

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Курганский государственный университет»
(КГУ)

Кафедра «Механика машин и основы конструирования»



УТВЕРЖДАЮ:

Ректор

/ Н.В. Дубив /

«14» сентября 2020 г.

Рабочая программа учебной дисциплины

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ
МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД**

образовательной программы высшего образования –
программы специалитета

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Направленность (профиль):

Математическое и компьютерное моделирование механических систем

Формы обучения: очная

Курган 2020

Рабочая программа дисциплины «Численные методы механики сплошных сред» составлена в соответствии с учебными планами по программе специалитета **Фундаментальные математика и механика (Математическое и компьютерное моделирование механических систем)**, утвержденной «28» августа 2020 года.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Механика машин и основы конструирования» «11» сентября 2020 года, протокол № 1.

Рабочую программу составил

к.т.н., доцент кафедры

Д.А. Курасов

Согласовано:

Заведующий кафедрой
«Механика машин и
основы конструирования»

Д.А. Курасов

Специалист по учебно-методической работе
Учебно-методического отдела

Г.В. Казанкова

1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 4 зачетных единицы трудоемкости (144 академических часа).

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр
		9
Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов в том числе:	48	48
Лекции	16	16
Лабораторные работы	16	16
Практические занятия	16	16
Самостоятельная работа, всего часов в том числе:	96	96
Подготовка к зачету	18	18
Другие виды самостоятельной работы	78	78
Вид промежуточной аттестации	зачет	зачет
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов	144	144

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Численные методы механики сплошных сред» относится к части Блока 1, формируемой участниками образовательных отношений. Является обязательной дисциплиной вариативной части.

Изучение дисциплины базируется на результатах обучения, сформированных при изучении следующих дисциплин:

- Математический анализ;
- Дифференциальные уравнения;
- Уравнения с частными производными;
- Численные методы;
- Вычислительная механика.

Результаты обучения по дисциплине необходимы для выполнения дипломной работы.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью освоения дисциплины «Численные методы механики сплошных сред» является формирование у обучаемых знаний о принципах и методах численного решения задач механики сплошных сред.

Задачами дисциплины является изучение способов построения разностных уравнений механики сплошной среды и численных методов их решения.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- способность использовать методы компьютерного моделирования при решении прикладных задач исследования сложных физических процессов в твердых телах, жидкостях и газах (ПК-3);

- использовать методы численного и компьютерного моделирования процессов обтекания тел и элементов конструкций потоками жидкости и газа (ПК-9).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

– знать основные численные подходы, методы, алгоритмы и существующие программные комплексы для решения задач механики сплошных сред (для ПК-3, ПК-9);

– уметь формулировать математические модели механики сплошных сред, выбирать для их численного решения соответствующие компьютерные программы, корректно анализировать результаты расчетов (для ПК-3, ПК-9);

– владеть основными приемами реализации численных методов для задач механики сплошных сред (для ПК-3, ПК-9).

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем		
			Лекции	Практич. занятия	Лабораторные работы
Рубеж 1	1	Введение. Краевые задачи механики сплошных сред	2	1	12
	2	Сходимость численных методов. Устойчивость решений	2	1	-
	3	Классические разностные схемы в задачах гидродинамики	2	2	4
	4	Расчёт сжимаемых течений	2	2	-
		Рубежный контроль № 1	-	2	-
Рубеж 2	5	Расчёт несжимаемых течений	2	1	-
	6	Численные методы в задачах упругопластичности	2	2	-
	7	Схемы для комплексных проблем	2	2	-
	8	Метод граничных элементов	2	1	-
		Рубежный контроль № 2	-	2	-
Всего:			16	16	16

4.2. Содержание лекционных занятий

Тема 1. Введение. Краевые задачи механики сплошных сред

Введение. Формулировка задач механики сплошных сред. Типы уравнений в частных производных. Роль консервативной формы записи. Свойства гиперболических уравнений. Примеры модельных уравнений. Искусственные аналитические решения. Обезразмеривание уравнений. Обзор методов решения.

Тема 2. Сходимость численных методов. Устойчивость решений

Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теоремы о сходимости решений. Сходимость разрывных решений. Методы исследования устойчивости численных решений. Коэффициент запаса. Условие точности. Оценка шага по пространству.

Тема 3. Классические разностные схемы в задачах гидродинамики

Схема ВВЦП. ВВЦП-схема с искусственной вязкостью. Схема Лакса. ВВЦП-схема со сглаживанием. Схема с разностями против потока. Схемы

расчёта диффузии. Схема Чехарда. Схема Дюфорта–Франкела. Схема Лакса–Вендроффа. Схема Мак-Кормака. Методы характеристик.

Тема 4. Расчёт сжимаемых течений

Система уравнений и постановка задачи. Способы расчёта разрывных течений. Схемы сквозного счёта. Схема Годунова. Гибридные схемы. Схемы экспоненциальной подгонки. Схемы уравновешенной вязкости. Неявные схемы. Маршевые методы. Схемы для течений мелкой воды. Лагранжевы схемы на эйлеровых сетках. Дифференциальные анализаторы ударных волн и контактных разрывов.

Тема 5. Расчёт несжимаемых течений

Переменные «скорость – давление». Методы искусственной сжимаемости. Уравнение Пуассона для давления. Метод коррекции давления. Переменные «векторная функция тока – вихрь». Плотность в несжимаемом течении. Переменные «функция тока – завихрённость». Методы в переменных «функция тока – вихрь». Методы дискретных вихрей.

Тема 6. Численные методы в задачах упругопластичности

Постановки задач упругопластичности. Пространственные конечно-элементные аппроксимации. Явные лагранжевы схемы. Неявные лагранжевы схемы. Безматричная реализация неявных схем. Схемы расчёта контакта деформируемых тел. Расчёт процессов разрушения.

Тема 7. Схемы для комплексных проблем

Методы фиктивных областей и перекрывающихся сеток. Методы генерации сеток. Методы отображений. Связь с теорией упругости. Барьерность. Методы триангуляций Делоне и Вороного. Построение сеток на поверхностях. Методы для адаптивных встраивающихся и адаптивных подвижных сеток.

Тема 8. Метод граничных элементов

Граничные интегральные уравнения. Численная реализация. Прямой МГЭ для теории упругости.

4.3. Практические занятия

Но- мер раз- дела, темы	Наименование разде- ла, темы	Наименование практического занятия	Норматив времени, час.
1	Введение. Краевые за-	Свойства гиперболических уравнений	9 сем.

	дачи механики сплошных сред		1
2	Сходимость численных методов. Устойчивость решений	Исследование устойчивости численных решений	1
3	Классические разностные схемы в задачах гидродинамики	Методы характеристик	2
4	Расчёт сжимаемых течений	Расчёт вязких течений	2
		Рубежный контроль №1	2
5	Расчёт несжимаемых течений	Метод «Облако в ячейке»	1
6	Численные методы в задачах упругопластичности	Расчёт процесса разрушения	2
7	Схемы для комплексных проблем	Методы генерации сеток	2
8	Метод граничных элементов	Прямой МГЭ для теории упругости	1
		Рубежный контроль №2	2
Всего:			16

4.4. Лабораторные работы

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Наименование лабораторной работы	Норматив времени, час.
1	Введение. Краевые задачи механики сплошных сред	Моделирование процессов переноса	4
		Моделирование процессов теплопроводности	4
		Моделирование совместного протекания переноса и теплопроводности	4
3	Классические разностные схемы в задачах гидродинамики	Моделирование ламинарного течения жидкости	4
Всего:			16

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, на которых заостряет внимание преподаватель, в частности те, которые направлены на качественное выполнение соответствующего практического занятия или лабораторной работы.

Преподавателем запланировано использование при чтении лекций технологии учебной дискуссии. Поэтому рекомендуется фиксировать для себя интересные моменты с целью их активного обсуждения на дискуссии в конце лекции.

На практических занятиях с целью усвоения и закрепления теоретического материала преподаватель у доски демонстрирует решение типовых задач. При этом используются технологии коллективного взаимодействия, разбора конкретных ситуаций. Приветствуется активное участие обучающихся в решении (как правило, коротких фрагментов) задач с выходом к доске и пояснением хода расчетов, а также обсуждение получаемых результатов.

Для текущего контроля успеваемости преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высоких баллов по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям и лабораторным работам, к рубежным контролям, подготовку к зачету.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.
Самостоятельное изучение тем дисциплины:	62
	9 сем.
Введение. Краевые задачи механики сплошных сред	7
Сходимость численных методов. Устойчивость решений	8
Классические разностные схемы в задачах гидродинамики	8
Расчёт сжимаемых течений	8
Расчёт несжимаемых течений	8
Численные методы в задачах упругопластичности	8
Схемы для комплексных проблем	8

Метод граничных элементов	7
Подготовка к лабораторным занятиям (по 1 часу на каждое занятие)	4
Подготовка к практическим занятиям (по 1 часу на каждое занятие)	8
Подготовка к рубежным контролям (по 2 часа на каждый рубеж)	4
Подготовка к зачету	18
Всего:	96

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов в КГУ
2. Банк тестовых заданий к рубежным контролям № 1, 2
3. Перечень вопросов к зачету
4. Отчеты по лабораторным работам

6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы студентов по дисциплине

№	Наименование	Содержание						
		Распределение баллов за 9 сем.						
		Вид учебной работы:	Посещение лекций	Посещение практических занятий и активность на них	Выполнение и защита лабораторных работ	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	Зачет
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доводятся до сведения студентов на первом учебном занятии)	Балльная оценка:	до 16	до 18	до 16	до 10	до 10	до 30
Примечания:		8 лекций по 2 балла	За посещение «обычных» практических занятий – по 1,5 балла (6x1,5=9) и за активность на них – по 1,5 балла (6x1,5=9)	За выполнение работы – по 2 балла (4x2=8) и за защиту отчёта – по 2 балла (4x2=8)	На 4-м практическом занятии	На 8-м практическом занятии		

		Корректирующий коэффициент К: К=2 за активную работу; К=0,5 за опоздание не более чем на 15 мин; К=0 за опоздание более чем на 15 мин, за грубое нарушение дисциплины на занятиях: порча имущества, сон, игры, шум, телефонные звонки, SMS, MMS, нахождение в нетрезвом состоянии, демонстрация пренебрежительного отношения к занятиям и окружающим.			
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и зачета	60 и менее баллов – незачет; 61...100 – зачет			
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета по дисциплине, возможность получения бонусных баллов	Для допуска к промежуточной аттестации (к зачету) студент должен набрать по итогам текущего и рубежного контроля не менее 50 баллов и выполнить все практические и лабораторные работы. Для «автоматического» получения зачета студенту необходимо набрать за семестр 61 балл. По согласованию с преподавателем студенту могут быть добавлены дополнительные (бонусные) баллы за активное участие в значимых учебных, научных, методических и внеучебных мероприятиях университета и выставлен зачет «автоматически».			
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра	В случае, если к промежуточной аттестации набрана сумма менее 50 баллов и не выполнены все задания, студенту необходимо выполнить дополнительные задания до конца последней (зачетной) недели. Формы дополнительных заданий (назначаются преподавателем): – написание лекции по пропущенной теме, отчета по пропущенному практическому или лабораторному занятию и их защита (за предоставление материала начисляется 1/2 из пропущенных баллов, за защиту – еще 1/2 из пропущенных баллов); – прохождение рубежного контроля (вместо пропущенного или неудовлетворительного); – разработка учебной модели, компьютерной программы, мультимедийного и др. продукта для применения в курсе «Численные методы механики сплошных сред» (от 4 до 40 баллов за каждую разработку, при этом общая сумма баллов к промежуточной аттестации не может превышать 70). Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяются преподавателем.			

6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме письменного тестирования.

Перед проведением рубежного контроля преподаватель прорабатывает со студентами основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии.

Варианты тестовых заданий для рубежных контролей состоят из 20 вопросов. За правильный ответ на 1 вопрос на рубежных контролях начисляется 0,5 балла.

На каждое тестирование при рубежном контроле студенту отводится время не менее 40 минут.

Преподаватель оценивает в баллах результаты тестирования каждого студента по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Промежуточный контроль знаний (зачет) студентов проводится в традиционном виде по вопросам. Студент отвечает на 2 теоретических вопроса, что позволяет обучающимся продемонстрировать свои навыки представления и изложения материала, развить грамотную техническую речь. Каждый теоретический вопрос оценивается до 15 баллов.

Для получения высоких баллов на зачете не допускается списывание, использование подсказок, шпаргалок, карманных компьютеров, телефонов и др. Время, отводимое студенту на зачет, составляет 2 астрономических часа.

Результаты текущего контроля успеваемости и зачета заносятся преподавателем в зачетную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день зачета, а также выставляются в зачетную книжку студента.

6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и зачета

Примеры тестовых вопросов для рубежного контроля №1

ЗАДАНИЕ № 1: выберите номер правильного ответа.

Для меры аппроксимации $\gamma_k = \|A_k \varphi_k x - \phi_k Ax\|$ имеет место оценка $\gamma_k = Ck^{-N}$. Здесь N – это ...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) порядок аппроксимации;
- 2) размерность аппроксимирующего пространства;
- 3) степень согласованности.

ЗАДАНИЕ № 2: выберите номер правильного ответа.

В ... сетках содержатся ячейки с разным числом узлов.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) нерегулярных;
- 2) неравномерных;
- 3) неоднородных.

ЗАДАНИЕ № 3: выберите номер правильного ответа.

Если проекционный базис образован набором дельта-функций $v_i = \delta(\vec{r} - \vec{r}_i)$, определяемых соотношениями $f(\vec{r}_i) = \int_V f(\vec{r}) \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) dV$, то имеем метод ...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) коллокации;
- 2) конечных разностей;
- 3) моментов.

Примеры тестовых вопросов для рубежного контроля №2

ЗАДАНИЕ № 1 (выберите номер правильного ответа)

Уравнение Пуассона для давления имеет вид ...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) $\partial_i p + \rho_0 c^2 \nabla \cdot \vec{u} = 0$;
- 2) $\frac{dp}{dt} + \rho_0 c^2 \nabla \cdot \vec{u} = 0$;
- 3) $\nabla^2 p = -\rho_0 \nabla \cdot (\vec{u} \cdot \nabla \vec{u}) + \nabla \cdot (\nabla \cdot (\mu_r \nabla \vec{u})) + \nabla \cdot (\rho \vec{g})$.

ЗАДАНИЕ № 2 (выберите номер правильного ответа)

В системе уравнений для расчёта деформаций упруго-пластической среды в переменных Эйлера вариационное уравнение движения имеет вид ...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) $\int_V \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \delta\vec{v} dV + \int_V \vec{\sigma} \cdot \nabla \delta\vec{v} dV = \int_{Sp} \vec{p} \cdot \delta\vec{v} dS + \int_V \rho \vec{g} \cdot \delta\vec{v} dV$;
- 2) $\frac{dx}{dt} = \vec{v}$;
- 3) $\vec{F}^{-1} = \nabla \cdot \dot{\vec{x}}$.

ЗАДАНИЕ № 3 (выберите номер правильного ответа)

В модели ... в каждом из контактирующих тел вводится своя лагранжева сетка и предполагается, что на всём интервале контактного взаимодействия зона контакта известна и остаётся неизменной. В зоне контакта тел сетки «сшиваются узел в узел» путём отождествления совпадающих узлов.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) идеального контакта на согласованных сетках;
- 2) идеального контакта на несогласованных сетках;
- 3) буферной среды.

Примерный перечень вопросов к зачёту

1. Формулировка задач механики сплошных сред. Типы уравнений в частных производных. Роль консервативной формы записи.
2. Свойства гиперболических уравнений. Примеры модельных уравнений.
3. Искусственные аналитические решения. Обезразмеривание уравнений.
4. Понятие об аппроксимации, устойчивости, сходимости. Теоремы о сходимости решений. Сходимость разрывных решений.
5. Методы исследования устойчивости численных решений. Коэффициент запаса. Условие точности. Оценка шага по пространству.
6. Схема ВВЦП. ВВЦП-схема с искусственной вязкостью. Схема Лакса. ВВЦП-схема со сглаживанием. Схема с разностями против потока.
7. Схемы расчёта диффузии. Схема Чехарда. Схема Дюфорта–Франкела. Схема Лакса–Вендроффа. Схема Мак-Кормака.
8. Методы характеристик.
9. Расчёт сжимаемых течений. Система уравнений и постановка задачи.
10. Способы расчёта разрывных течений. Схемы сквозного счёта. Схема Годунова. Гибридные схемы. Схемы экспоненциальной подгонки. Схемы уравновешенной вязкости. Неявные схемы. Маршевые методы.
11. Схемы для течений мелкой воды. Лагранжевы схемы на эйлеровых сетках.
12. Дифференциальные анализаторы ударных волн и контактных разрывов.
13. Переменные «скорость – давление». Методы искусственной сжимаемости.
14. Уравнение Пуассона для давления. Метод коррекции давления.

15. Переменные «векторная функция тока – вихрь». Плотность в несжимаемом течении.
16. Переменные «функция тока – завихрённость». Методы в переменных «функция тока – вихрь».
17. Методы дискретных вихрей.
18. Постановки задач упругопластичности.
19. Пространственные конечноэлементные аппроксимации.
20. Явные лагранжевы схемы. Неявные лагранжевы схемы. Безматричная реализация неявных схем.
21. Схемы расчёта контакта деформируемых тел.
22. Расчёт процессов разрушения.
23. Методы фиктивных областей и перекрывающихся сеток.
24. Методы генерации сеток.
25. Методы отображений.
26. Методы триангуляций Делоне и Вороного.
27. Построение сеток на поверхностях.
28. Граничные интегральные уравнения и их численная реализация.
29. Основные положения метода граничных элементов. Прямой МГЭ для теории упругости.

6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1. Основная учебная литература

1. Калиткин Н. Н. Численные методы : Учебное пособие. – СПб. : БХВ-Петербург, 2015. – 587 с. – Доступ из ЭБС «Znanium.com».

7.2. Дополнительная учебная литература

1. Брушлинский К. В. Математические основы вычислительной механики жидкости, газа и плазмы : Учебное пособие. – Долгопрудный : Интеллект, 2017. – 272 с. – Доступ из ЭБС «Znanium.com».

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Методические рекомендации к самостоятельной работе студентов:
 - Численные методы механики сплошных сред : методические указания к самостоятельной работе студентов специальности 01.05.01 / С.Г. Тютрин. – Курган, 2019. – 16 с.
2. Методические рекомендации к лабораторным работам:
 - Королев А.Л. Моделирование процессов переноса // Компьютерное моделирование: лабораторный практикум. Челябинск, 2019. – С. 139...142.
 - Королев А.Л. Моделирование процессов теплопроводности // Компьютерное моделирование: лабораторный практикум. Челябинск, 2019. – С. 142...145.
 - Королев А.Л. Моделирование ламинарного течения жидкости // Компьютерное моделирование: лабораторный практикум. Челябинск, 2019. – С. 145...147.
 - Королев А.Л. Моделирование совместного протекания переноса и теплопроводности // Компьютерное моделирование: лабораторный практикум. Челябинск, 2019. – С. 148...150.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Плакаты, макеты, модели, программный пакет FEMLab.

Аннотация к рабочей программе дисциплины
«Численные методы механики сплошных сред»

образовательной программы высшего образования –
программы специалитета

01.05.01 – Фундаментальная математика и механика

Направленность (профиль):

Математическое и компьютерное моделирование механических систем

Трудоемкость дисциплины: 4 ЗЕ (144 академических часа)

Семестр: 9 (очная форма обучения)

Форма промежуточной аттестации: Зачет

Содержание дисциплины

Введение. Краевые задачи механики сплошных сред. Сходимость численных методов. Устойчивость решений. Классические разностные схемы в задачах гидродинамики. Расчёт сжимаемых течений. Расчёт несжимаемых течений. Численные методы в задачах упругопластичности. Схемы для комплексных проблем. Метод граничных элементов.