

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»
(КГУ)

Кафедра «Математика и физика»

УТВЕРЖДАЮ:

Первый проректор

/ Т.Р.Змызгова /

Т.Р.Змызгова 20.03.23г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата
03.03.02 – Физика

Направленность (профиль): Информационные технологии в физике

Формы обучения: очная.

Курган 2023

Рабочая программа дисциплины «Математическая статистика» составлена в соответствии с учебным планом по программе бакалавриата Физика (Информационные технологии в физике), утвержденным :
- для очной формы обучения « 30 » июня 2023 года;

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Математика и физика»

« 31 » августа 2023 года, протокол № 1

Рабочую программу составил
Старший преподаватель



Лукерьянова Е.А.

Согласовано:

Заведующий кафедрой
Математика и физика



Гаврильчик М.В.

Специалист по учебно-методической работе
учебно-методического отдела



Г.В. Казанкова

Начальник Управления
образовательной деятельности.



И.В. Григоренко

1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 3 зачетных единицы трудоемкости (108 академических часа)

Очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр
		6
Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов	64	64
в том числе:		
Лекции	32	32
Практические занятия	32	32
Самостоятельная работа, всего часов	44	44
в том числе:		
Подготовка к экзамену	27	27
Контрольная работа	9	9
Другие виды самостоятельной работы	8	8
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен
Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов	108	108

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «математическая статистика» относится к обязательной части учебного блока 1.

Краткое содержание дисциплины: Выборочный метод; статистическая оценка параметров распределения; методы расчета сводных характеристик выборки; элементы теории корреляции; статистическая проверка статистических гипотез; однофакторный дисперсионный анализ.

Дисциплина «математическая статистика» базируется на знаниях, умениях, навыках, приобретенных студентами в школе. Освоение дисциплины «Математическая статистика» опирается также на знания, умения, навыки и компетенции, приобретенные в результате освоения дисциплин:

- математический анализ,
- аналитическая геометрия,
- теория вероятностей

Знания, умения и навыки, полученные при освоении дисциплины «Математическая статистика», являются необходимыми для освоения последующих дисциплин:

- Методика обучения математике
- Элементарная математика с ПРМЗ

Результаты обучения по дисциплине необходимы для осуществления профессиональной деятельности.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью изучения дисциплины является получение фундаментального образования, способствующего развитию личности.

Задачами дисциплины являются: изучение основ математической статистики; овладение методами и приемами решения задач математической статистики; овладение методами сбора, обработки и анализа статистических данных; формирование навыков проведения сплошного и выборочного наблюдения, умения выделять конкретное вероятностно-статистическое содержание в прикладных задачах учебной и профессиональной деятельности

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- - Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности (ОПК-1).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

Знать: фундаментальные понятия, законы, формулы математической статистики (ОПК-1).

Уметь: применять полученные знания при изучении других дисциплин, выделять вероятностно-статистическое содержание в задачах профессиональной деятельности (ОПК-1).

Владеть: методами решения задач математической статистики (ОПК-1).

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Учебно-тематический план

Очная форма обучения

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем	
			Лекции	Практич. занятия
Рубеж 1	1	Выборочный метод Статистическое распределение выборки	2	2
	2	Статистическая оценка параметров распределения. Точечные оценки	4	4
Рубеж 2	3	Методы точечных оценок	4	4
	4	Методы расчета сводных характеристик выборки	4	4
	5	Статистические оценки параметров распределения. Интервальные оценки	4	2
		Рубеж 1 Контрольная работа		2
	6	Сглаживание экспериментальной зависимости методом наименьших квадратов	4	2
	7	Корреляционно-регрессионный анализ	4	4
	8	Проверка статистических гипотез	4	4
	9	Однофакторный дисперсионный анализ.	2	2
		Рубеж 2		2
		Всего		32

4.2. Содержание лекционных занятий

Тема 1. Выборочный метод. Статистическое распределение выборки

Статистические модели и основные задачи статистического анализа, примеры; экспоненциальные семейства. Понятие выборки. Простейшие статистические преобразования. Вариационный и статистический ряды. Эмпирическая функция распределения, гистограмма. Сходимость эмпирических характеристик к теоретическим. Теорема Гливленко-Кантелли

Тема 2. Статистическая оценка параметров распределения. Точечные оценки

Статистическое оценивание, методы оценивания; неравенство информации; достаточные статистики. Некоторые параметрические семейства распределений и их свойства. Статистические оценки, несмещенность, состоятельность оценок.

Генеральная и выборочная средние. Генеральная дисперсия, выборочная дисперсия.

Оценка генеральной средней. Оценка генеральной дисперсии. Исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение.

Два подхода к сравнению оценок в параметрическом случае. Среднеквадратический подход. Определение эффективности. Единственность эффективной оценки в классе с фиксированным смещением. Асимптотический подход. Асимптотически нормальные оценки. Состоятельность асимптотически нормальных оценок. Условия регулярности.

Примеры регулярных и нерегулярных семейств распределений. Неравенство Рао-Крамера и его использование для проверки эффективности оценок.

Тема 3. Методы точечных оценок.

Методы нахождения оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия. Состоятельность оценок метода моментов, оценки наибольшего правдоподобия, их состоятельность. Асимптотическая нормальность оценок максимального правдоподобия.

Тема 4. Методы расчета сводных характеристик выборки

Равноотстоящие варианты. Условные варианты. Условные моменты k -го порядка. Метод произведений вычисления выборочных средней и дисперсии, асимметрии и эксцесса.

Тема 5. Статистические оценки параметров распределения. Интервальные оценки. Интервальное оценивание. Точные и асимптотические доверительные интервалы. Построение доверительных интервалов в общем случае. Построение точного доверительного интервала с помощью заданной статистики. Распределения, связанные с нормальным: распределение хи-квадрат Пирсона χ^2 , распределение Стьюдента T , распределение Фишера, их свойства. Лемма Фишера. Свойства выборок из нормального распределения. Построение точных доверительных интервалов для параметров нормальных совокупностей. Доверительные интервалы для математического ожидания с известным и неизвестным σ . Доверительные интервалы для среднего квадратического отклонения. Оценка истинного значения измеряемой величины. Оценка точности измерений. Оценка вероятности с помощью доверительного интервала.

Тема 6. Сглаживание экспериментальной зависимости по методу наименьших квадратов.

Применение метода наименьших квадратов для сглаживания экспериментальной зависимости.

Тема 7. Корреляционно-регрессионный анализ.

Условное распределение, условное математическое ожидание; линейная регрессия с гауссовыми ошибками. Постановка задачи регрессионного анализа. Модель простой линейной регрессии. Оценивание параметров по методу наименьших квадратов. Свойства МНК-оценок регрессии. Проверка адекватности простой линейной регрессии.

Тема 8. Проверка статистических гипотез

Проверка статистических гипотез. Постановка задачи проверки статистических гипотез. Примеры гипотез. Определение критерия. Ошибки 1-го и 2-го рода. Мощность критерия. Проверка двух простых гипотез. Способы сравнения критериев. Равномерно наиболее мощные критерии. Критерий отношения правдоподобия. Лемма Неймана-Пирсона.

Критерий согласия. Проверка простой гипотезы против сложной альтернативы

Критерий χ^2 Пирсона для проверки простой гипотезы и для проверки параметрической гипотезы.

Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных выборок. Критерий Фишера. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий нормальных совокупностей основные понятия; равномерно наиболее мощные критерии, примеры; проверка линейных гипотез в линейных моделях; критерий К. Пирсона «хи-квадрат».

Тема 9. Однофакторный дисперсионный анализ

Понятие о дисперсионном анализе. Общая, факторная и остаточная суммы квадратов отклонений. Общая, факторная и остаточная дисперсии. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа.

**4.3 Темы практических занятий.
Содержание практических занятий**

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Наименование практического занятия	Норматив времени, час.
			Очная форма обучения
1	Выборочный метод Статистическое распределение выборки	Понятие выборки. Простейшие статистические преобразования. Вариационный и статистический ряды. Эмпирическая функция распределения, гистограмма.	2
align="center">2	Статистическая оценка параметров распределения . Точечные оценки	Статистическая оценка параметров распределения. Требования к статистической оценке Оценка генеральной средней. Оценка генеральной дисперсии	2
		Мода, медиана, коэффициент вариации, размах варьирования, среднее абсолютное отклонение.	2
3	Методы точечных оценок.	Метод моментов, метод максимального правдоподобия	4

4	Методы расчета сводных характеристик выборки	Равностоящие варианты. Условные варианты. Условные моменты k-го порядка. Метод произведений вычисления выборочных средней и дисперсии,	2
		Вычисление асимметрии и эксцесса методом произведений	2
5	Статистические оценки параметров распределения. Интервальные оценки.	Статистические оценки параметров распределения. Интервальные оценки. Доверительные интервалы для математического ожидания. Доверительные интервалы для среднего квадратического отклонения	1
		Доверительные интервалы для оценки вероятности	1
		Рубеж I Контрольная работа	2
6	Сглаживание экспериментальной зависимости по методу наименьших квадратов.	Применение метода наименьших квадратов для сглаживания экспериментальной зависимости.	2
7	Корреляционно-регрессионный анализ.	Корреляционная зависимость. Коэффициент корреляции. Оценка тесноты зависимости. Вычисление коэффициента корреляции с использованием корреляционной таблицы	2
		Линейная корреляция	2
8	Проверка статистических гипотез	Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных выборок. Критерий Фишера. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий нормальных совокупностей	2
		Проверка гипотезы о нормальном распределении по критерию Пирсона	1

		Проверка гипотезы о значимости генерального коэффициента корреляции.	1
9	Однофакторный дисперсионный анализ	Понятие о дисперсионном анализе. Общая, факторная и остаточная суммы квадратов отклонений. Общая, факторная и остаточная дисперсии. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа.	2
		Рубеж 2	2
Всего:			32

4.4. Контрольная работа

Контрольная работа №1 состоит из 6 заданий. Каждое задание оценивается в 2 балла. Примерный вариант контрольной находится в методических указаниях.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Преподавателем запланировано применение на лекционных занятиях технологий коллективного взаимодействия, разбора конкретных ситуаций, групповая форма работы студентов на этапе повторения материала.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения)

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям – контрольной работе, проверочной самостоятельной работе, подготовку к экзамену.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям – контрольной работе, проверочной самостоятельной работе, подготовку к экзамену.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.
	Очная форма обучения
Подготовка к контрольной работе	9
Подготовка к рубежным контролям (по 1 часа на каждый рубеж)	1
Подготовка к практическим занятиям (по 0.5 часа на занятие)	7
Подготовка к экзамену	27
Всего:	44

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности студентов в КГУ (для очной формы обучения)
2. Перечень вопросов к экзамену
3. Задания для рубежного контроля 1 - контрольная работа 1,
4. Задания для рубежного контроля 2 - самостоятельная проверочная работа,
5. Задания для практических занятий

**6.2. Система балльно-рейтинговой оценки
работы студентов по дисциплине**

№	Наименование	Содержание					
		Распределение баллов за 6 семестр					
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доводятся до сведения студентов на первом учебном занятии)	Вид УР:	Посещение лекций	Работа на практических занятиях	Рубежный контроль №1 Контрольная работа 1	Рубежный контроль №2 Проверочная самостоятельная работа	экзамен
		Балльная оценка:	1	1 -2	2-12	14	30
		Примечания:	16занятий максимум 16	14 занятий по 2 Максимум 28	На 10 занятии	На 16-м практическом занятии	
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и экзамена	60 и менее баллов – неудовлетворительно (незачтено); 61... 73 – удовлетворительно (зачтено); 74... 90 – хорошо; 91... 100 – отлично					
3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов	<p>Для допуска к промежуточной аттестации по дисциплине за семестр обучающийся должен набрать по итогам текущего и рубежного контролей не менее 51 балла. В случае если обучающийся набрал менее 51 балла, то к аттестационным испытаниям он не допускается.</p> <p>Для получения экзамена без проведения процедуры промежуточной аттестации обучающемуся необходимо набрать в ходе текущего и рубежных контролей не менее 61 балла. В этом случае балльной оценки, получаемой обучающимся, определяется по количеству итог баллов, набранных им в ходе текущего и рубежных контролей. При этом, на усмотрение преподавателя, балльная оценка обучающегося может быть повышена за счет получения дополнительных баллов за академическую активность.</p> <p>Обучающийся, имеющий право на получение оценки без проведения процедуры промежуточной аттестации, может повысить ее путем сдачи</p>					

		<p>аттестационного испытания. В случае получения обучающимся на аттестационном испытании 0 баллов итог балльной оценки по дисциплине не снижается.</p> <p>За академическую активность в ходе освоения дисциплины, участие в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности обучающемуся могут быть начислены дополнительные баллы. Максимальное количество дополнительных баллов за академическую активность составляет 30.</p> <p>Основанием для получения дополнительных баллов являются:</p> <ul style="list-style-type: none"> - выполнение дополнительных заданий по дисциплине; дополнительные баллы начисляются преподавателем; - участие в течение семестра в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности КГУ. 	
4	<p>Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) студентов для получения недостающих баллов в конце семестра</p>	<p>В случае если к промежуточной аттестации (экзамену) набрана сумма менее 51 балла, обучающемуся необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра.</p> <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>	

6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме контрольной работы и проверочной самостоятельной работы. Перед проведением каждого рубежного контроля преподаватель прорабатывает со студентами основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии.

Варианты контрольной работы для рубежных контроля № 1 состоят из 6 заданий. Рубеж 2 – состоит из трех заданий.

На первый и второй рубеж студенту отводится время не менее 90 минут .

Преподаватель оценивает в баллах результаты каждого студента по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Экзамен проводится по списку вопросов. На экзамене студент должен ответить на 2 вопроса и решить задачу. Каждый вопрос оценивается в 10 баллов, задача оценивается 10 баллов.

Время, отводимое студенту на экзамен, составляет не менее 25 минут.

Результаты текущего контроля успеваемости и экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день экзамена, а также выставляются в зачетную книжку студента.

6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена

Рубеж 1

Контрольная работа.

1 Выборка задана в виде распределения частот:

x_i	4	7	8	12
n_i	5	2	3	10

Найти: 1) распределение относительных частот; 2) эмпирическую функцию распределения.

Построить: 1) полигон относительных частот; 2) график эмпирической функции распределения.

2. Измерена максимальная емкость 20 подстроечных конденсаторов и результаты измерений (в пикофарадах) приведены в таблице:

№ конденсатора	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Емкость (в пФ)	4,4	4,31	4,4	4,4	4,65	4,65	4,71	4,54	4,36	4,56
№ конденсатора	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Емкость (в пФ)	4,31	4,42	4,6	4,6	4,5	4,5	4,4	4,65	4,48	4,45

Найти выборочную среднюю емкость конденсатора, выборочную дисперсию и несмещенную оценку дисперсии, моду, медиану, размах варьирования, среднее абсолютное отклонение, коэффициент вариации.

3. Выборка из большой партии электроламп содержит 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампочки выборки 1000 ч. Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для средней продолжительности горения лампы всей

партии, если известно, что среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы $\sigma = 40$ ч.

4. Случайная величина X распределена по закону Пуассона. Найти методом моментов по выборке объема n точечную оценку неизвестного параметра λ .

5. Случайная величина X распределена по закону равномерной плотности. Найти методом наибольшего правдоподобия по выборке объема n точечную оценку неизвестных параметров a и b .

6. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.

Рубеж 2.

Проверочная самостоятельная работа

1. Найти коэффициент корреляции, проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции, найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным таблицы:

y_i	92	91	90	86	85	85	85	83	80	78	80	83
x_i	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95

2. Известны следующие выборочные данные о посеве за день яровых (в процентах к плану) хозяйствами области: 7, 1, 3, 4, 3, 3, 1, 5, 4, 2, 6, 5, 4, 3, 2, 2, 4, 3, 5, 6, 4, 3, 2, 5, 4, 3, 2, 5, 4, 6, 4, 5, 2, 4, 5, 3, 3, 2, 4, 6, 5, 4, 3, 2, 3, 1, 4, 5, 4, 3. Составить дискретный вариационный ряд, проверить по критерию Пирсона, что распределение нормальное. Найти процент хозяйств, для которых отклонение $|x - \bar{x}|$ меньше 2,8. Построить полигон частот и кривую теоретических частот. Вычислить асимметрию и эксцесс.

3. При уровне значимости 0.05 проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборка извлечена из нормальной совокупности с одинаковыми дисперсиями.

Номер испытания	Уровни фактора				
	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅
1	42	66	35	64	70
2	55	91	50	70	79
3	67	96	60	79	88
4	67	98	69	81	90
X _j	57,75	87,75	53,50	73,50	81,75

--	--	--	--	--	--

Вопросы к экзамену

1. Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора.
2. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма. Кумулята.
3. Статистическая оценка параметров распределения. Свойства оценок параметров в параметрической статистической модели: состоятельность, несмещенность, эффективность. Теорема Колмогорова – Блекуэлла - Рао об улучшении оценок с помощью достаточных статистик.
4. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
5. Сходимость эмпирических характеристик к теоретическим. Теорема Гливленко – Кантелли.
6. Эффективные оценки в регулярном случае. Неравенство информации (Крамера-Рао). Информация Фишера и ее свойства. Экспоненциальное семейство распределений и эффективные оценки.
7. Генеральная средняя. Выборочная средняя.
8. Метод произведения вычисления выборочной средней и выборочной дисперсии.
9. Асимметрия и эксцесс эмпирического распределения. Метод произведений вычисления a_3 и e_k .
10. Метод наибольшего правдоподобия.
11. Метод моментов.
12. Генеральная дисперсия.
13. Выборочная дисперсия.
14. Оценка генеральной средней.
15. Оценка генеральной дисперсии.
16. Интервальная оценка. Доверительный интервал. Доверительная вероятность.
17. Доверительный интервал для МО нормального распределения при известном σ .
18. Доверительный интервал для МО нормального распределения при неизвестном σ .
19. Доверительный интервал для среднего квадратичного отклонения σ нормального распределения.
20. Интервальная оценка неизвестной вероятности P по относительной частоте.
21. Оценка истинного значения измеряемой физической величины.
22. Оценка точности прибора.
23. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера – Снедекора как распределения статистик в выборках из нормального распределения. Квантили распределения

24. Понятие статистической гипотезы. Виды статистической гипотезы. Критическая область и область принятия гипотезы. Основной принцип проверки статистической гипотезы.
25. Мощность критерия. Нахождение критической области.
26. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей.
27. Проверка гипотезы о нормальном распределении методом спрямленных диаграмм.
28. Проверка гипотезы о нормальном распределении признака. Критерий χ^2 Пирсона.
29. Линейная корреляция.
30. Нахождение выборочного уравнения прямой линии регрессии Y на X по данным корреляционной таблицы.
31. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.
32. Групповая дисперсия. Межгрупповая дисперсия. Общая дисперсия.
33. Теоретические и эмпирические частоты. Вычисление эмпирических частот.
34. Построение нормальной кривой.
35. Мода, медиана, размах варьирования, коэффициент вариации, среднее абсолютное отклонение.
36. Однофакторная статистическая модель. Дисперсионный анализ выборок из нормального распределения.

Примерные задания для экзамена.

1. Выборка задана в виде распределения частот:

x_i	4	7	8	12
n_i	5	2	3	10

Найти: 1) распределение относительных частот; 2) эмпирическую функцию распределения.

Построить: 1) полигон относительных частот; 2) график эмпирической функции распределения.

1. Измерена максимальная емкость 20 подстроечных конденсаторов и результаты измерений (в пикофарадах) приведены в таблице:

№ конденсатора	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Емкость (в пФ)	4,4	4,31	4,4	4,4	4,65	4,65	4,71	4,54	4,36	4,56

№ конденсатора	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Емкость (в пФ)	4,31	4,42	4,6	4,6	4,5	4,5	4,4	4,65	4,48	4,45

Найти выборочную среднюю емкость конденсатора, выборочную дисперсию и несмещенную оценку дисперсии, моду, медиану, размах варьирования, среднее абсолютное отклонение, коэффициент вариации.

- Выборка из большой партии электроламп содержит 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампочки выборки 1000 ч. Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для средней продолжительности горения лампы всей партии, если известно, что среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы $\sigma = 40$ ч.
- Случайная величина X распределена по закону Пуассона. Найти методом моментов по выборке объема n точечную оценку неизвестного параметра λ .
- Случайная величина X распределена по закону равномерной плотности. Найти методом наибольшего правдоподобия по выборке объема n точечную оценку неизвестных параметров a и b .
- Найти коэффициент корреляции, проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции, найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным таблицы:

y_i	92	91	90	86	85	85	85	83	80	78	80	83
x_i	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95

- Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05, проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки объема $n = 200$.

x_i	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,2	2,3
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

n_i	6	9	26	25	30	26	21	24	20	8	5
-------	---	---	----	----	----	----	----	----	----	---	---

8. Дано распределение относительных частот. Объем выборки $n = 100$.

x_i	1	4	5	8	9
w_i	0,15	0,25	0,3	0,2	0,1

Найти: 1) распределение частот; 2) эмпирическую функцию распределения.

Построить: 1) полигон относительных частот; 2) график эмпирической функции распределения.

9. Из партии стальных плашек была сделана выборка объема 200 и результаты измерений толщины плашек приведены в таблице:

x_i	14,41	14,43	14,45	14,47	14,49	14,51
n_i	2	2	8	9	9	14

x_i	14,53	14,55	14,57	14,59	14,61	14,63
n_i	41	76	21	11	4	3

Найти выборочную среднюю толщины плашек, дисперсию, асимметрию и эксцесс распределения толщины плашек методом произведений.

10. По данным 16 независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдено среднее арифметическое результатов измерений $\bar{X}_B = 42,8$ и исправленное среднее квадратическое отклонение $s = 8$. Оценить истинное значение a измерений величины с надежностью $\gamma = 0,999$.

11. В таблице приведены данные, характеризующие корреляционную зависимость среднесуточного съема стали, с 1 м^2 паза мартеновских печей от простоя:

Простой в %, X	35,4	22,8	29,6	16,6	14,5
Среднесуточный съем стали с 1 м^2 площади паза в т., Y	2,01	4,43	3,67	5,63	6,55

Составить по этим данным уравнение прямой регрессии Y на X .

12. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05, установить, случайно или значимо расхождение между эмпирическими и теоретическими частотами, которые вычислены исходя из гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности X :

n_i	5	10	20	8	7
n_i'	6	14	18	7	5

13.. Случайная величина X распределена по закону Пуассона. Найти методом наибольшего правдоподобия по выборке объема n точечную оценку неизвестного параметра λ .

14. Случайная величина X распределена по показательному закону. Найти методом моментов по выборке объема n точечную оценку неизвестного параметра λ .

15. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05, проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки объемом $n = 200$.

x_i	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2
n_i	6	8	25	26	26	30

x_i	1,4	1,6	1,8	2	2,2
n_i	21	24	20	9	5

16. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным таблицы:

$x \backslash y$	5	10	15	20	25	30	35	40	n_y
100	2	1	-	-	-	-	-	-	3
120	3	4	3	-	-	-	-	-	10

140	-	-	5	10	8	-	-	-	23
160	-	-	-	1	-	6	1	1	9
180	-	-	-	-	-	-	4	1	5
N_x	5	5	8	11	8	6	5	2	$n=50$

17. Произведено 10 измерений одним прибором (без систематической ошибки) некоторой физической величины, причем исправленное среднее квадратическое отклонение случайных ошибок измерений оказалось 0,8. Найти точность прибора с надежностью 0,95.

18. Задано статистическое распределение частот

x_i	-5	-3	-1	1	3
n_i	6	1	3	4	6

Найти: 1) распределение относительных частот; 2) эмпирическую функцию распределения.

Построить: 1) полигон относительных частот; 2) график эмпирической функции распределения.

19. Дать характеристику распределения признака по данным таблицы.

Данные об урожайности на 10 опытных участках одинакового размера:

Участок	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Урожайность, ц/га	16,5	16,2	18,9	20,1	22,3	18,9	19,3	10	10	16,2

6. Случайная величина X распределена по биномиальному закону. Найти методом наибольшего правдоподобия по выборке объема n точечную оценку неизвестного параметра p .

7. Случайная величина X распределена по биномиальному закону. Найти методом моментов по выборке объема n точечную оценку неизвестного параметра p .

20. По данным таблицы составить уравнение прямой линии регрессии Y на X .

$Y \backslash X$	12	22	32	42	52	62	n_y
0,1	4	-	-	-	-	-	4
0,3	2	2	-	-	-	-	4
0,5	-	-	2	-	-	-	2
0,7	-	6	-	4	4	-	14
0,9	-	-	-	-	6	6	12
1,1	-	-	-	-	-	4	4
n_x	6	8	2	4	10	10	$n=40$

21. Найти методом произведений: а) асимметрию и эксцесс по заданному распределению выборки объема $n=100$

x_i	2,6	3	3,4	3,8	4,2
n_i	8	20	45	15	12

б) выборочную среднюю и выборочную дисперсию, моду, медиану, размах варьирования, среднее абсолютное отклонение, коэффициент вариации.

22. Из генеральной совокупности объема $n=10$

x_i	-3	0	3	4	5	6
n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание a нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

23. Дано статистическое распределение частот:

x_i	2	3	7	8	9
n_i	1	2	5	1	1

Найти: 1) распределение относительных частот; 2) эмпирическую функцию распределения.

Построить: 1) полигон относительных частот; 2) график эмпирической функции распределения.

24. При уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты.

n_i	7	15	39	71	35	17	9
n_i'	6	18	36	76	39	18	7

25. Случайная величина X распределена по закону Пуассона. Найти методом моментов по выборке объема n точечную оценку неизвестного параметра λ .

26. Случайная величина X распределена по закону равномерной плотности. Найти методом наибольшего правдоподобия по выборке объема n точечную оценку неизвестных параметра

27. Дать характеристику распределения признака по данным таблицы:

Рабочие	1	2	3	4	5	6	7	8
Количество произведенных за смену деталей	135	158	168	158	162	186	175	182

28. Результаты испытаний крепости нитей представлены в таблице:

Крепость нити	120-140	140-160	160-180	180-200
Число нитей	1	4	10	14
Крепость нити	200-220	220-240	240-260	260-280
Число нитей	12	6	2	1

По этим данным требуется построить: а) гистограмму частот; б) полигон частот.
 29. Ниже приведены результаты измерения роста случайно отобранных 100 студентов:

Рост, см	154-158	158-162	162-166	166-170
Число студентов	10	14	26	28
Рост, см	170-174	174-178	178-182	
Число студентов	12	8	2	

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05, проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки объема $n = 100$.

30. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным таблицы:

x_i	22	23	24	24,5	25	26	27	28	28,5	29
y_i	0,4	0,5	0,49	0,5	0,51	0,52	0,51	0,53	0,5	0,52

32. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если даны $\sigma = 4$, $\bar{x}_n = 10,2$, $n = 16$.

33. Случайная величина X распределена по показательному закону. Найти методом моментов по выборке объема n точечную оценку неизвестного параметра λ .

34. Случайная величина X распределена по показательному закону. Найти методом наибольшего параметра.

35. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05, определить случайно ли значимо расхождение между эмпирическими и теоретическими частотами, которые вычислены исходя из гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности X :

N_i	5	7	15	17	21	16	9	7	6
N_i'	6	6	14	15	22	15	8	8	6

36. Одним и тем же прибором со средним квадратическим отклонением случайных ошибок измерений $\sigma = 40$ м произведено 5 равнозначных измерений расстояния от орудия до цели. Найти доверительный интервал для оценки истинного значения a до цели с надежностью 0,95, зная $\bar{X}_B = 2000$ м.

37. Случайная величина X распределена по закону Пуассона. Найти методом моментов по выборке объема n точечную оценку неизвестного параметра λ .

38. Случайная величина X распределена по закону равномерной плотности. Найти методом наибольшего правдоподобия по выборке объема n точечную оценку неизвестных параметров a и b .

6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

7.1. Основная учебная литература

1. Крупин В.Г. Высшая математика. Теория вероятностей, математическая статистика. Случайные процессы. / Крупин В.Г., Павлов А.Л. Попов Л.Г. Сборник задач с решениями: учебное пособие. – М.: Издательский дом МЭИ, 2013.-408с. - Доступ из ЭБС « консультант студента»
2. Н.Алон, Дю.Спесер. Вероятностный метод: учебное пособие / Н. Алон, Дю. Спесер - М.:БИНОМ,2013.-323с. Доступ из ЭБС «Консультант студента».
3. Писменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам – М.: Айрис-пресс,2007. -288с.

Задачники:

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Высшая школа, 2006.-399 с.
2. Емельянов Г.В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие / Г.В. Емельянов, В.П. Скитович. – Изд. 2-е, стереотип. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2007. – 331, [3] с.: ил. – (Лучшие классические учебники). – (Математика). – (Классические задачки и практикумы). – (Учебники для вузов. Специальная литература).
3. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций: учеб. пособие / Под общ. ред. А.А. Свешникова. – СПб.: М.; Краснодар: Лань, 2008. – 445 с.

7.2. Дополнительная учебная литература

1. Семаков С.Л. Элементы теории вероятностей и случайных процессов.- М.:ФИЗМАТЛИТ,2011. –232с. - Доступ из ЭБС « Консультант студента».

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Звонкина Е. А. Методы выборки // Методические указания для практических занятий по курсу «Математическая статистика» для студентов физико-математического факультета специальности «Математика».- Курган.: Изд-во КГУ, 2000.
2. Звонкина Е.А. Контрольные задания по курсам «Теория вероятностей», «Математическая статистика» (для студентов специальностей 032100,010100,032200,010400). - Издательство КГУ, 2001.
3. Лукерьянова Е.А. Математическая статистика. (Часть 1). Методические указания для практических занятий и самостоятельной работы для студентов направления 01.03.01 «Математика».- Издательство КГУ, 2016г.
4. Лукерьянова Е.А. Математическая статистика. (Часть 2). Методические указания для практических занятий и самостоятельной работы для студентов направления 01.03.01 «Математика».- Издательство КГУ, 2016г.
5. Лукерьянова Е.А. Математическая статистика. Методические указания для практических занятий и самостоятельной работы для студентов направления 03.03.02 «Физика» (на правах рукописи).

**9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ»,
НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

№	Интернет-ресурс	Краткое описание
1	http:// statsoft.ru /	Статистический портал StatSoft (теория вероятностей, математическая статистика).
2	http:// nsu.ru	Чернова Н.И. Теория вероятностей и мат. статистика.
3	http:// teorver-online.narod.ru - /	Манита А.Д. Теория вероятностей и математическая статистика (МГУ).
4	http:// spbstu.ru	Калинин В.М. Теория вероятностей и математическая статистика.
5	http:// asp.omskreg.ru	Топчий В.А., Дворкин П.Л. Теория вероятностей.
6	http:// /mytwims.narod.ru	Курс по теории вероятностей и математической статистике (МАИ - Московский гос. авиационный институт).
7	http:// tspu.tula.ru	Методы математической статистики (Тульский гос. пед. университет).
8	http://en.edu.ru/	Портал является составной частью федерального портала "Российское образование". Содержит ресурсы и ссылки на ресурсы по естественно - научным дисциплинам (физика, математика, химия и биология).
9	http://www.edu.ru/	Федеральный портал «Российское образование».
10	http://ru.wikipedia.org	Энциклопедия Википедия
11	http://www.msu.ru	Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова.

10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1. ЭБС «Лань»
2. ЭБС «Консультант студента»
3. ЭБС «Znanium.com»
4. «Гарант» - справочно-правовая система

11. ДЛЯ СТУДЕНТОВ, ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п.6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до сведения обучающихся

12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение по реализации дисциплины осуществляется в соответствии с требованиями ФГОС ВО по данной образовательной программе.

Аннотация к рабочей программе дисциплины
Математическая статистика
образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата

03.03.02 – Физика

Направленность (профиль): Информационные технологии в физике

Формы обучения: очная

Трудоемкость дисциплины: 3 ЗЕ (108 академических часа)

Семестр: 6 (очная форма обучения).

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Содержание дисциплины

Выборочный метод; статистическая оценка параметров распределения; методы расчета сводных характеристик выборки; элементы теории корреляции; статистическая проверка статистических гипотез; однофакторный дисперсионный анализ.