

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»
(КГУ)

Кафедра «Математика и физика»

УТВЕРЖДАЮ:
Первый проректор
_____/Т.Р. Змызгова/
« ____ » _____ 2024 г.

Рабочая программа учебной дисциплины
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата

09.03.03 Прикладная информатика
направленность Интеллектуальные информационные системы и технологии
09.03.04 Программная инженерия
направленность Программное обеспечение автоматизированных систем

Формы обучения: очная, заочная

Курган 2024

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с учебными планами по программе бакалавриата 09.03.03 Прикладная информатика (направленность Интеллектуальные информационные системы и технологии), 09.03.04 Программная инженерия (направленность Программное обеспечение автоматизированных систем), утвержденными:

- для очной формы обучения «28» июня 2024 года;
- для заочной формы обучения «28» июня 2024 года.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Математика и физика» «31» августа 2024 года, протокол № 1

Рабочую программу составил:
К. пед. наук, доцент кафедры
«Математика и физика»

А.В. Чернышова

Согласовано:

Заведующий кафедрой
«Математика и физика»

М.В. Гаврильчик

Заведующий кафедрой
«Программного обеспечения
автоматизированных систем»

С.В. Косовских

Специалист по учебно-методической
работе учебно-методического отдела

Г.В. Казанкова

Начальник управления
образовательной деятельности

И.В. Григоренко

1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 8 зачетных единиц трудоемкости (288 академических часов)

Очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр	Семестр
		1	2
Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов	96	64	32
в том числе:			
Лекции	48	32	16
Практические занятия	48	32	16
Самостоятельная работа, всего часов	192	80	112
в том числе:			
Подготовка к экзамену	54	27	27
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины)	102	35	67
Контрольные работы	36	18	18
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен	Экзамен
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов	288	144	144

Всего 8 зачётных единиц (288 академических часов)

Заочная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр	Семестр
		1	2
Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов	16	12	4
в том числе:			
Лекции	8	6	2
Практические занятия	8	6	2
Самостоятельная работа, всего часов	272	132	140
в том числе:			
Подготовка к экзамену, зачету	54	27	27
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины)	182	87	95
Контрольные работы	36	18	18
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен	Экзамен
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов	288	144	144

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Математический анализ» относится к учебному блоку Б1 обязательной части, модуль Математические и естественнонаучные дисциплины.

Краткое содержание дисциплины: дифференциальное и интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных, числовые и функциональные ряды, дифференциальные уравнения.

Дисциплина «Математический анализ» базируется на знаниях, умениях, навыках, приобретенных студентами в средней школе.

Знания, умения и навыки, полученные при освоении дисциплины «Математический анализ», являются необходимыми для освоения последующих дисциплин:

- дискретная математика,
- математическая логика,
- языки программирования,
- криптографические методы защиты информации.

Результаты обучения по дисциплине необходимы для осуществления профессиональной деятельности.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью изучения дисциплины является получение фундаментального образования, способствующего развитию личности.

Задачами дисциплины являются: изучение основных понятий математического анализа; овладение методами математического исследования; формирование навыков применения методов математического анализа в программировании, информатике и других науках.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

Для очной и заочной форм обучения

- способность применять естественнонаучные и общетеchnические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности (ОПК-1)

Индикаторы и дескрипторы части соответствующей компетенции, формируемой в процессе изучения дисциплины «Математический анализ», оцениваются при помощи оценочных средств.

Планируемые результаты обучения по дисциплине «Математический анализ», индикаторы достижения компетенции ОПК-1, перечень оценочных средств

№ п/п	Код индикатора достижения компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции	Код планируемого результата обучения	Планируемые результаты обучения	Наименование оценочных средств
1.	ИД-1 _{ОПК-1}	Знать: фундаментальные понятия, свойства понятий, теоремы и формулы математического анализа	З (ИД-1 _{ОПК-1})	Знает: фундаментальные понятия, свойства понятий, теоремы и формулы математического анализа	Тестовые вопросы. Темы дискуссии. Вопросы для сдачи экзамена
2.	ИД-2 _{ОПК-1}	Уметь: читать научный текст, находить в тексте понятия и	У (ИД-2 _{ОПК-1})	Умеет: читать научный текст, находить в тексте понятия и	Тестовые вопросы. Темы дискуссии.

		формулы, необходимые для решения задач; самостоятельно решать задачи базового уровня, аналогичные имеющимся в теоретических источниках образцам; самостоятельно находить в сторонних информационных источниках понятия, формулы и методы для решения задач повышенного уровня; применять полученные знания и навыки при изучении других дисциплин		формулы, необходимые для решения задач; самостоятельно решать задачи базового уровня, аналогичные имеющимся в теоретических источниках образцам; самостоятельно находить в сторонних информационных источниках понятия, формулы и методы для решения задач повышенного уровня; применять полученные знания и навыки при изучении других дисциплин	Вопросы для сдачи экзамена
3.	ИД-З _{ОПК-1}	Владеть: методами решения задач математического анализа	В (ИД-З _{ОПК-1})	Владеет: методами решения задач математического анализа	Тестовые вопросы. Темы дискуссии. Вопросы для сдачи экзамена

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план

Очная форма обучения 1 семестр

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем		
			Лекции	Практич. занятия	Лабораторные работы
Рубеж 1	1	Введение в математический анализ	4	6	
	2	Предел функции в точке и на бесконечности	8	8	
	3	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	12	9	
		Рубежный контроль № 1	-	1	
Рубеж 2	4	Интегральное исчисление функции одной переменной	8	7	
		Рубежный контроль № 2	-	1	
Всего:			32	32	-

2 семестр

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем		
			Лекции	Практич. занятия	Лабораторные работы
Рубеж 1	5	Функции нескольких переменных	8	7	
		Рубежный контроль № 1		1	

Рубеж 2	6	Дифференциальные уравнения	8	7	
		Рубежный контроль № 2	-	1	
Всего:			16	16	-

Заочная форма обучения 1 семестр

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем		
		Лекции	Практич. Занятия	Лабораторные работы
1	Введение в математический анализ	1	-	-
2	Предел функции в точке и на бесконечности	1	-	-
3	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	2	3	-
4	Интегральное исчисление функции одной переменной	2	3	-
Всего:		6	6	-

2 семестр

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем		
		Лекции	Практич. Занятия	Лабораторные работы
5	Функции нескольких переменных	1	1	-
6	Дифференциальные уравнения	1	1	-
Всего:		2	2	-

4.2. Содержание лекционных занятий

1 семестр

Тема 1. Введение в математический анализ

Введение. Цели и задачи изучения дисциплины. Требования по изучению дисциплины. Отображения, функции. Основные понятия и свойства элементарных функций.

Тема 2. Предел функции в точке и на бесконечности

Предел функции в точке и на бесконечности. Теоремы о пределах и методы их вычисления. Эквивалентные бесконечно малые функции. Односторонние пределы. Непрерывность функций. Точки разрыва.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Понятие производной и дифференциала функции, правила вычисления, производные элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные приложения производной и дифференциалов: исследование функции (монотонность, экстремумы, точки перегиба, выпуклость), приближённые вычисления, вычисление наименьшего и наибольшего значений функции.

Тема 4. Интегральное исчисление функции одной переменной

Первообразная функции. Неопределённый интеграл, основные свойства и методы вычисления. Определённый интеграл, определение, свойства, формула Ньютона-

Лейбница, основные методы вычисления. Основные приложения определённого интеграла: площадь плоских фигур, площадь поверхности, объём тел, длина дуги кривой, физические применения.

2 семестр

Тема 5. Функции нескольких переменных

Функции многих переменных, их обозначение и область определения. Предел функции многих переменных. Непрерывность. Частные производные функции многих переменных. Дифференцирование функций многих переменных. Дифференциалы функции многих переменных. Дифференцирование неявных функций. Частные производные высших порядков. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремум функции многих переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции.

Тема 6. Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения, их порядок, общие и частные интегралы. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

4.2. Практические занятия

Содержание практических занятий:

Номер раздела, темы	Наименование раз- дела, темы	Наименование практического занятия	Норматив времени, час.	
			Очная форма обучения	Заочная форма обучения
1 семестр				
1	Введение в математи- ческий анализ	Отображения, функции. Основные понятия и свойства элементарных функций.	6	-
2	Предел функции в точке и на бесконеч- ности	Предел функции в точке и на бесконечности. Теоремы о пределах и методы их вычисления. Эквивалентные беско- нечно малые функции. Односторонние пре- делы. Непрерывность функций. Точки разры- ва.	8	-

3	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Понятие производной и дифференциала функции, правила вычисления, производные элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные приложения производной и дифференциалов: исследование функции (монотонность, экстремумы, точки перегиба, выпуклость), приближённые вычисления, вычисление наименьшего и наибольшего значений функции.	9	3
		Рубежный контроль 1	1	
4	Интегральное исчисление функции одной переменной	Первообразная функции. Неопределённый интеграл, основные свойства и методы вычисления. Определённый интеграл, определение, свойства, формула Ньютона-Лейбница, основные методы вычисления. Основные приложения определённого интеграла: площадь плоских фигур, площадь поверхности, объём тел, длина дуги кривой, физические применения.	7	3
		Рубежный контроль 2	1	
2 семестр				
5	Функции нескольких переменных	Функции многих переменных, их обозначение и область определения. Предел функции многих переменных. Непрерывность. Частные производные функции многих переменных. Дифференцирование функций многих переменных. Дифференциалы функции многих переменных. Дифференцирование неявных функций. Частные производные высших порядков. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремум функции многих переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции.	7	1

		Рубежный контроль 1	1	
6	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения, их порядок, общие и частные интегралы. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.	7	1
		Рубежный контроль 2	1	
Всего:			48	8

4.4. Контрольная работа

Контрольная работа для очной и заочной формы обучения состоит из 7 заданий в первом семестре и из 7 заданий во втором семестре. Примерный вариант контрольной работы находится в методических указаниях.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств, на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Преподавателем запланировано применение на лекционных занятиях технологий коллективного взаимодействия, разбора конкретных ситуаций, групповая форма работы обучающихся на этапе повторения материала.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения).

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности обучающихся. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям (для очной формы), подготовку к экзамену, выполнение контрольных работ.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.	
	Очная форма обучения	Заочная форма обучения
Самостоятельное изучение тем дисциплины:	70	178
Двойной интеграл и его приложения	17	44
Числовые ряды	18	45
Степенные ряды и их приложения	17	44
Функции комплексного переменного	18	45
Подготовка к рубежным контролям (по 2 часа на каждый рубеж)	8	-
Подготовка к практическим занятиям (по 1 часу на занятие)	24	4
Выполнение контрольной работы	36	36
Подготовка к экзамену	54	54
Всего:	192	272

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности обучающихся КГУ (для очной формы обучения)
2. Перечень вопросов к экзамену
3. Контрольная работа (для очной и заочной форм обучения)
4. Банк заданий к рубежным контролям № 1, № 2, № 3, № 4 (для очной формы обучения)
5. Банк тестовых заданий к экзамену
6. Задания к практическим занятиям
7. Дополнительные задания исследовательского характера (на усмотрение преподавателя).

6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся по дисциплине

№	Наименование	Содержание						
		Очная форма обучения, 1 семестр						
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доводятся до сведения обучающихся на первом учебном занятии)	Распределение баллов						
		Вид учебной работы:	Посещение лекций	Посещение практических занятий, активность на занятиях	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	Контрольная работа	Экзамен
		Балльная оценка:	До 16	До 16	До 12	До 12	До 14	До 30
		Примечания:	16 лекций по 1 баллу	16 практических занятий по 1 баллу	На 12 практическом занятии	На 16 практическом занятии		
		Очная форма обучения, 2 семестр						
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы		Распределение баллов					
		Вид учебной работы:	Посещение лекций	Посещение практических занятий и активность на них	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	Контрольная работа	Экзамен

	(доводятся до сведения обучающихся на первом учебном занятии)	Балльная оценка:	До 8	До 16	До 15	До 16	До 15	До 30
		Примечания:	8 лекций по 1 баллу	8 практических занятий по 2 балла	На 4 практическом занятии	На 8 практическом занятии		
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и зачета		60 и менее баллов – неудовлетворительно 61...73 – удовлетворительно 74... 90 – хорошо; 91...100 – отлично					
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов		Для допуска к промежуточной аттестации по дисциплине за семестр обучающийся должен набрать по итогам текущего и рубежного контролей не менее 51 балла. В случае если обучающийся набрал менее 51 балла, то к аттестационным испытаниям он не допускается. Для получения экзамена без проведения процедуры промежуточной аттестации обучающемуся необходимо набрать в ходе текущего и рубежных контролей не менее 61 балла. В этом случае итог балльной оценки, получаемой обучающимся, определяется по количеству баллов, набранных им в ходе текущего и рубежных контролей. При этом, на усмотрение преподавателя, балльная оценка обучающегося может быть повышена за счет получения дополнительных баллов за академическую активность. Обучающийся, имеющий право на получение оценки без проведения процедуры промежуточной аттестации, может повысить её путем сдачи аттестационного испытания. В случае получения обучающимся на аттестационном испытании 0 баллов итог балльной оценки по дисциплине не снижается. За академическую активность в ходе освоения дисциплины, участие в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности обучающегося могут быть начислены дополнительные баллы. Максимальное количество дополнительных баллов за академическую активность составляет 30. Основанием для получения дополнительных баллов являются: - выполнение дополнительных заданий по дисциплине; дополнительные баллы начисляются преподавателем; - участие в течение семестра в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности КГУ.					
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) обучающихся для получения недостающих баллов в конце семестра		В случае если к промежуточной аттестации набрана сумма менее 51 балла, обучающемуся необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра. Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объём которых определяется преподавателем.					

6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме самостоятельных работ.

Перед проведением каждого рубежного контроля преподаватель прорабатывает с обучающимися основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии.

Варианты заданий для рубежных контролей 1 семестра состоят: № 1 и № 2 – из 6 задач по 2 балла каждая. Варианты заданий для рубежного контроля 2 семестра состоят: № 1 – из 7 задач (1-6 задачи по 2 балла каждая, 7 задача – 3 балла), № 2 – из 8 задач по 2 балла каждая.

На каждую работу при рубежном контроле обучающемуся отводится время не менее 60 минут.

Преподаватель оценивает в баллах результаты рубежного контроля каждого обучающегося по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Экзаменационный тест в 1 и 2 семестре состоит из 12 вопросов. Каждый вопрос в тесте оценивается от 1 до 4 баллов. Количество баллов по результатам экзамена зависит от количества правильных ответов. Время, отводимое обучающемуся на экзаменационный тест, составляет 1 астрономический час.

Результаты текущего контроля успеваемости и экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день экзамена, а также выставляются в зачетную книжку обучающегося.

6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей, экзамена

1 семестр

Рубеж 1

Самостоятельная работа

- 1 Найти область определения функции: 1) $y = 8x + 18$; 2) $y = \frac{14}{x-3}$; 3) $y = \sqrt{x^2 - 16}$.
- 2 Доказать, что функция является убывающей. $y = -7x - 5$. Выяснить, является ли функция четной или нечетной.
- 3 Найти пределы: 1) $\lim_{x \rightarrow 9} (7x^2 + 3)$; 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+5}{3x+7}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{x-3}$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{9}{x}\right)^{7x}$.
- 4 Определить точки разрыва функции:
$$\begin{cases} \sin x, & x < 0, \\ 7 + x, & 0 \leq x < 2, \\ x^3, & x \geq 2. \end{cases}$$
- 5 Найти производные указанных функций: 1) $y = \frac{x^2}{x-2}$; 2) $y = x^3 \sin x$.
- 6 Найти первую и вторую производные от функции, заданной параметрически:
$$\begin{cases} x = \cos \frac{t}{2}, \\ y = t - \sin t. \end{cases}$$

Рубеж 2

Самостоятельная работа

- 1 Найдите интегралы: а) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+12}}$ б) $\int \frac{dx}{x^2+81}$ в) $\int 4x dx$ г) $\int \frac{1}{3} e^x dx$
- 2 Найдите интегралы с помощью интегрирования по частям: а) $\int (1+3x)e^{2x} dx$ б) $\int x^2 \sin x dx$
- 3 Найдите интегралы с помощью метода замены переменной: а) $\int \cos(3x+5) dx$ б) $\int \sqrt[3]{2-7x} dx$.
- 4 Вычислите, используя метод подстановки: а) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{3 - \cos x} dx$ б) $\int_1^{\sqrt{5}} \frac{x dx}{\sqrt{4+x^2}}$

- 5 Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси ox фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 5x - 6, y = 0$

$$\int_0^7 \frac{27x}{\sqrt[3]{(x+1)^2} + 4\sqrt[3]{x+1}} dx$$

- 6 Вычислите:

Пример экзаменационного теста

1. Дать определение чётной и нечётной функции. Привести примеры чётной, нечётной функции и функции общего вида. Чем отличаются графики чётной и нечётной функций? (2 балла)
2. Дать определение линейной функции и перечислить её свойства при $k > 0$. (2 балла)
3. Дать определение предела функции на языке «эпсилон-дельта». (2 балла).
4. Сформулировать определения правостороннего и левостороннего пределов функции. (2 балла)
5. Дать определение производной функции. Записать формулы для вычисления производной постоянной и показательной функций. (2 балла)
6. в чём состоит геометрический смысл производной функции? (2 балла)
7. Геометрический смысл и свойства дифференциала. (2 балла)
8. Записать условия монотонности функции через производную. (2 балла)
9. Доказать, что функция является возрастающей: $y = 10x + 2$. Выяснить, является ли функция четной или нечетной. (3 балла)
10. Найти пределы: 1) $\lim_{x \rightarrow 8} (4x^2 + 2)$; 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x+8}{9x+5}$; 3) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2+4x-5}{x+5}$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{8}{x}\right)^{4x}$. (4 балла)
11. Найти производные указанных функций: 1) $y = \frac{1}{4x^2+1}$; 2) $y = (x + 10)3^x$; 3) $y = \sin^3 x - x \cos x$. (3 балла)
12. Найти точку максимума функции $y = 2 \ln(x + 4)^3 - 8x - 19$. (4 балла)

2 семестр

Рубеж 1

Самостоятельная работа

1. Найти частные производные первого и второго порядка от функции $z = \ln(2x - 5y)$.
2. Найти частные и полные дифференциалы от функции $z = \ln(2x - 5y)$.
3. Исследовать функцию на экстремум $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$.
4. В результате исследования зависимости между сроком эксплуатации автомобиля и расходами на его ремонт получены следующие данные:

t , лет	1	2	3	4	5	6	7	8
S , тыс. руб	120	140	230	370	445	570	655	770

Найти: а) линейную зависимость $S = at + b$ стоимости ремонта автомобиля от срока его эксплуатации; б) предполагаемую величину затрат на 10-й год его эксплуатации.

5. Вычислить приближенно $(1,03)^{0,99}$.
6. Вычислить приближенно $(0,99)^2 + \sqrt{3,98}$.
7. Найти и изобразить на плоскости область определения функции $z = \frac{\ln(x-3)}{\sqrt{y^2-x^2-4}}$.

Рубеж 2

Самостоятельная работа

1. Решить уравнение $(x^2 - y^2)y' + 2x \cdot y = 0$.
2. Решить уравнение $y' - y + 5 = 0$.

3. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка $y' - xy^2 = 2xy$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$.
5. Найти частное решение данного дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющее данному начальному условию: $2x \cdot y' = 0$; $x_0 = 2$, $y_0 = 2$.
6. Найти частное решение данного дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющее данному начальному условию: $3y^2 - 4xy' = 0$; $x_0 = 1$, $y_0 = 2$.
7. Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка: $xy'' - y' + \frac{1}{x} = 0$
8. Решить дифференциальное уравнение второго порядка: $y'' - 17y' + 72 = 0$.

Пример экзаменационного теста

1. Описать метод интегрирования подстановкой. Привести пример. (2 балла)
2. Дать определение неопределённого интеграла, перечислить его свойства и простейшие правила интегрирования. (2 балла)
3. Дать понятие определенного интеграла. (2 балла).
4. Описать на примере применение метода интегрирования по частям при вычислении определённого интеграла. (2 балла)
5. Дать определение полного дифференциала функции $z = f(x, y)$. Записать соответствующую формулу. Привести пример. (2 балла)
6. Дать понятие условного экстремума функции двух переменных. (2 балла)
7. Дать определение интеграла дифференциального уравнения, интегральной кривой, особого решения дифференциального уравнения. (2 балла)
8. Дать определение линейного дифференциального уравнения, линейного однородного дифференциального уравнения. (2 балла)
9. Найти частные производные первого и второго порядка, частные и полные дифференциалы от функции $z = e^{2x+5y}$. (3 балла)

10. Найти интегралы: а) $\int 2\sin x dx$; б) $\int \frac{4dx}{\sin^2 x}$; в) $\int \left(-5x^3 + 6x^2 - 4x + \frac{1}{x^5}\right) dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$. (4 балла)

11. Найти частное решение данного дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющее данному начальному условию: $y' = (y - 5)(8x + 1)$; $x_0 = 1$, $y_0 = 6$. (3 балла)

12. Вычислить: а) $\int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x dx}{1+\sin^2 x}$; в) $\int_0^{\pi} e^x \cos x dx$; г) $\int_0^{\frac{1}{2}} \arctg 2x dx$. (4 балла)

Примерный вариант контрольной работы

Вариант выбирается по последней цифре зачётной книжки (номер слева от фамилии в приказе на зачисление). То есть, задания 1 варианта оканчиваются цифрой 1 (1, 11, 21 и т.д.), 10 варианта – цифрой 0 (10, 20, и т.д.). Контрольная работа выполняется от руки в тетради или на белых листах А4. Образцы решения ВСЕХ задач находятся в книге Просветова Г.И. Математический анализ. Задачи и решения.

1 семестр

1-10. Для множеств A и B найти объединение $A \cup B$, пересечение $A \cap B$ и разность $A \setminus B$.

Вариант	A	B	Вариант	A	B
1	{3, 2, 1, 5, 9}	{5, 9, 7}	6	{6, 9, 2, 3, 4}	{1, 4, 6}
2	{4, 5, 1, 3, 8}	{4, 1, 5, 9}	7	{9, 4, 6, 8, 3}	{1, 4, 9}
3	{1, 9, 5, 6, 4}	{5, 1, 3, 0}	8	{9, 8, 0, 6, 2}	{8, 4, 2, 6}

4	{8, 7, 0, 1, 5}	{8, 4, 6}	9	{3, 1, 8, 6, 5}	{3, 1, 2, 6}
5	{7, 9, 5, 2, 4}	{7, 9, 1, 4, 0}	10	{1, 8, 6, 3}	{3, 2, 5, 7}

11-20. Зная значение функции в точках a , b , c , найти при помощи линейной интерполяции значение функции в точке x .

Вариант	a	$f(a)$	b	$f(b)$	c	$f(c)$	x
11	1,43	2,05	1,45	2,25	1,57	2,41	1,54
12	1,28	2,02	1,41	2,36	1,86	2,44	1,51
13	1,12	2,23	1,23	2,36	1,98	2,62	1,64
14	1,52	2,01	1,71	2,58	1,82	2,74	1,69
15	1,71	2,06	1,85	2,66	1,89	2,93	1,79
16	1,84	2,10	1,92	2,13	1,99	2,74	1,91
17	1,08	2,06	1,28	2,15	1,99	2,82	1,77
18	1,15	2,28	1,60	2,34	1,69	2,47	1,38
19	3,06	4,28	3,34	4,89	3,17	4,93	3,39
20	3,44	4,01	3,66	4,05	3,86	4,57	3,72

21-30. Изобразить схематически график функции $y = \frac{kx + p}{mx + n}$.

Вариант	k	p	m	n	Вариант	k	p	m	n
21	9	7	3	2	26	3	7	5	4
22	8	4	2	6	27	9	1	2	5
23	1	2	8	7	28	6	5	7	4
24	3	6	1	8	29	8	5	2	6
25	6	3	5	7	30	7	3	9	6

31-40. Выделить в выражении $kx^2 + px + m$ полный квадрат.

Вариант	k	p	m	Вариант	k	p	m
31	9	7	3	36	3	7	5
32	8	4	2	37	9	1	2
33	1	2	8	38	6	5	7
34	3	6	1	39	8	5	2
35	6	3	5	40	7	3	9

41-50. Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow k} (mx^2 + n)$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{px + q}{rx + s}$; в) $\lim_{x \rightarrow d} \frac{ax^2 + bx + c}{x - d}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^{mx}$.

Вариант	k	m	n	p	q	r	s	a	b	c	d
41	9	7	3	2	5	3	7	1	-4	3	3
42	3	7	5	4	2	4	8	1	-11	10	10
43	8	4	2	6	8	9	5	1	4	-5	-5
44	9	1	2	5	2	9	3	1	9	14	-7
45	1	2	8	7	9	7	8	1	-24	128	8
46	6	5	7	4	7	1	3	1	-9	14	2
47	3	6	1	8	5	4	7	1	2	-8	-4
48	8	5	2	6	9	7	6	3	17	-6	-6
49	6	3	5	7	3	2	5	2	-21	-11	11
50	7	3	9	6	4	5	7	5	-24	-5	5

51-60. Найти производную функции:

51. а) $y = \frac{x^2}{x-2}$; б) $y = x^2 \sin x$.

52. а) $y = \frac{2x+5}{3x-2}$; б) $y = (x-8) \cdot 5^x$.

53. а) $y = \frac{x+2}{3x-1}$; б) $y = (x+4) \cdot e^x$.

54. а) $y = \frac{x^2 - 2x + 6}{x-1}$; б) $y = (x-7) \cdot \cos x$.

55. а) $y = \frac{5-x^2}{2+x^2}$; б) $y = (x+2) \cdot \operatorname{ctg} x$.

56. а) $y = \frac{1}{3x^2-1}$; б) $y = (x^2-1) \cdot e^x$.

57. а) $y = \frac{1}{4x^2 + 1}$; б) $y = (x + 10) \cdot 3^x$.

59. а) $y = \frac{x^2 + 6}{x^2 - 9}$; б) $y = (x - 4) \cdot \operatorname{tg} x$.

58. а) $y = \frac{3x - 7}{x + 4}$; б) $y = (x + 9) \cdot \ln x$.

60. а) $y = \frac{x}{4 - x}$; б) $y = x^3 \cdot \ln x$.

61-70. Для функции $ax^3 + bx^2 + cx + d$ найти производные первого и второго порядков, дифференциал, интервалы монотонности, локальные экстремумы, интервалы выпуклости вверх (вниз), точки перегиба, наибольшее и наименьшее значения на отрезке $[0; 2]$.

Вариант	a	b	c	d	Вариант	a	b	c	d
61	1	6	-15	8	66	1	-3	-24	-28
62	1	12	45	50	67	1	-6	9	-4
63	1	-3	-9	-5	68	4	24	36	16
64	1	3	-24	28	69	1	-12	45	50
65	-1	-3	9	-5	70	-2	0	24	0

2 семестр

71-80. Для функции $kx^2 + mxy + ny^2 + px + qy + r$ найти частные производные и дифференциалы 1-го и 2-го порядков, производную по направлению вектора $\vec{a}(b; c)$, приближённое значение в точке $B(1.98; 3.04)$ с помощью дифференциала, экстремумы, наибольшее и наименьшее значения в замкнутой области $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$.

Вариант	k	m	n	p	q	r	b	c	Вариант	k	m	n	p	q	r	b	c
71	9	7	3	2	5	3	6	-5	76	3	7	5	4	2	4	-3	-2
72	8	4	2	6	8	9	2	4	77	9	1	2	5	2	9	-6	9
73	1	2	8	7	9	7	-3	-9	78	6	5	7	4	7	1	2	3
74	3	6	1	8	5	4	3	-2	79	8	5	2	6	9	7	-1	4
75	6	3	5	7	3	2	-3	9	80	7	3	9	6	4	5	2	4

81-90. Найти интегралы:

81. а) $\int (9x + 7 \sin x) dx$; б) $\int \frac{dx}{x+3}$; в) $\int_2^5 e^x dx$.

86. а) $\int \left(\frac{9}{\cos^2 x} - 2x \right) dx$; б) $\int \frac{dx}{x+9}$; в) $\int_2^5 \frac{dx}{x^2}$.

82. а) $\int (3x^2 - 5 \cos x) dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+4}}$; в) $\int_2^3 2^x dx$.

87. а) $\int \left(\frac{9}{\sin^2 x} + 6x^2 \right) dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+5}}$; в) $\int_1^4 \frac{dx}{x}$.

83. а) $\int (8x^3 + 4\sqrt{x}) dx$; б) $\int \frac{x dx}{x^2 + 6}$; в) $\int_4^5 3^x dx$.

88. а) $\int \frac{dx}{x^2 - 1}$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+3}}$; в) $\int_2^4 \frac{dx}{x^3}$.

84. а) $\int \left(\frac{3}{x^2} - 2 \cos x \right) dx$; б) $\int \sin(x+9) dx$; в) $\int_2^3 \sqrt{x} dx$.

89. а) $\int (4 \sin x + 5x^3) dx$; б) $\int \frac{x dx}{x^2 + 7}$; в) $\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{x}}$.

85. а) $\int \left(\frac{4}{x} + \sqrt{x} \right) dx$; б) $\int \cos(7x-9) dx$; в) $\int_1^4 x^3 dx$.

90. а) $\int (3x^5 - 5\sqrt{x}) dx$; б) $\int \frac{x dx}{x^2 - 3}$; в) $\int_1^2 4^x dx$.

91-100. Доказать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{kn+m}{pn+q}$ расходится.

Вариант	k	m	p	q	Вариант	k	m	p	q
91	-7	12	6	9	96	-9	20	8	16
92	-11	30	-10	25	97	-13	42	-12	36
93	-15	56	-14	49	98	-17	72	-16	64
94	-19	90	-18	81	99	-21	110	20	100
95	7	12	-6	9	100	9	20	-8	16

101-110. 1) Решить дифференциальные уравнения: а) $y'' + ky' + m = 0$; б) $y'' + ny' + p = 0$; в) $y'' + r = 0$.

2) Определить горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции $g(x) = \frac{kx^2 - mx + n}{sx - t}$.

Вариант	k	m	n	p	r	s	t
---------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

101	-7	12	6	9	9	-5	6
102	-9	20	8	16	16	-2	5
103	-11	30	-10	25	25	-4	4
104	-13	42	-12	36	36	2	10
105	-15	56	-14	49	49	-4	3
106	-17	72	-16	64	64	0	4
107	-19	90	-18	81	81	1	0
108	-21	110	20	100	100	-6	9
109	7	12	-6	9	121	0	9
110	9	20	-8	16	144	2	-8

111-120. Найти пределы:

$$111. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctg 7x}{2x}.$$

$$112. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x}{\sqrt{1+2x} - 1}.$$

$$113. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 5x \sin x - 7 \cos 2x}{\arctg \sin^2 2x}.$$

$$114. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x - \sin^2 7x}{\lg^2 2x + \ln(1+9x)}.$$

$$115. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 5x}{4x + \sin 7x}.$$

$$116. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x-2x^2) + \arcsin 5x - 6x^2}{\sin 4x + \lg^2 5x + (e^x - 1)^5}.$$

$$117. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 6x}{\sin 2x - \cos 2x + 1}.$$

$$118. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctg 9x}{\arcsin 2x}.$$

$$119. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\lg 11x}{\sin 7x}.$$

$$120. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctg 5x}{\sin 3x}.$$

121-130. Определить точки разрыва функции:

$$121. \begin{cases} \sin x, & x < 0; \\ 7 + x, & 0 \leq x < 2; \\ x^3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$125. \begin{cases} 3 + \lg x, & x < 0; \\ 3x, & 0 \leq x < 2; \\ -2 + x^2, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$129. \begin{cases} 5x^2, & x < 0; \\ 3\sqrt{x+1}, & 0 \leq x < 2; \\ 1 + x^3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$122. \begin{cases} \lg x, & x < 0; \\ x, & 0 \leq x < 2; \\ x^4, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$126. \begin{cases} x^2, & x < 0; \\ x, & 0 \leq x < 2; \\ x^4, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$130. \begin{cases} -2 + 5x^2, & x < 0; \\ 3\sqrt{x+1}, & 0 \leq x < 2; \\ 2 + x^4, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$123. \begin{cases} \operatorname{ctg} x, & x < 0; \\ x, & 0 \leq x < 2; \\ x^2, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$127. \begin{cases} x^3, & x < 0; \\ x^2, & 0 \leq x < 2; \\ x^4, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$124. \begin{cases} \cos x, & x < 0; \\ 1 + x, & 0 \leq x < 2; \\ x^2, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$128. \begin{cases} 2x^2, & x < 0; \\ \sqrt{x}, & 0 \leq x < 2; \\ x^3, & x \geq 2. \end{cases}$$

131-140. Найти производную y'_x и вторую производную y''_{xx} для функции, заданной параметрически.

Вариант	$x(t)$	$y(t)$	Вариант	$x(t)$	$y(t)$
131	$2 \cos 9t$	$2 \sin 3t$	136	$3 \sin 5t$	$4 \cos 2t$
132	$4 \lg 3t$	$2 \arcsin 8t$	137	$5 \sin 7t$	$6 \arccos 3t$
133	$6 \operatorname{ctg} 2t$	$7 \cos t$	138	$3 \sin 6t$	$8 \lg 7t$
134	$4 \arccos 5t$	$9 \sin 6t$	139	$4 \arcsin 3t$	$8 \lg 2t$
135	$5 \lg 2t$	$8 \arccos 5t$	140	$3 \arcsin 5t$	$9 \cos 4t$

6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1. Основная учебная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 1. – М.: Интеграл-Пресс, 2001. – 416 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 2. – М.: Интеграл-Пресс, 2001. – 544 с.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс. – М.: Айрис-пресс, 2004. – 608 с.

7.2. Дополнительная учебная литература

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа - СПб.: Издательство "Профессия", 2001. - 432 с.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты): Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1983. – 175 с.
3. Шипачёв В. С. Высшая математика. – М.: Высшая школа, 2001. – 479 с.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Методические рекомендации к выполнению контрольной работы для студентов заочной формы обучения.
2. Электронный экземпляр текстов лекций (хранится на диске в УМК)
3. Памятка студенту о работе в технологии индивидуализированного обучения.
4. Методические рекомендации по выполнению заданий исследовательского характера (входят в УМК).

9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№	Интернет-ресурс	Краткое описание
1	http://www.edu.ru/	Федеральный портал «Российское образование»
2	highermath.ru	Курс высшей математики (теория)
3	mathelp.spb.ru	Лекции по высшей математике
4	http://elementy.ru	Энциклопедический сайт
5	http://ru.wikipedia.org	Энциклопедия Википедия
6	http://botaniks.ru/matem.php	Алгоритмы решения основных задач математического анализа
7	http://www.msu.ru	Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1. ЭБС «Лань»
2. ЭБС «Консультант студента»
3. ЭБС «Znaniyum.com»
4. «Гарант» - справочно-правовая система

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение по реализации дисциплины осуществляется в соответствии с требованиями ФГОС ВО по данной образовательной программе.

12. ДЛЯ СТУДЕНТОВ, ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАН- ЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме он-лайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п. 6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до сведения обучающихся.

Аннотация к рабочей программе дисциплины

«Математический анализ»

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата

09.03.03 Прикладная информатика

направленность Интеллектуальные информационные системы и технологии

09.03.04 Программная инженерия

направленность Программное обеспечение автоматизированных систем

Трудоемкость дисциплины: 8 ЗЕ (288 академических часов, очная и заочная форма)

Семестр: 1-2 (очная форма обучения), 1-2 (заочная форма обучения)

Форма промежуточной аттестации: 1,2 семестр – экзамен (очная и заочная форма);

Содержание дисциплины

Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных, числовые и функциональные ряды, дифференциальные уравнения.