

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»
(КГУ)

Кафедра «Математика и физика»



УТВЕРЖДАЮ:
Первый проректор
/ Змызгова Т.Р. /
« 04 » сентября 2023 г.

Рабочая программа учебной дисциплины

Комплексный анализ

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата:

01.03.01 – Математика

Направленность: **Математическое и программное обеспечение
экономической деятельности**

Формы обучения: очная

Курган 2023

Рабочая программа дисциплины «Комплексный анализ» составлена в соответствии с учебным планом по программе бакалавриата Математика (Математическое и программное обеспечение экономической деятельности) утвержденными:

- для очной формы обучения «30» июня 2023 года;

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Математика и физика»

«31» августа 2023 года, протокол № 1

Рабочую программу составил:
доцент, к.ф.-м.н.,

Т.А. Вержбалович

Согласовано:

Заведующий кафедрой
«Математика и физика»

М.В. Гаврильчик

Специалист по учебно-методической
работе учебно-методического отдела

Г.В. Казанкова

Начальник управления
образовательной деятельности

И.В. Григоренко

1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 6 зачетных единиц трудоемкости (216 академических часа)

Очная форма обучения

| Вид учебной работы | На всю дисциплину | Семестр |
|---|-------------------|------------|
| | | 5 |
| Аудиторные занятия (всего часов), в том числе: | 78 | 78 |
| Лекции | 30 | 30 |
| Практические занятия | 48 | 48 |
| Самостоятельная работа (всего часов), в том числе: | 138 | 138 |
| Контрольные работы | 18 | 18 |
| Подготовка к экзамену | 27 | 27 |
| Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины) | 93 | 93 |
| Вид промежуточной аттестации: | экзамен | экзамен |
| Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам в часах: | 216 | 216 |

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к обязательной части учебного блока 1 (обязательная дисциплина)

Краткое содержание дисциплины.

Функции комплексного переменного и отображения множеств, Тригонометрические и гиперболические функции. Интеграл по комплексному переменному, применение вычетов, гармонические функции на плоскости.

Данная дисциплина является логическим завершением изучения других дисциплин данного цикла: математический анализ, численные методы и др., ее изучение является распространением и углублением математического анализа на комплексную область

Дисциплина «Комплексный анализ» необходимая дисциплина в формировании математической культуры специалиста.

Знания, полученные при изучении дисциплины «Комплексный анализ», лежат в основе математического образования, они необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью изучения дисциплины является получение фундаментального образования, способствующего развитию личности.

Цель данного курса – познакомить будущих математиков-прикладников с основными фактами комплексного анализа: понятием аналитической функции; конформным отображением, интегральным представлением Коши для аналитических функций, использованием его для разложения функций, а также приложениями комплексного анализа к вычислению интегралов, гидро- и аэродинамике, операционному исчислению.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности; (ОПК-1)

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

Знать основные аспекты теории аналитических функций; (ОПК-1)

Уметь выполнять действия с комплексными числами, вычислять значения элементарных функций, исследовать степенные ряды на сходимость, вычислять интегралы по определению и с помощью вычетов; (ОПК-1)

Владеть информацией о различных приложениях комплексного анализа; (ОПК-1)

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план

Очная форма обучения

| Рубеж дисциплины | Шифр раздела, темы дисциплины | Наименование раздела, темы дисциплины | Количество часов по видам учебных занятий | | |
|------------------|-------------------------------|---|---|----------------------|---------------------|
| | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы |
| <i>5 семестр</i> | | | | | |
| Рубеж I | P1 | <i>Комплексные числа и операции над ними</i> | 2 | 4 | |
| | P2 | <i>Топология комплексной плоскости</i> | 4 | 4 | |
| | P3 | <i>Конформные отображения, функции в комплексной области.</i> | 3 | 6 | |
| | P4 | <i>Интеграл от функции комплексного переменного</i> | 4 | 14 | |

| | | | |
|----|---|--|---|
| | | Показательная и логарифмическая функции, тригонометрические и обратные тригонометрические функции в комплексной области. Общая степенная функция. Понятие о римановой поверхности, точки ветвления: области одноместности. Функция Жуковского. Гиперболические функции. | 3 |
| P4 | <i>Интеграл от функции комплексного переменного</i> | Интеграл от функции комплексного переменного по кривой, его свойства. Первообразная и неопределенный интеграл, формула Ньютона–Лейбница. Связь интеграла с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода, сведение к интегралу по действительному переменному. | 1 |
| | | Интегральная теорема Коши. Интегральные формулы Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. | 3 |
| | | Теорема Мореры. Принцип максимума модуля, лемма Шварца | 1 |
| P5 | <i>Числовые и функциональные ряды в комплексной области</i> | Числовые и функциональные ряды в комплексной области, | 2 |
| | | Абсолютная и равномерная сходимость. Теорема Вейерштрасса Степенные ряды, 1 теорема Абеля, радиус и круг сходимости. Теорема Коши–Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора | 1 |
| | | Неравенства Коши, теорема Лиувилля. Нули голоморфной функции. Теорема единственности аналитической функции. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение голоморфной функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Теоремы Сохоцкого, Пикара. | 2 |
| P6 | <i>Теория вычетов</i> | Вычет функции в точке. Теоремы о вычетах. Вычисление вычета в полюсах. Бесконечно удаленная точка как особая. Применение вычетов к вычислению интегралов. Лемма Жордана. | 2 |
| | | Логарифмический вычет, принцип аргумента. Теорема Руше. Теорема Гурвица. Основная теорема алгебры. Обобщенная теорема о логарифмическом вычете. | 2 |

| | | | |
|----|---|--|---|
| | | Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция, ее риманова поверхность. Теорема о монодромии. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. | 2 |
| | | Задача Дирихле, интеграл Пуассона. Целые и мероморфные функции. Порядок и тип целых функций. Произведение Вейерштрасса.. | 2 |
| P7 | <i>Гармонические функции</i> | Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Интеграл Шварца. Бесконечная дифференцируемость гармонических функций. | 1 |
| | | Аналитичность комплексно сопряженного градиента. Теорема о среднем, теорема единственности и принцип максимума – минимума, инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных. Теорема Лиувилля и теорема Харнака об устранимой особой точке. Разложение гармонических функций в ряды, связь с тригонометрическими рядами | 1 |
| P8 | <i>Применение аналитических функций к задачам гидродинамики</i> | Комплексный потенциал. Применение аналитических функций к задачам гидродинамики. Отображения посредством аналитических функций: принцип открытости и принцип области, теорема о локальном обращении. Однолистные функции, достаточное условие однолистности. Теорема Римана (без доказательства) и понятие о соответствии границ при конформном отображении. | 2 |

4.3. Содержание практических занятий

| Шифр раздела, темы дисциплины | Наименование раздела, темы дисциплины | Наименование и содержание лекций и практических занятий (с указанием часов) | Норматив времени, часы |
|-------------------------------|--|---|------------------------|
| | | 5 семестр | 48 |
| P1 | <i>Комплексные числа и операции над ними</i> | Комплексные числа и операции над ними, геометрическое изображение модуль и аргумент комплексного числа. | 2 |

| | | | |
|----|---|---|---|
| | | Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа, формула Эйлера. Извлечение корня, логарифм. Степень с произвольным комплексным показателем. | 2 |
| P2 | <i>Топология комплексной плоскости</i> | Компактификация комплексной плоскости, стереографическая проекция. Сфера Римана. Области и кривые. | 2 |
| | | Комплексные функции действительного и комплексной переменных, их геометрический смысл. Предел и непрерывность функции комплексного переменного, равномерная непрерывность. | 1 |
| | | Дифференцируемость и голоморфность функции комплексного переменного, условия Коши–Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформность отображения, критерий конформности в точке. | 1 |
| P3 | <i>Конформные отображения, функции комплексной области.</i> | Линейная и дробно-линейная функции: конформные отображения, осуществляемые ими. | 2 |
| | | Показательная и логарифмическая функции, тригонометрические и обратные тригонометрические функции в комплексной области. | 2 |
| | | Общая степенная функция. Понятие о римановой поверхности, точки ветвления: области одноместности. Гиперболические функции. | 2 |
| P4 | <i>Интеграл от функции комплексного переменного</i> | Интеграл от функции комплексного переменного по кривой, его свойства. Первообразная и неопределенный интеграл, формула Ньютона–Лейбница. | 2 |
| | | Связь интеграла с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода, сведение к интегралу по действительному переменному. | 2 |
| | | Интегральная теорема Коши. Интегральные формулы Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. | 3 |
| | | Теорема Мореры. Принцип максимума модуля. | 1 |
| | | Числовые и функциональные ряды в комплексной области. | 2 |

| | | | |
|-----------|---|--|---|
| | | Абсолютная и равномерная сходимость. Теорема Вейерштрасса | 2 |
| | | <i>Рубежный контроль 1</i> | 2 |
| <i>P5</i> | <i>Числовые и функциональные ряды в комплексной области</i> | Степенные ряды, теорема Абеля, радиус и круг сходимости. Теорема Коши–Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. | 2 |
| | | Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение голоморфной функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Теоремы Сохоцкого, Пикара. | 2 |
| <i>P6</i> | <i>Теория вычетов</i> | Вычет функции в точке. Теоремы о вычетах. Вычисление вычета в полюсах. Бесконечно удаленная точка как особая. Применение вычетов к вычислению интегралов. Лемма Жордана. | 3 |
| | | Логарифмический вычет, принцип аргумента. Теорема Руше. Теорема Гурвица. Основная теорема алгебры. Обобщенная теорема о логарифмическом вычете. | 3 |
| | | Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция, ее риманова поверхность. Теорема о монодромии. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. | 1 |
| | | Задача Дирихле, интеграл Пуассона. Целые и мероморфные функции. Порядок и тип целых функций. Произведение Вейерштрасса. | 1 |
| <i>P7</i> | <i>Гармонические функции</i> | Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Интеграл Шварца. Бесконечная дифференцируемость гармонических функций, | 3 |
| | | Аналитичность комплексно сопряженного градиента. Теорема о среднем, теорема единственности и принцип максимума – минимума, инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных. Теорема Лиувилля. | 2 |
| <i>P8</i> | <i>Применение аналитических функций к задачам</i> | Комплексный потенциал. Применение аналитических функций к задачам гидродинамики. Отображения посредством | 1 |

| | | | |
|--|----------------------|----------------------------|---|
| | <i>гидродинамики</i> | аналитических функций. | |
| | | <i>Рубежный контроль 2</i> | 2 |

4.4. Контрольная работа

Контрольная работа выполняется согласно методических рекомендаций.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств, на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Преподавателем запланировано применение на лекционных занятиях технологий коллективного взаимодействия, групповая форма работы студентов на этапе повторения материала.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения)

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям, выполнение контрольной работы, подготовку к экзамену.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

Рекомендуемый режим самостоятельной работы Очная форма обучения

| Шифр СРС | Виды самостоятельной работы студентов (СРС) | Трудоемкость, часы |
|----------|---|--------------------|
| C1 | Самостоятельное или углублённое изучение разделов, тем дисциплины курса: - Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция, ее риманова поверхность. Теорема о монодромии. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. - Комплексный потенциал. Применение аналитических функций к задачам гидродинамики. Отображения посредством аналитических функций: принцип открытости и принцип области, теорема о локальном обращении. Однолистные функции, достаточное условие однолистности. Теорема Римана (без доказательства) и понятие о соответствии границ при конформном отображении. | 41 |
| C2 | Подготовка к аудиторным занятиям (практические занятия) – по 2 ч. на каждое занятие | 44 |
| | Подготовка к рубежному контролю (по 4 ч. на каждый рубеж) | 8 |

| | | |
|--------|-----------------------|------------|
| С3 | Контрольные работы | 18 |
| С4 | Подготовка к экзамену | 27 |
| Итого: | | 138 |

6. Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине

6.1. Перечень оценочных средств

1. *Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности обучающихся в КГУ (для очной формы обучения)*
2. *Перечень вопросов к экзамену.*
3. *Задания для рубежных контролей № 1,2*
4. *Контрольные работы*

6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся по дисциплине

1. Распределение баллов за успеваемость по дисциплине (практике)

| Контролируемые мероприятия | Баллы |
|---|--|
| Текущий контроль ($R_{тек}$) + Рубежный контроль ($R_{руб}$) | до 70 баллов |
| Академическая активность (доп. баллы $R_{доп}$) | до 30 баллов |
| Промежуточная аттестация (зачет, дифференцированный зачет, экзамен) ($R_{пром}$) | <u>от 11 до 30 баллов</u> при неудовл. ответе - 0 |
| Итог балльной оценки: ($R_{дис} = R_{тек} + R_{руб} + R_{пром} + R_{доп}$) | до 100 баллов |

2. На промежуточной аттестации максимальное количество баллов, которое может получить обучающийся **равно 30 баллам**, минимальное количество баллов, при удовлетворительном ответе, **равно 11**.

Неудовлетворительный ответ оценивается в 0 баллов. **Не допускается оценивание обучающегося на промежуточной аттестации баллами больше 0, но менее 11.**

3. Для допуска к промежуточной аттестации по дисциплине (практике) за семестр обучающийся должен набрать по итогам текущего и рубежного контролей ($R_{тек} + R_{руб}$) не менее 51 балла.

4. Если обучающийся набрал менее 51 балла, то к аттестационным испытаниям он не допускается, в ведомости делается запись «**Не допущен**».

5. В случае неявки обучающегося на аттестационное испытание в ведомость заносится запись «**Не явился**».

6. Если по дисциплине предусмотрена **курсовая работа (проект)**, то по ней выставляется отдельная оценка. Максимальная сумма по курсовой работе (проекту) устанавливается в 100 баллов:

- качество пояснительной записки и графической части – до 40 баллов;
- качество доклада – до 20 баллов;
- качество защиты работы – до 40 баллов.

7. При прохождении обучающимся **практики** максимальная сумма баллов за практику устанавливается в 100 баллов, из которой:

- 80 баллов отводятся на текущий контроль,
- 20 баллов отводятся на промежуточную аттестацию (от 11 баллов до 20 баллов).

8. Для получения экзамена или зачета **«автоматом»** обучающемуся необходимо набрать в ходе текущего и рубежных контролей не менее 61 балла. На усмотрение преподавателя, балльная оценка обучающегося может быть повышена за счет получения дополнительных баллов за академическую активность.

9. Обучающийся, имеющий право на оценку «автоматом», может повысить ее путем сдачи аттестационного испытания. В случае получения обучающимся на аттестационном испытании 0 баллов итог балльной оценки по дисциплине (практике) **не снижается**.

10. При заполнении **ведомости учета текущей успеваемости** в семестре столбцы «Рубеж 1» и «Рубеж 2» обязательны для заполнения. Столбец «Рубеж 3» заполняется в случае, если он предусмотрен РП дисциплины (если нет, то в ведомости ставится прочерк). В столбцы «Рубеж 1», «Рубеж 2» и «Рубеж 3» баллы по текущему контролю (ТК) и рубежному контролю (РК) записываются через дробь (ТК/РК).

11. В **ведомости учета текущей успеваемости** дополнительные баллы не суммируются с итоговой суммой баллов текущего и рубежного контролей.

12. В **зачетной и экзаменационной ведомости** в столбец «Дополнительные баллы» переносится сумма баллов за академическую активность из аналогичного столбца ведомости учета текущей успеваемости. В столбце «Итоговая сумма баллов» прописывается сумма баллов по столбцам «Сумма баллов текущего и рубежного контролей», «Сумма баллов на зачете/экзамене» и «Дополнительные баллы».

13. Ведомость заполняется преподавателем только **СИНЕЙ** ручкой и сдается в организационный отдел в день проведения промежуточной аттестации.

Балльная оценка ответа обучающегося на промежуточной аттестации

| Полнота ответа на вопросы билета | Оценка по 30-балльной шкале ($R_{\text{пром}}$) |
|--|---|
| Получены полные ответы на все вопросы билета | 25–30 |
| Получены достаточно полные ответы на все вопросы билета | 18–24 |
| Получены неполные ответы на все или часть вопросов билета | 11–17 |
| Получены фрагменты ответов на вопросы билета или вопросы не раскрыты | 0 |

Шкала перевода баллов в ECTS для дисциплин и практик, завершающихся экзаменом или дифференцированным зачетом

| Набранная обучающимся сумма баллов, $R_{\text{дис}}$ | Вид оценки | | |
|--|---------------------|---------|----------------|
| | Традиционная оценка | | Оценка по ECTS |
| 91–100 | 5 | Отлично | A |
| 84–90 | 4 | Хорошо | B |
| 74–83 | 4 | Хорошо | C |

| | | | |
|-------|---|---------------------|----|
| 68–73 | 3 | Удовлетворительно | D |
| 61–67 | 3 | Удовлетворительно | E |
| 51–60 | 2 | Неудовлетворительно | Fx |

**Шкала перевода баллов в ECTS для дисциплин и практик,
завершающихся зачетом**

| Набранные баллы | 51–60 | 61–67 | 68–73 | 74–83 | 84–90 | 91–100 |
|-------------------------|------------|-------|---------|-------|-------|--------|
| Зачтено/ не зачтено | Не зачтено | | Зачтено | | | |
| Оценка по шкале ECTS | Fx | E | D | C | B | A |

Шкала перевода баллов в ECTS для защиты курсовой работы

| Набранная обучающимся сумма баллов, R _{дис} | Вид оценки | | |
|---|---------------------|---------------------|----------------|
| | Традиционная оценка | | Оценка по ECTS |
| 91–100 | 5 | Отлично | A |
| 84–90 | 4 | Хорошо | B |
| 74–83 | 4 | Хорошо | C |
| 68–73 | 3 | Удовлетворительно | D |
| 61–67 | 3 | Удовлетворительно | E |
| 0–60 | 2 | Неудовлетворительно | Fx |

6.3 Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме контрольных работ и самостоятельных письменных работ (3-4 заданий до 4 балла каждое).

На каждый рубеж студенту отводится время не менее 90 минут.

Преподаватель оценивает в баллах результаты каждого обучаемого по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Экзамен проводится по билетам, в которых один вопрос теоретический (оценивается до 10 баллов) и две задачи (до 10 баллов каждая). Время, отводимое студенту на экзаменационное задание, составляет 1.5 астрономических часа.

Результаты текущего контроля успеваемости и экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость, которая сдается в

организационный отдел института в день экзамена, а также выставляются в зачетную книжку обучаемого.

6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена

Рубеж 1

1.Задание 1. Выполните указанные действия над комплексными числами z_1 и z_2

| | | | | | |
|---|-----------------|----------------|-----------------|--|-----------------------|
| 1 | $1 - \sqrt{3}i$ | $\sqrt{3} + i$ | $z_1 \bar{z}_2$ | $\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2$ | $\sqrt[3]{\bar{z}_2}$ |
|---|-----------------|----------------|-----------------|--|-----------------------|

Задание 2.

- а) Построить фигуру на плоскости, определяемую данными неравенствами. Границы, принадлежащие фигуре, изобразить сплошными линиями, не принадлежащие – пунктирными.
- б) Найти образ множества D при отображении $w = f(z)$, изобразить D и его образ (табл. 2).

| | | | |
|---|---|---------------|---|
| 1 | $\begin{cases} z - 1 > 1 \\ z + 1 \geq 1 \end{cases}$ | $\frac{1}{z}$ | $0 < \text{Im } z \leq \sqrt{\text{Re } z}$ |
|---|---|---------------|---|

Задание 3. Вычислить значения данных функций $f(z)$ при указанных значениях аргумента z (табл.3).

| № | А | | Б | |
|---|----------|---------------------|----------------|----------|
| | $f(z)$ | z | $f(z)$ | z |
| 1 | $\sin z$ | $\frac{\pi}{4} + i$ | $\text{Ln } z$ | $2 - 3i$ |

Задание 4. Выяснить, в каких точках комплексной плоскости функция имеет производную, и вычислить ее

| № | а | б |
|---|----------------|------------------------------|
| 1 | $z\bar{z} + z$ | $x^3 + 3ix^2 - 3xy^2 - iy^3$ |

Задание 5. Проверить, является ли функция действительной (или мнимой) частью голоморфной функции и, если да, найти эту функцию (табл.5).

| № | $U(x, y)$ | | |
|---|--------------|--|--|
| 1 | $e^x \cos y$ | | |

Рубеж 2

Задание 6. Найти область сходимости степенного ряда (табл.6).

| № | Ряд | | |
|---|-----|--|--|
| | | | |

| | | | |
|---|---|--|--|
| 1 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^{2n-1}}{2^n(n+\ln n)}$ | | |
|---|---|--|--|

Задание 7. Вычислить криволинейный интеграл от функции $f(z)$ по кривой Γ по определению (табл. 7).

| № | $f(z)$ | Γ |
|---|--------|-------------------------------|
| 1 | x | $\{z \in \mathbb{C}: z =2\}$ |

Задание 8. Разложить функцию $f(z)$ в ряд Лорана с центром в точке z_0 , найти область сходимости полученного ряда (табл. 8).

| № | $f(z)$ | z_0 | | |
|---|----------------------|-------|--|--|
| 1 | $\frac{1}{z^2(z-1)}$ | 1 | | |

Задание 9. Для функции $f(z)$ найти все её изолированные особые точки, определить их тип и найти вычеты в них (включая бесконечно удалённую точку)

| № | $f(z)$ | | |
|---|---------------------------------------|--|--|
| 1 | $\frac{e^z}{(z^2 + \frac{\pi}{2})^2}$ | | |

Задание 10. Вычислить интеграл по указанному замкнутому контуру Γ

| № | Интеграл | Γ | | |
|---|--------------------------------------|-----------|--|--|
| 1 | $\int_{\Gamma} \frac{dz}{(z^2+1)^2}$ | $ z+1 =1$ | | |

Задание 11. Вычислить несобственный интеграл с помощью вычетов (табл. 11).

| № | Интеграл | | |
|---|--|--|--|
| 1 | $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 2ix - 2}$ | | |

*Вопросы к экзамену
5 семестр*

1. Поле комплексных чисел. Геометрические интерпретации. Стереографическая проекция.
2. Последовательности и ряды комплексных чисел. Сходимость последовательностей в \mathbb{C} .
3. Функции комплексного переменного. График и рельеф функции.
4. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Формальные производные. Необходимость условий Коши-Римана.
5. Достаточность условий Коши-Римана. Голоморфные функции.
6. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения.
7. Сопряженные гармонические функции.

8. Степенные ряды и их области сходимости. Формула Коши-Адамара.
9. Голоморфность суммы степенного ряда.
10. Линейная функция и ее свойства.
11. Дробно-линейная функция и ее свойства.
12. Степенная функция с натуральным показателем и ее свойства.
13. Показательная функция и ее свойства.
14. Тригонометрические функции.
15. Понятие многозначной функции. Логарифмы комплексных чисел.
16. Степень с произвольным показателем. Формула Муавра для корней n -ой степени.
17. Логарифмическая функция и ее свойства.
18. Криволинейный интеграл в комплексной области и его свойства.
19. Интегральная теорема Коши для односвязных и многосвязных областей.
20. Интегральная формула Коши.
21. Ряды Тейлора для голоморфных функций.
22. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора. Теорема Лиувилля.
23. Изолированность нулей голоморфных функций.
24. Теорема единственности для голоморфных функций.
25. Принцип максимума модуля для голоморфных функций.
26. Ряды Лорана и их области сходимости.
27. Разложение функций, голоморфных в кольце, в ряды Лорана.
28. Изолированные особые точки голоморфных функций и их классификация.
29. Связь вида ряда Лорана с типом изолированной особой точки.
30. Теорема Сохоцкого о поведении голоморфной функции в окрестности существенно особой точки.
31. Вычеты и их вычисление в изолированных особых точках.
32. Теоремы о сумме вычетов и о полной сумме вычетов.
33. Логарифмические вычеты и их вычисление в нулях и полюсах голоморфной функции.
34. Основная теорема алгебры о многочленах.
35. Применение теорем о вычетах к вычислению интегралов вида.
36. Применение теорем о вычетах к вычислению определенных интегралов от тригонометрических функций и несобственных интегралов.

6.5 Фонд Оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1. Основная учебная литература

1. Ионин Л.Д. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: методические указания для студентов III курса специальностей 010301 – «Математика» и 050201 – математика с дополнительной специальностью «Информатика» / Министерство образования и науки Российской Федерации, Курганский государственный университет, Кафедра фундаментальной математики и методики преподавания математики ; [сост.: Л.Д. Ионин]. - Электрон. текстовые дан. (тип файла: pdf ; размер: 441 Kb). - Курган : Издательство Курганского государственного университета, 2018. - 31, [1] с.: рис., табл. - Библиогр.: с. 31. <http://dspace.kgsu.ru/xmlui/handle/123456789/5139>
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями. 3-е изд., испр. -М.: 2003. – 208с.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: 2002.
4. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. - М.: ГИФМЛ, 1961.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функции комплексного переменного. - М.: Наука, 1977.
6. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В. и др. Лекции по теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1989
7. Соломенцев Е.Д. Функции комплексного переменного и их применения. – М.: Высшая школа, 1988. – 168с.

7.2. Дополнительная литература

1. Минькова Р. М. Функции комплексного переменного в примерах и задачах : учебно-методическое пособие учебно-методическое пособие для студентов. Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 56 с.
2. Свешников А.Г., Тихонов А.М. Теория функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1970.
3. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. ч.1. - М.: Наука, 1985.
4. Ионин Л.Д. Теория функций комплексного переменного. Учебно-методическое руководство по математическому анализу для студентов физико-математического факультета специальностей 010100 – Математика, 010400 – Физика. Курган, 1997.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Ионин Л.Д. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: методические указания для студентов III курса специальностей 010301 – «Математика» и 050201 – математика с дополнительной

специальностью «Информатика» / Министерство образования и науки Российской Федерации, Курганский государственный университет, Кафедра фундаментальной математики и методики преподавания математики ; [сост.: Л.Д. Ионин]. - Электрон. текстовые дан. (тип файла: pdf ; размер: 441 Kb). - Курган : Издательство Курганского государственного университета, 2018. - 31, [1] с.: рис., табл. - Библиогр.: с. 31.

2. Ионин Л.Д. Теория функций комплексного переменного. Учебно-методическое руководство по математическому анализу для студентов физико-математического факультета специальностей 010100 – Математика, 010400 – Физика. Курган, 1997.

9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

| Интернет-ресурс | Краткое описание |
|---|---|
| http://en.edu.ru/ | Портал является составной частью федерального портала "Российское образование". Содержит ресурсы и ссылки на ресурсы по естественно-научным дисциплинам (физика, математика, химия и биология). |
| http://www.edu.ru/ | Федеральный портал «Российское образование» |
| http://www.msu.ru | Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова |
| | |

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1. ЭБС «Лань»
2. ЭБС «Консультант студента»
3. ЭБС «Znanium.com»
4. «Гарант» - справочно-правовая система

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение по реализации дисциплины осуществляется в соответствии с требованиями ФГОС ВО по данной образовательной программе, включая дистанционный формат.

12. Для студентов, обучающихся с использованием дистанционных образовательных технологий

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п. 6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до сведения обучающихся.

Аннотация к рабочей программе дисциплины
КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

образовательной программы высшего

образования – программы Бакалавр 01.03.01 «Математика и механика»

Направленность: Математическое и программное обеспечение экономической
деятельности

Формы обучения: очная

Трудоемкость дисциплины: 6 ЗЕ (216 академических часа)

Семестр: 5

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Содержание дисциплины

Понятие аналитической функции; конформного отображения, интегрального представления Коши для аналитических функций, использованием его для разложения функций.