

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Курганский государственный университет
(КГУ)
Кафедра «Математика и физика»



УТВЕРЖДАЮ
Первый проректор
/Змызгова Т.Р./
«01» сентября 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

образовательной программы высшего
образования – программы бакалавриата

01.03.01 – Математика

**Направленность (профиль) "Математическое и программное обеспечение
экономической деятельности»**

Формы обучения: очная

Курган 2023 г.

Рабочая программа дисциплины «Уравнения в частных производных» составлена в соответствии с учебным планом по программе бакалавриата «Математика» (Математическое и программное обеспечение экономической деятельности)

утвержденным для очной формы обучения 30.06.2023 г.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Математика и физика» «31» августа 2023 г., протокол № 1

Рабочую программу составил:
к.п.н., доцент кафедры МиФ


Т.Н. Михаченко

Согласовано:

Заведующий кафедрой МиФ


М.В. Гаврильчик

Специалист по учебно-методической
работе учебно-методического отдела


Г.В. Казанкова

Начальник управления
образовательной деятельности


И.В. Григоренко

1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

всего: 4 зачетных единиц (144 академических часа)

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр	
		5	
Аудиторные занятия (всего часов), в том числе:			
Лекции	60	60	
Практические занятия	30	30	
<u>Интерактивные формы обучения</u>	30	30	
Самостоятельная работа (всего часов), в том числе:			
Контрольная работа	84	84	
Подготовка к экзамену	18	18	
Другие виды самостоятельной работы	27	27	
Вид промежуточной аттестации:			
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам в часах:	экзамен 144	экзамен 144	

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Уравнения в частных производных» относится к обязательной части Блока 1. Логически и содержательно дисциплина «Уравнения в частных производных» взаимосвязана с другими профессиональными дисциплинами: математическим анализом, алгеброй, геометрией, учебной и производственной практиками; она использует основные математические понятия и методы решения практических задач.

Освоение дисциплины «Уравнения в частных производных» должно опираться на прочную базу знаний, умений и навыков, полученных студентами в ходе изучения дисциплин «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения» на первом и втором курсах обучения.

Результаты изучения дисциплины необходимы для изучения таких дисциплин как численные методы, функциональный анализ, вариационное исчисление и многих других.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью освоения дисциплины «Уравнения в частных производных» является усвоение основ теории дифференциальных уравнений с частными производными, подготовка квалифицированного математика, способного применять полученные знания в различных областях науки и ее приложениях.

Задачами освоения дисциплины «Уравнения в частных производных» являются:

- освоение основных понятий теории уравнений с частными производными и их свойств;
- овладение методами исследования средствами дифференциальных уравнений с частными производными;
- овладение методами и приемами решения прикладных задач из различных областей математики, физики и др.

В результате изучения курса студент должен усвоить основные понятия теории уравнений с частными производными, простейшие методы качественного исследования уравнений и их систем, иметь представление о методах решения уравнений в частных производных первого и второго порядка.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1).

В результате изучения дисциплины, студент должен:

В результате изучения дисциплины, студент должен:

-Знать основные понятия теории уравнений с частными производными, а также их свойства, методы решения (ОПК-1);

-Уметь решать практические задачи на основе моделирования исследуемых процессов с помощью уравнений с частными производными (ОПК-1);

-Владеть основными понятиями, идеями и методами решения уравнений с частными производными (ОПК-1).

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план

Рубеж дисциплины	Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Количество часов по видам учебных занятий	
			Лекции	Практические занятия
5 СЕМЕСТР			30	30
Рубеж 1	P1	Уравнения в частных производных первого порядка	14	14
Рубеж 2	P2	Уравнения в частных производных второго порядка	16	16

4.2. Содержание лекционных занятий

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание лекции	Трудоемкость, часы
5 СЕМЕСТР			
P1	<i>Уравнения в частных производных первого порядка</i>	Введение в теорию уравнений с частными производными. Основные понятия. Теоремы Коши-Ковалевской.	4
		Уравнения с частными производными первого порядка. Линейные и квазилинейные уравнения.	4

		Нелинейные уравнения. Системы уравнений.	6
P2	<i>Уравнения в частных производных второго порядка.</i>	Классификация уравнений второго порядка. Приведение к каноническому виду уравнения второго порядка, линейного относительно старших производных.	6
		Уравнения гиперболического типа.	4
		Уравнения параболического типа.	4
		Уравнения эллиптического типа.	2
		Итого:	30

4.3. Содержание практических занятий:

Шифр раздела, темы дисциплины	Наименование раздела, темы дисциплины	Наименование и содержание лекции	Трудоемкость, часы
5 СЕМЕСТР			
P1	<i>Уравнения в частных производных первого порядка</i>	Введение в теорию уравнений с частными производными. Основные понятия. Теоремы Коши-Ковалевской. Пример Адамара. Понятие обобщенного решения.	4
		Уравнения с частными производными первого порядка. Линейные и квазилинейные уравнения.	4
		Нелинейные уравнения. Системы уравнений.	4
<i>Рубежный контроль № 1 (контрольная работа №1)</i>			2
P2	<i>Уравнения в частных производных второго порядка</i>	Классификация уравнений второго порядка. Приведение к каноническому виду уравнения второго порядка, линейного относительно старших производных.	4
		Уравнения гиперболического типа.	4
		Уравнения параболического типа.	4
		Уравнения эллиптического типа.	2
		<i>Рубежный контроль №2</i>	2
Итого:			30

4.4. Контрольная работа

По дисциплине «Уравнения в частных производных» предусмотрена одна контрольная работа в пятом семестре, примерные варианты содержатся в фонде оценочных средств и в УМК дисциплины.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Приступая к изучению дисциплины «Уравнения в частных производных», необходимо повторить основные понятия курса «Математический анализ» и курса «Дифференциальные уравнения».

Для успешного освоения курса «Уравнения в частных производных», обязательно посещение лекций и практических занятий, регулярное конспектирование материала всех лекций и участие в обсуждении решения задач на практических занятиях.

Систематическая подготовка к аудиторным занятиям и активное участие в рассмотрении вопросов, как на практических занятиях, так и на лекциях является залогом успешного прохождения рубежных контролей и промежуточных аттестаций по дисциплине «Уравнения в частных производных».

Для текущего контроля успеваемости используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки активности студентов, что способствует лучшему освоению материала и получению высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям и рубежным контролям, выполнение контрольных работ, подготовку к экзамену.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час
	5 семестр
Углубленное изучение разделов, тем лекционного курса: Уравнения гиперболического типа Уравнения параболического типа Уравнения эллиптического типа	9
Подготовка к практическим занятиям (по 2 ч на каждое занятие)	26

Подготовка к рубежным контролям (по 2 ч на каждое занятие)	4
Подготовка к экзамену	27
Выполнение контрольной работы	18
ИТОГО:	84

6. Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине

6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно - рейтинговая система контроля и оценки академической активности обучающихся КГУ;
2. Банк заданий к рубежному контролю №1 (контрольная работа);
3. Материалы к экзамену;
4. Банк заданий к рубежному контролю № 2.

6.2 Система балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся по дисциплине

№	Наименование	Содержание					
		Распределение баллов за 5 семестр					
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы	Вид УР:	Посещение лекций	Работа на практических занятиях	Рубежный контроль №1 (контрольная работа)	Рубежный контроль №2	Экзамен
		Балльная оценка:	1	0-2	14	15	30
		Примечания:	За прослушанную лекцию, ведение конспекта. Всего: 15	Всего 13*2 Максимум 26	На 7-м практическом занятии	На 15-м практическом занятии	
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и экзамена	60 и менее баллов – неудовлетворительно; 61...73 – удовлетворительно; 74... 90 – хорошо; 91...100 – отлично.					

3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов	<p>Для допуска к промежуточной аттестации по дисциплине за семестр обучающийся должен набрать по итогам текущего и рубежного контролей не менее 51 балла. В случае если обучающийся набрал менее 51 балла, то к аттестационным испытаниям он не допускается.</p> <p>Для получения экзамена без проведения процедуры промежуточной аттестации обучающемуся необходимо набрать в ходе текущего и рубежных контролей не менее 61 балла. В этом случае итог балльной оценки, получаемой обучающимся, определяется по количеству баллов, набранных им в ходе текущего и рубежных контролей. При этом, на усмотрение преподавателя, балльная оценка обучающегося может быть повышена за счет получения дополнительных баллов за академическую активность.</p> <p>Обучающийся, имеющий право на получение оценки без проведения процедуры промежуточной аттестации, может повысить ее путем сдачи аттестационного испытания. В случае получения обучающимся на аттестационном испытании 0 баллов итог балльной оценки по дисциплине не снижается.</p> <p>За академическую активность в ходе освоения дисциплины, участие в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности обучающемуся могут быть начислены дополнительные баллы. Максимальное количество дополнительных баллов за академическую активность составляет 30.</p> <p>Основанием для получения дополнительных баллов являются:</p> <ul style="list-style-type: none"> - выполнение дополнительных заданий по дисциплине; - участие в течение семестра в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности КГУ.
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) обучающихся для получения недостающих баллов в конце семестра	<p>В случае если к промежуточной аттестации (экзамену) набрана сумма менее 51 балла, обучающемуся необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра.</p> <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>

6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежный контроль № 1 проводится в форме контрольной работы, студентам предлагаются 3-5 практических задания (по 1-3 балла за верный ответ на вопрос), на рубежный контроль № 2 отводится два академических часа. Перед проведением рубежного контроля проводятся итоговые занятия по соответствующим разделам, где разбираются примерные задания рубежного контроля.

Экзамен проводится в письменной форме по билетам; студентам предлагаются 1-2 теоретических вопроса и 1-2 практических задания. Время, отводимое на экзамен 1-2 часа. Каждый вопрос оценивается по 10 баллов.

Результаты текущего контроля успеваемости, экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день зачета или экзамена, а также выставляются в зачетную книжку студента.

6.4 Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена.

1. Задания к рубежным контролям № 1, № 2.

2. Вопросы к экзамену (5 семестр).

Примерная тематика по используемым формам контроля:

Рубежный контроль № 1 (контрольная работа № 1)

Вариант № 0

Определить вид ДУвЧП. Найти его общее решение уравнений явным, неявным и параметрическим методом: а) $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{x}$,

б) $-y \frac{\partial u}{\partial x} + 4x \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{4x^2 - y^2}{xy} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = \frac{z}{x^4}$, $y = x$, $x > 0$, $z > 0$,

в) $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = z^2$, г) $\frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 y^2$.

Рубежный контроль № 2

Вариант № 0

1. Проверить, являются ли функции $U_1 = x^3 y - 3xz + 4$, $U_2 = xy^2 + 2xz - 5$ решениями уравнения $x^2 U_{xx} + U_{yy} + y^2 U_{zz} - U_z = 0$.

2. Определить тип уравнения с частными производными и привести его к каноническому виду: а) $2U_{xx} + 3U_{xy} - 9U_{yy} + 5U_x - 7U = 0$; б) $U_{xx} + U_{xy} + \frac{yy}{4} + 4U = 0$;

в) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 3 \frac{\partial u}{\partial x} + 4 \frac{\partial u}{\partial y} + 2u = 0$.

3. Найти области на плоскости, в которых уравнение имеет параболический тип (эллиптический, гиперболический)

$$(y^2 + 1)^2 U_{xx} + 4(y^2 + 1)U_{xy} + (2x - 6y)U_{yy} - U_y = 0.$$

4. Привести математическую формулировку задачи о распространении тепла в тонком однородном стержне длиной $L = 4$. Боковая поверхность стержня теплоизолирована, концы поддерживаются при постоянной температуре 100°C , начальное распределение температуры $\phi(x) = 100^\circ + x(4 - x)$. Решить задачу методом Фурье.

5. Однородная струна, закрепленная на концах $x=0$ и $x=1$, имеет в начальный момент времени форму $u(x,0)$, точкам струны сообщена скорость u_t' . Найти отклонение струны для любого момента времени, если $u'' = u''_{xx}$, $0 < x < 1$, $0 < t < \infty$, $u(x,0) = x(x-1)$, $u_t'(x,0) = x$, $u(0,t) = 0$, $u(1,t) = 0$.

Вопросы к экзамену по дисциплине "Уравнения в частных производных" (5 семестр)

1. Основные понятия теории ДУвЧП. Теорема Коши-Ковалевской. Примеры ДУвЧП.
2. Задача Коши для ДУвЧП первого порядка функции двух переменных, геометрический смысл.
3. Задачи, приводящие к ДУвЧП первого порядка (о потенциальной энергии материальной точки, о распределении молекул жидкости).
4. Линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка (ЛОДУвЧП) функции двух переменных.

5. Линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка (ЛОДУвЧП) функции n - переменных.
6. Линейное неоднородное уравнение в частных производных первого порядка (ЛНДУвЧП) функции n переменных.
7. Квазилинейные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.
8. Нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.
9. Уравнение Пфаффа.
10. Полный интеграл нелинейного дифференциального уравнения в частных производных.
11. Метод Лагранжа-Шарпи решения нелинейного уравнения с двумя переменными.
12. Метод Коши решения нелинейного уравнения с двумя переменными.
13. Теорема Коши-Ковалевской; приведение уравнения к каноническому виду и классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка.
14. Вывод уравнения колебания струны, постановка краевых задач, их физическая интерпретация.
15. Вывод уравнения теплопроводности, постановка краевых задач, их физическая интерпретация.
16. Волновое уравнение; метод Фурье для уравнения колебаний струны, общая схема метода Фурье.
17. Уравнение теплопроводности; принцип максимума в ограниченной области и единственность решения задачи Коши; построение решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
18. Понятие корректной краевой задачи; примеры корректных и некорректных краевых задач.

6.5 ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1. Основная литература

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики: учебник для студентов физических и механико-математических специальностей вузов / В. С. Владимиров. - Изд. 4-е, испр. и доп.. - Москва: Наука, 1981. - 512 с.: ил.
2. Уравнения математической физики/Ильин А. М. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 192 с.: - Доступ из ЭБС «znanium.com».
3. Михащенко Т.Н. Уравнения с частными производными : учебное пособие / Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Курганский государственный университет. - Курган : Издательство Курганского государственного университета, 2022. - 75 с. - Доступ из ЭБС КГУ.

7.2. Дополнительная литература

1. Курс лекций по уравнениям математической физики с примерами и задачами: учебное пособие / А.И. Сухинов, В.Н. Зуев, В.В. Семенистый. - Ростов н/Д: Издательство ЮФУ, 2009. - 307 с. - Доступ из ЭБС «znanium.com»
2. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики/ Е.С. Соболева, Г.М. Фатеева. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 96 с.- Доступ из ЭБС «znanium.com»

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ

ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.2.-М., Высшая школа, 1995.
2. Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка.- М., Наука, 1966.

9. Интернет-ресурсы необходимые для освоения дисциплины

№	Интернет-ресурс	Краткое описание
1	http://www.edu.ru/	Федеральный портал «Российское образование»
2	highermath.ru	Курс высшей математики (теория)
3	http://elementy.ru	Энциклопедический сайт

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1. ЭБС «Лань»
2. ЭБС «Консультант студента»
3. ЭБС «Znanium.com»
4. «Гарант» - справочно-правовая система

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение по реализации дисциплины осуществляется в соответствии с требованиями ФГОС ВО по данной образовательной программе.

12. ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п. 6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до обучающихся.

Аннотация

к рабочей программе дисциплины «Уравнения в частных производных»
образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата.

01.03.01-Математика

**Направленность (профиль) "Математическое и программное обеспечение
экономической деятельности»**

Трудоемкость дисциплины: 4зач.ед.(144 академических часа)

Семестры: 5

Формы промежуточной аттестации: 5 семестр – экзамен

Содержание дисциплины

Уравнения с частными производными первого порядка. Классификация уравнений второго порядка. Уравнения гиперболического типа. Уравнения параболического типа. Уравнения эллиптического типа.