

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Курганский государственный университет»  
(КГУ)

Кафедра «Математика и физика»



УТВЕРЖДАЮ:  
Первый проректор  
/ Т.Р. Змызгова /  
«01» сентября 2023 г.

Рабочая программа учебной дисциплины

## ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

образовательной программы высшего образования –  
программы бакалавриата

**44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

**Направленность: Математика и физика**

Формы обучения: очная

Курган 2023

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика» составлена в соответствии с учебными планами по программе бакалавриата Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) («Математика и физика»), утвержденными:  
- для очной формы обучения «30» июня 2023 года.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Математика и физика» «31» августа 2023 года, протокол № 1.

Рабочую программу составил  
доцент

О.Н. Хмеляр

Согласовано:

Заведующий кафедрой  
«Математика и физика»

М.В. Гаврильчик

Специалист по учебно-методической работе  
Учебно-методического отдела

Г.В. Казанкова

Начальник управления  
образовательной деятельности

И.В. Григоренко

## 1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 3 зачетные единицы трудоемкости (108 академических часов)

### Очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр
		4
<b>Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов</b>	<b>60</b>	<b>60</b>
<b>в том числе:</b>		
Лекции	30	30
Практические занятия	30	30
<b>Самостоятельная работа, всего часов</b>	<b>48</b>	<b>48</b>
<b>в том числе:</b>		
Подготовка к зачету	18	18
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины)	30	30
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>Зачёт</b>	<b>Зачёт</b>
<b>Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов</b>	<b>108</b>	<b>108</b>

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Дискретная математика» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, блока I подготовки по направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) Математика и физика.

Дискретная математика является одним из основных разделов современной математики. Знания, полученные при изучении дисциплины «Дискретная математика», лежат в основе математического образования, они необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений. В частности, знания данного курса используются в теории чисел, теории вероятностей, информационных технологиях, и др.

Дисциплина «Дискретная математика» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, а также курсов «Алгебра», «Вводный курс математики».

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Основной целью курса является формирование системы знаний, умений и навыков моделирования реальных объектов и процессов с использованием аппарата дискретной математики, развитие логического и алгоритмического мышления обучающихся, повышения уровня их математической культуры.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- способен осваивать и использовать базовые научно-теоретические знания и практические умения по предмету в профессиональной деятельности (ПК-3).

Индикаторы и дескрипторы части соответствующей компетенции, формируемой в процессе изучения дисциплины «Дискретная математика», оцениваются при помощи оценочных средств.

Планируемые результаты обучения по дисциплине «Дискретная математика», индикаторы достижения компетенций ПК-3, перечень оценочных средств

№ п/п	Код индикатора достижения компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции	Код планируемого результата обучения	Планируемые результаты обучения	Наименование оценочных средств
1.	ИД-1 <sub>ПК-3</sub>	Знать: основные понятия и методы изучаемых разделов	З (ИД-1 <sub>ПК-3</sub> )	Знает: определения и свойства математических объектов, используемых в данной области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений	Задания рубежных контролей, вопросы для сдачи зачета
2.	ИД-2 <sub>ПК-3</sub>	Уметь: формулировать и решать проблему в терминах дискретной математики	У (ИД-2 <sub>ПК-3</sub> )	Умеет: решать основные типы задач, формулировать и доказать основные теоремы изучаемых разделов	Задания рубежных контролей, вопросы для сдачи зачета
3.	ИД-3 <sub>ПК-3</sub>	Владеть: математическим аппаратом дисциплины	В (ИД-3 <sub>ПК-3</sub> )	Владеет: методами доказательства утверждений в этой области и навыками практического использования математических методов при анализе различных задач	Задания рубежных контролей, вопросы для сдачи зачета

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Учебно-тематический план Очная форма обучения

Рубежный контроль	Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Количество часов по видам учебных занятий	
			Лекции	Практические занятия
Рубеж 1	P1	Элементы комбинаторики	8	8
	P2	Элементы теории графов	10	12
Рубеж 2	P3	Элементы теории кодирования	6	4
	P4	Элементы теории конечных автоматов	6	6



## 4.2. Содержание лекционных занятий

### **Раздел 1. Элементы комбинаторики**

Тема 1. *Выборки, перестановки, сочетания, размещения.*

Понятие выборки. Перестановки, сочетания и размещения без повторения и с повторением элементов.

Тема 2. *Полиномиальная теорема.*

Понятие бинома Ньютона, биномиальные коэффициенты и их свойства. Полиномиальная теорема. Формула вычисления полиномиальных коэффициентов и их приложения к определению числа разбиений. Формула включений и исключений.

Тема 3. *Рекуррентные соотношения*

Понятие рекуррентного соотношения. Числа Фибоначчи, как пример рекуррентного соотношения. Понятие решения рекуррентного соотношения. Способы решения однородных и неоднородных линейных рекуррентных соотношений.

### **Раздел 2. Элементы теории графов**

Тема 1. *Основные понятия; способы представления графов*

Ориентированные и неориентированные графы. Способы задания графов. Цепи. Циклы. Связные графы. Изоморфизм графов.

Понятие об эйлеровых и гамильтоновых графах. Теорема Эйлера.

Понятие дерева и леса. Цикломатическое число. Задача коммивояжера. Обходы графа по глубине и ширине. Разрезы. Понятие планарного графа. Примеры планарных графов. Теорема Эйлера.

Тема 2. *Сети; алгоритмы решения задач на сетях*

Ориентированные графы. Алгоритмы Дейкстры, Флойда. Сети планирования, транспортные сети. Теорема Форда – Фалкерсона.

### **Раздел 3 Элементы теории кодирования**

Тема 1. *Понятие кодирования, виды кодов*

Понятие об единичном  $n$ -мерном кубе; побуквенном кодировании, виды кодирования, взаимно – однозначное кодирование.

Тема 2. *Коды Хэмминга, коды Фано, взаимно-однозначное кодирование*

Знакомство с разделимыми; префиксными самокорректирующимися кодами; кодами Хэмминга, исправляющими единичные ошибки. Код Фано. Критерий взаимной однозначности кодирования.

### **Раздел 4. Элементы теории конечных автоматов**

Тема 1. *Конечные автоматы, их минимизация.*

Автоматные функции, состояние автомата; детерминированные и недетерминированные автоматы; эквивалентность состояний. Теорема об эквивалентности состояний конечного автомата; эквивалентность автоматов.

### 4.3 Практические занятия

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание практических занятий	Норматив времени, час.
P1	Элементы комбинаторики	Выборки, перестановки, сочетания, размещения с повторениями	4
		Полиномиальная теорема	2
		Рекуррентные соотношения	2
P2	Элементы теории графов	Основные понятия; способы представления графов	4
		Сети; алгоритмы решения задач на сетях	6
		Рубеж №1	2
P3	Элементы теории кодирования	Коды Хэмминга, Фано,	2
		Взаимно-однозначное кодирование	2
P4	Элементы теории конечных автоматов	Конечные автоматы, их минимизация	4
			Рубеж №2
<b>Всего:</b>			<b>30</b>

### 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств, на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения)

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям, подготовку к зачету.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

## Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.
Подготовка к практическим занятиям (по 2 часа на каждое занятие)	26
Подготовка к рубежным контролям (по 2 часа на рубеж)	4
Подготовка к зачёту	18
<b>Всего:</b>	<b>48</b>

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности обучающихся (для очной формы обучения)
2. Перечень вопросов к зачету.
3. Задания для рубежного контроля №1, 2.

### 6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся по дисциплине

#### Очная форма обучения

№	Наименование	Содержание					
		Распределение баллов					
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доводятся до сведения обучающихся на первом учебном занятии)	Вид учебной работы:	Посещение лекций	Практические занятия (включая выполнение домашней работы)	Рубеж №1	Рубеж №2	Зачёт
		Балльная оценка:	До 15	До 26	До 20	До 9	До 30
		Примечания:	15 лекций по 1 баллу	До 2х баллов за занятие	Согласно учебно-тематическому плану	Согласно учебно-тематическому плану	
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и зачета	60 и менее баллов – неудовлетворительно; 61...73 – удовлетворительно; 74... 90 – хорошо; 91...100 – отлично					



3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов	<p>Для допуска к промежуточной аттестации по дисциплине за семестр обучающийся должен набрать по итогам текущего и рубежного контролей не менее 51 балла. В случае если обучающийся набрал менее 51 балла, то к аттестационным испытаниям он не допускается.</p> <p>Для получения зачета без проведения процедуры промежуточной аттестации обучающемуся необходимо набрать в ходе текущего и рубежных контролей не менее 61 балла. В этом случае итог балльной оценки, получаемой обучающимся, определяется по количеству баллов, набранных им в ходе текущего и рубежных контролей. При этом, на усмотрение преподавателя, балльная оценка обучающегося может быть повышена за счет получения дополнительных баллов за академическую активность.</p> <p>Обучающийся, имеющий право на получение оценки без проведения процедуры промежуточной аттестации, может повысить ее путем сдачи аттестационного испытания. В случае получения обучающимся на аттестационном испытании 0 баллов итог балльной оценки по дисциплине не снижается.</p> <p>За академическую активность в ходе освоения дисциплины, участие в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности обучающемуся могут быть начислены дополнительные баллы. Максимальное количество дополнительных баллов за академическую активность составляет 30.</p> <p>Основанием для получения дополнительных баллов являются:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнение дополнительных заданий по дисциплине; дополнительные баллы начисляются преподавателем;</li> <li>- участие в течение семестра в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности КГУ.</li> </ul>
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) обучающихся для получения недостающих баллов в конце семестра	<p>В случае если к промежуточной аттестации (зачету) набрана сумма менее 51 балла, обучающемуся необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра.</p> <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>

### 6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме самостоятельной письменной работы, на которые обучающемуся отводится время не менее 90 минут.

Преподаватель оценивает в баллах результаты каждого обучающегося по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Для зачета обучающемуся предлагается шесть вопросов, по 5 баллов каждый, на подготовку отводится 40 минут.

Результаты текущего контроля успеваемости и зачета заносятся преподавателем в зачетную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день зачета, а также выставляются в зачетную книжку обучающегося.



#### 6.4. Примеры оценочных средств для зачета и рубежных контролей

##### *Вопросы к зачету*

1. Основные понятия комбинаторики. Правило суммы и произведения.
2. Размещения (с повторениями и без повторений)
3. Сочетания (с повторениями и без повторений)
4. Перестановки (с повторениями и без повторений)
5. Разбиения (упорядоченные и неупорядоченные)
6. Бином Ньютона.
7. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.
8. Метод рекуррентных соотношений.
9. Основные понятия теории графов. Теоремы о степенях вершин.
10. Ориентированные графы.
11. Матрица смежности графа и ее свойства.
12. Способы задания графа - матрица инцидентности, структуры смежности и список ребер.
13. Изоморфизм графов.
14. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
15. Обход графа в глубину.
16. Обход графа в ширину.
17. Деревья.
18. Планарные графы. Теорема Эйлера и следствия из нее.
19. Раскраска планарного графа.
20. Задачи о кратчайших путях в графе. Алгоритм Дейкстры.
21. Задачи о кратчайших путях в графе. Алгоритм Флойда-Уоршелла.
22. Поиск остова графа наименьшего веса
23. Сети и потоки в сетях. Алгоритм Форда-Фалкерсона поиска наибольшего потока.
24. Сети планирования. Нахождение минимального времени завершения работ. Критический путь.
25. Классификация методов кодирования информации.
26. Алфавитное и равномерное кодирование.
27. Критерий однозначности алфавитного кодирования.
28. Самокорректирующиеся коды. Алгоритм построения кодов Хемминга.
29. Кодирование без учета помех. Оптимальное кодирование. Код Фано.
30. Критерий взаимной однозначности декодирования.
31. Регулярные языки, конечные автоматы. Примеры.
32. Алгоритм построения детерминированного конечного автомата.

##### **Рубеж №1**

(4 балла за задание, всего 20 баллов)

1. Автобусные билеты имеют шестизначные номера от 000000 до 999999.
  - а) сколько номеров, у которых есть хотя бы одна нечетная цифра?
  - б) сколько номеров содержат цифру 7?

- в) сколько номеров содержат цифру 7 и 0?  
 г) сколько среди них счастливых? (Счастливым считается номер abcabc или abccba).

2. а)  $C_{x+8}^{x+3} = 5A_{x+6}^3$ ; б)  $C_{15}^{k-2} < C_{15}^k$  в)  $\begin{cases} C_x^{y+1} = 2,5x \\ C_{x-1}^y = 10 \end{cases}$

г) Найдите коэффициент при  $a^3b^5c$  после раскрытия скобок в выражении  $(a + b - c + 5)^{11}$ .

д) Определить коэффициент  $k$  в члене  $ka^6b^6c^{12}$  многочлена, получаемого из алгебраического выражения  $(a+b+c)^3(a^2+b^2+c^2)^6$ :

3. Постройте граф отношения « $x + y > 7$ » на множестве  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Для полученного графа найдите матрицу смежности, матрицу инцидентности, радиус, диаметр и центр, цикломатическое и хроматическое числа.

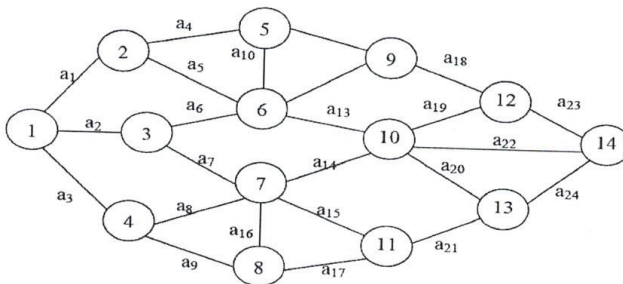
4. Составить сетевой график выполнения работ и найти минимальное время завершения работ, критический путь.

Содержание работы	Обозначение	Предыдущая работа	Продолжительность, дн.
Исходные данные на изделие	$a_1$		$t_1$
Заказ комплектующих деталей	$a_2$	$a_1$	$t_2$
Выпуск документации	$a_3$	$a_1$	$t_3$
Изготовление деталей	$a_4$	$a_3$	$t_4$
Постановка комплектующих деталей	$a_5$	$a_2$	$t_5$
Сборка изделия	$a_6$	$a_4, a_5$	$t_6$
Выпуск документации на испытание	$a_7$	$a_3$	$t_7$
Испытание и приемка изделия	$a_8$	$a_6, a_7$	$t_8$

$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$
30	7	15	35	25	13	12	14

2. Транспортному предприятию требуется перевезти груз из пункта 1 в пункт 14. на рисунке показана сеть дорог и стоимость перевозки единицы груза между отдельными пунктами.

Определить маршрут доставки груза, которому соответствуют наименьшие затраты.



a																							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
20	18	19	11	15	13	12	14	12	24	21	20	22	23	24	20	22	31	32	35	37	45	28	30

### Рубеж №2 (3 балла за задание 1, 6 баллов за задание 2)

1. Для конечного автомата, заданного таблицей, построить граф. Начальное состояние автомата, отмечено символом «\*». Для заданного входного слова ЛОЛЛА, найти выходное слово  $u$  и конечное состояние, в котором будет находиться автомат.

Переходная и выходная функции	Состояния		
	Входные символы	$q_0$	$q_1$
A	$q_2 1$	$q_1 0$	$q_2 0$
Л	$q_1 0$	$q_0 0$	$q_0 1$
О	$q_1 1$	$q_2 0$	$q_1 0$

2. а) Построить код Фано и Хаффмана для списка сообщений с заданным распределением частот. Определить стоимость кода.

S	T	U	V	W	X	Y	Z
0,15	0,1	0,15	0,2	0,05	0,1	0,18	0,07

- б) Построить код Хэмминга для заданного сообщения 11101010. Внести ошибку в 5 разряд и, проведя декодирование, подтвердить место ошибки.

### 6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

## 7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 7.1. Основная учебная литература

1. Редькин, Н. П. Дискретная математика / Редькин Н. П. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 264 с. – Доступ из ЭБС "Консультант студента"

### 7.2. Дополнительная литература

1. Кириллов, И. А. Дискретная математика и ее специальные разделы : учебное пособие / И. А. Кириллов, М. В. Шептунов. - Москва : Проспект, 2022. - 264 с. – Доступ из ЭБС "Консультант студента".
2. Курейчик, В. М. Учебное пособие по курсу "Дискретная математика". Раздел "Теория графов" : учебное пособие / В. М. Курейчик, В. В. Курейчик, Е. Р. Мунтян. - Ростов-на-Дону : ЮФУ, 2022. - 164 с. – Доступ из ЭБС "Консультант студента".



## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

1. Гаврилов, Г. П. Задачи и упражнения по дискретной математике : учебное пособие. / Гаврилов Г. П. , Сапоженко А. А. - 3-е изд. , перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 416 с. – Доступ из ЭБС "Консультант студента"

## **9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. dist.kgsu.ru - Система поддержки учебного процесса КГУ;
2. www.mylect.ru

## **10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

1. ЭБС «Лань»
2. ЭБС «Консультант студента»
3. ЭБС «Znanium.com»
4. Гарант – справочно-правовая система

## **11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение по реализации дисциплины осуществляется в соответствии с требованиями ФГОС ВО по данной образовательной программе.

## **12. ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОН- НЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п. 6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об использовании технологий и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до обучающихся.



Аннотация к рабочей программе дисциплины  
**Дискретная математика**

образовательной программы высшего образования –  
программы бакалавриата  
**44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подго-  
товки)**

**Направленность: Математика и физика**

Трудоемкость дисциплины: 33Е (108 академических часов)

Семестр: 4 (очная форма обучения).

Форма промежуточной аттестации: зачет

Содержание дисциплины

Элементы комбинаторики. Элементы теории графов. Элементы теории кодирования. Элементы теории конечных автоматов.