, 2001. – 280 с.
2. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа - СПб.: Издательство "Профессия", 2001. - 432 с.
3. Запорожец Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу : учебное пособие [для вузов] / Г. И. Запорожец. – 8-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2014. – 464 с.

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч. I. – М.: Высшая школа, 1999. – 304 с.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч. II. – М.: Высшая школа, 1999. – 416 с.

## 9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	Интернет-ресурс	Краткое описание
1	<a href="http://mathelp.spb.ru">mathelp.spb.ru</a>	Лекции по высшей математике
2	<a href="http://highermath.ru">highermath.ru</a>	Курс высшей математики
3	<a href="http://ru.wikipedia.org">http://ru.wikipedia.org</a>	Энциклопедия Википедия
4	<a href="http://www.edu.ru/">http://www.edu.ru/</a>	Федеральный портал «Российское образование»
5	<a href="http://en.edu.ru/">http://en.edu.ru/</a>	Портал является составной частью федерального портала "Российское образование". Содержит ресурсы и ссылки на ресурсы по естественно-научным дисциплинам (физика, математика, химия и биология).
6	<a href="http://mathprofi.ru/">http://mathprofi.ru/</a>	Математический анализ



**10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ,  
ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

1. ЭБС «Лань»
2. ЭБС «Консультант студента»
3. ЭБС «Znanium.com»
4. «Гарант» - справочно-правовая система

**11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение по реализации дисциплины осуществляется в соответствии с требованиями ФГОС ВО по данной образовательной программе.

Аннотация к рабочей программе дисциплины  
**Математический анализ**

образовательной программы высшего образования –  
программы специалитета

**10.05.03 – Информационная безопасность автоматизированных систем**

Направленность (профиль): специализация № 7 **Обеспечение информационной безопасности распределенных информационных систем**

Формы обучения: очная

Трудоемкость дисциплины: 6 ЗЕ (216 академических часов)

Семестр: 1, 2 (очная форма обучения).

Форма промежуточной аттестации: экзамен (1 и 2 семестр)

Содержание дисциплины

Введение в математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных. Числовые и функциональные ряды.