

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Курганский государственный университет»  
(КГУ)

Кафедра «Математика и физика»

УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по образовательной и  
международной деятельности  
/А.А. Кирсанкин/  
«\_\_\_» 2025 г.

Рабочая программа учебной дисциплины  
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

образовательной программы высшего образования –  
программы специалитета

**10.05.03 – Информационная безопасность автоматизированных систем**  
**Специализация: Безопасность открытых информационных систем**

Формы обучения: очная

Курган 2025

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена в соответствии с учебными планами по программе специалитета Информационная безопасность автоматизированных систем (Безопасность открытых информационных систем), утвержденными:

- для очной формы обучения «27» июня 2025 года;

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Математика и физика» «01» сентября 2025 года, протокол № 1.

Рабочую программу составил:

К. пед. наук, доцент кафедры  
«Математика и физика»

А.В. Чернышова

Согласовано:

Заведующий кафедрой  
«Математика и физика»

М.В. Гаврильчик

Заведующий кафедрой  
«Безопасность информационных  
автоматизированных систем»

Д.И. Дик

Специалист по учебно-методической  
работе учебно-методического отдела

Г.В. Казанкова

Начальник управления  
образовательной деятельности

И.В. Григоренко

## 1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 7 зачетных единиц трудоемкости (252 академических часов)

### Очная форма обучения

Вид учебной работы	На всю дисциплину	Семестр	
		1	2
<b>Аудиторные занятия (контактная работа с преподавателем), всего часов</b>	<b>112</b>	<b>64</b>	<b>48</b>
<b>в том числе:</b>			
Лекции	48	32	16
Практические занятия	64	32	32
<b>Самостоятельная работа, всего часов</b>	<b>140</b>	<b>80</b>	<b>60</b>
<b>в том числе:</b>			
Подготовка к экзамену	54	27	27
Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины)	50	35	15
Контрольные работы	36	18	18
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>Экзамен</b>	<b>Экзамен</b>	<b>Экзамен</b>
<b>Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам, часов</b>	<b>252</b>	<b>144</b>	<b>108</b>

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Дисциплина «Математический анализ» относится к учебному блоку Б1 обязательной части, модуль Математические и естественнонаучные дисциплины.

Краткое содержание дисциплины: дифференциальное и интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных, числовые и функциональные ряды, дифференциальные уравнения.

Дисциплина «Математический анализ» базируется на знаниях, умениях, навыках, приобретенных студентами в средней школе.

Знания, умения и навыки, полученные при освоении дисциплины «Математический анализ», являются необходимыми для освоения последующих дисциплин:

- дискретная математика,
- математическая логика,
- языки программирования,
- криптографические методы защиты информации.

Результаты обучения по дисциплине необходимы для осуществления профессиональной деятельности.

## **3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

Целью изучения дисциплины является получение фундаментального образования, способствующего развитию личности.

Задачами дисциплины являются: изучение основных понятий математического анализа; овладение методами математического исследования; формирование навыков применения методов математического анализа в программировании, информатике и других науках.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

Для очной формы обучения

- Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-3);

Индикаторы и дескрипторы части соответствующей компетенции, формируемой в процессе изучения дисциплины «Математический анализ», оцениваются при помощи оценочных средств.

Планируемые результаты обучения по дисциплине «Математический анализ», индикаторы достижения компетенции ОПК-3, перечень оценочных средств:

№ п/п	Код индикатора достижения компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции	Код планируемого результата обучения	Планируемые результаты обучения	Наименование оценочных средств
1.	ИД-1 <sub>ОПК-3</sub>	Знать: фундаментальные понятия, свойства понятий, теоремы и формулы математического анализа	З (ИД-1 <sub>ОПК-3</sub> )	Знает: фундаментальные понятия, свойства понятий, теоремы и формулы математического анализа	Тестовые вопросы. Темы дискуссии. Вопросы для сдачи экзамена
2.	ИД-2 <sub>ОПК-3</sub>	Уметь: читать научный текст, находить в	У (ИД-2 <sub>ОПК-3</sub> )	Умеет: читать научный текст, находить в	Тестовые вопросы.

		тексте понятия и формулы, необходимые для решения задач; самостоятельно решать задачи базового уровня, аналогичные имеющимся в теоретических источниках образцам; самостоятельно находить в сторонних информационных источниках понятия, формулы и методы для решения задач повышенного уровня; применять полученные знания и навыки при изучении других дисциплин		тексте понятия и формулы, необходимые для решения задач; самостоятельно решать задачи базового уровня, аналогичные имеющимся в теоретических источниках образцам; самостоятельно находить в сторонних информационных источниках понятия, формулы и методы для решения задач повышенного уровня; применять полученные знания и навыки при изучении других дисциплин	Темы дискуссии. Вопросы для сдачи экзамена
3.	ИД-3 <sub>ОПК-3</sub>	Владеть: методами решения задач математического анализа	В (ИД-3 <sub>ОПК-3</sub> )	Владеет: методами решения задач математического анализа	Тестовые вопросы. Темы дискуссии. Вопросы для сдачи экзамена

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Учебно-тематический план

#### Очная форма обучения

#### 1 семестр

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем		
			Лекции	Практич. занятия	Лабораторные работы
Рубеж 1	1	Введение в математический анализ	4	6	
	2	Предел функции в точке и на бесконечности	8	8	
	3	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	12	9	
		Рубежный контроль № 1	-	1	
Рубеж 2	4	Интегральное исчисление функции одной переменной	8	7	
		Рубежный контроль № 2	-	1	
<b>Всего:</b>			<b>32</b>	<b>32</b>	<b>-</b>

#### 2 семестр

Рубеж	Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество часов контактной работы с преподавателем		
			Лекции	Практич. занятия	Лабораторные работы
Рубеж 1	5	Функции нескольких пере-	8	15	

		менных			
		Рубежный контроль № 1		1	
Рубеж 2	6	Дифференциальные уравнения	8	15	
		Рубежный контроль № 2	-	1	
		<b>Всего:</b>	<b>16</b>	<b>32</b>	<b>-</b>

## 4.2. Содержание лекционных занятий

### 1 семестр

#### *Тема 1. Введение в математический анализ*

Введение. Цели и задачи изучения дисциплины. Требования по изучению дисциплины. Отображения, функции. Основные понятия и свойства элементарных функций.

#### *Тема 2. Предел функции в точке и на бесконечности*

Предел функции в точке и на бесконечности. Теоремы о пределах и методы их вычисления. Эквивалентные бесконечно малые функции. Односторонние пределы. Непрерывность функций. Точки разрыва.

#### *Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной*

Понятие производной и дифференциала функции, правила вычисления, производные элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные приложения производной и дифференциалов: исследование функции (монотонность, экстремумы, точки перегиба, выпуклость), приближённые вычисления, вычисление наименьшего и наибольшего значений функции.

#### *Тема 4. Интегральное исчисление функции одной переменной*

Первообразная функции. Неопределённый интеграл, основные свойства и методы вычисления. Определённый интеграл, определение, свойства, формула Ньютона-Лейбница, основные методы вычисления. Основные приложения определённого интеграла: площадь плоских фигур, площадь поверхности, объём тел, длина дуги кривой, физические применения.

### 2 семестр

#### *Тема 5. Функции нескольких переменных*

Функции многих переменных, их обозначение и область определения. Предел функции многих переменных. Непрерывность. Частные производные функции многих переменных. Дифференцирование функций многих переменных. Дифференциалы функции многих переменных. Дифференцирование неявных функций. Частные производные высших порядков. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремум функции многих переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции.

#### *Тема 6. Дифференциальные уравнения*

Дифференциальные уравнения, их порядок, общие и частные интегралы. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

## 4.2. Практические занятия

## **Содержание практических занятий:**

<b>Номер раздела, темы</b>	<b>Наименование раздела, темы</b>	<b>Наименование практического занятия</b>	<b>Норматив времени, час.</b>
			<b>Очная форма обучения</b>
<b>1 семестр</b>			
1	Введение в математический анализ	Отображения, функции. Основные понятия и свойства элементарных функций.	6
2	Предел функций в точке и на бесконечности	Предел функции в точке и на бесконечности. Теоремы о пределах и методы их вычисления. Эквивалентные бесконечно малые функции. Односторонние пределы. Непрерывность функций. Точки разрыва.	8
3	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Понятие производной и дифференциала функции, правила вычисления, производные элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные приложения производной и дифференциалов: исследование функции (монотонность, экстремумы, точки перегиба, выпуклость), приближённые вычисления, вычисление наименьшего и наибольшего значений функции.	9
		Рубежный контроль 1	1
4	Интегральное исчисление функции одной переменной	Первообразная функции. Неопределённый интеграл, основные свойства и методы вычисления. Определённый интеграл, определение, свойства, формула Ньютона-Лейбница, основные методы вычисления. Основные приложения определённого интеграла: площадь плоских фигур, площадь поверхности, объём тел, длина дуги кривой, физические применения.	7
		Рубежный контроль 2	1
<b>2 семестр</b>			

5	Функции нескольких переменных	Функции многих переменных, их обозначение и область определения. Прерывность. Частные производные функции многих переменных. Дифференцирование функций многих переменных. Дифференциалы функции многих переменных. Дифференцирование неявных функций. Частные производные высших порядков. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремум функции многих переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции.	15
		Рубежный контроль 1	
6	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения, их порядок, общие и частные интегралы. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.	15
		Рубежный контроль 2	
<b>Всего:</b>			<b>64</b>

#### 4.4. Контрольная работа

Контрольная работа состоит из 7 заданий в первом семестре и из 7 заданий во втором семестре. Примерный вариант контрольной работы находится в методических указаниях.

### 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств, на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Преподавателем запланировано применение на лекционных занятиях технологий коллективного взаимодействия, разбора конкретных ситуаций, групповая форма работы обучающихся на этапе повторения материала.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения).

Для текущего контроля успеваемости преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям, выполнение контрольных работ, подготовку к экзамену.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

## Рекомендуемый режим самостоятельной работы

Наименование вида самостоятельной работы	Рекомендуемая трудоемкость, акад. час.
<b>Самостоятельное изучение тем дисциплины:</b>	<b>26</b>
Вычисление определителей квадратных матриц высших порядков	6
Двойной интеграл и его приложения	6
Числовые ряды	7
Степенные ряды и их приложения	7
<b>Подготовка к рубежным контролям (по 2 часа на каждый рубеж)</b>	<b>8</b>
<b>Подготовка к практическим занятиям (по 0,3 часа на занятие)</b>	<b>16</b>
<b>Выполнение контрольной работы № 1,2</b>	<b>36</b>
<b>Подготовка к экзамену</b>	<b>54</b>
<b>Всего:</b>	<b>140</b>

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

## 6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности обучающихся в КГУ
  2. Перечень вопросов к экзамену
  3. Контрольная работа № 1,2
  4. Банк заданий к рубежным контролям № 1, № 2, № 3, № 4
  5. Банк тестовых заданий к экзамену
  6. Задания к практическим занятиям
  7. Дополнительные задания исследовательского характера (на усмотрение преподавателя).

## 6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся по дисциплине

№	Наименование		Содержание						
			<b>1 семестр</b>						
1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы (доказываются до сведения обучаю-		<b>Распределение баллов</b>						
		Вид учебной работы:	Посещение лекций	Посещение практических занятий, активность на занятиях	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	Контрольная работа	Экзамен	
		Балльная оценка:	До 16	До 16	До 12	До 12	До 14	До 30	

	<b>щихся на первом учебном занятии)</b>	Примечания:	16 лекций по 1 баллу	16 практических занятий по 1 баллу	На 12 практическом занятии	На 16 практическом занятии		
--	---	-------------	----------------------	------------------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--

## 2 семестр

1	Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы <b>(доводятся до сведения обучающихся на первом учебном занятии)</b>	Распределение баллов						
		Вид учебной работы:	Посещение лекций	Посещение практических занятий и активность на них	Рубежный контроль №1	Рубежный контроль №2	Контрольная работа	Экзамен
		Балльная оценка:	До 8	До 16	До 15	До 16	До 15	До 30
2	Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и зачета			60 и менее баллов – неудовлетворительно 61...73 – удовлетворительно; зачтено 74... 90 – хорошо; 91...100 – отлично	На 8 практическом занятии	На 16 практическом занятии		

3	Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов		<p>Для допуска к промежуточной аттестации по дисциплине за семестр обучающийся должен набрать по итогам текущего и рубежного контролей не менее 51 балла. В случае если обучающийся набрал менее 51 балла, то к аттестационным испытаниям он не допускается.</p> <p>Для получения экзамена без проведения процедуры промежуточной аттестации обучающемуся необходимо набрать в ходе текущего и рубежных контролей не менее 61 балла. В этом случае итог балльной оценки, получаемой обучающимся, определяется по количеству баллов, набранных им в ходе текущего и рубежных контролей. При этом, на усмотрение преподавателя, балльная оценка обучающегося может быть повышена за счет получения дополнительных баллов за академическую активность.</p> <p>Обучающийся, имеющий право на получение оценки без проведения процедуры промежуточной аттестации, может повысить её путем сдачи аттестационного испытания. В случае получения обучающимся на аттестационном испытании 0 баллов итог балльной оценки по дисциплине не снижается.</p> <p>За академическую активность в ходе освоения дисциплины, участие в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности обучающемуся могут быть начислены дополнительные баллы. Максимальное количество дополнительных баллов за академическую активность составляет 30.</p> <p>Основанием для получения дополнительных баллов являются:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнение дополнительных заданий по дисциплине; дополнительные баллы начисляются преподавателем;</li> <li>- участие в течение семестра в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности КГУ.</li> </ul>
4	Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) обучающихся для получения недостающих баллов в конце семестра		<p>В случае если к промежуточной аттестации набрана сумма менее 51 балла, обучающемуся необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра.</p> <p>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем.</p>

### 6.3. Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме самостоятельных работ.

Перед проведением каждого рубежного контроля преподаватель прорабатывает с обучающимися основной материал соответствующих разделов дисциплины в форме краткой лекции-дискуссии.

Варианты заданий для рубежных контролей 1 семестра состоят: № 1 и № 2 – из 6 задач по 2 балла каждая. Варианты заданий для рубежного контроля 2 семестра состоят: № 1 – из 7 задач (1-6 задачи по 2 балла каждая, 7 задача – 3 балла), № 2 – из 8 задач по 2 балла каждая.

На каждую работу при рубежном контроле обучающемуся отводится время не менее 60 минут.

Преподаватель оценивает в баллах результаты рубежного контроля каждого обучающегося по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Экзаменационный тест в 1 и 2 семестре состоит из 12 вопросов. Каждый вопрос в тесте оценивается от 1 до 4 баллов. Количество баллов по результатам экзамена зависит

от количества правильных ответов. Время, отводимое обучающемуся на экзаменационный тест, составляет 1 астрономический час.

Результаты текущего контроля успеваемости и экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день экзамена, а также выставляются в зачетную книжку обучающегося.

## 6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена

### 1 семестр

#### Рубеж 1

##### *Самостоятельная работа*

- Найти область определения функции: 1)  $y = 8x + 18$ ; 2)  $y = \frac{14}{x-3}$ ; 3)  $y = \sqrt{x^2 - 16}$ .
- Доказать, что функция является убывающей.  $y = -7x - 5$ . Выяснить, является ли функция четной или нечетной.
- Найти пределы: 1)  $\lim_{x \rightarrow 9} (7x^2 + 3)$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+5}{3x+7}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{x-3}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{9}{x}\right)^{7x}$ .
- Определить точки разрыва функции:  $\begin{cases} \sin x, & x < 0, \\ 7 + x, & 0 \leq x < 2, \\ x^3, & x \geq 2. \end{cases}$
- Найти производные указанных функций: 1)  $y = \frac{x^2}{x-2}$ ; 2)  $y = x^3 \sin x$ .
- Найти первую и вторую производные от функции, заданной параметрически:  $\begin{cases} x = \cos \frac{t}{2}, \\ y = t - \sin t. \end{cases}$

#### Рубеж 2

##### *Самостоятельная работа*

- Найдите интегралы: а)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 12}}$  б)  $\int \frac{dx}{x^2 + 81}$  в)  $\int 4x dx$  г)  $\int \frac{1}{3} e^x dx$
- Найдите интегралы с помощью интегрирования по частям: а)  $\int (1+3x)e^{2x} dx$  б)  $\int x^2 \sin x dx$
- Найдите интегралы с помощью метода замены переменной: а)  $\int \cos(3x+5) dx$ . б)  $\int \sqrt[3]{2-7x} dx$ .
- Вычислите, используя метод подстановки: а)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{3 - \cos x} dx$  б)  $\int_1^{\sqrt{5}} \frac{x dx}{\sqrt{4 + x^2}}$
- Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси ох фигуры, ограниченной линиями  $y = -x^2 + 5x - 6$ ,  $y = 0$
- Вычислите:  $\int_0^7 \frac{27x}{\sqrt[3]{(x+1)^2} + 4\sqrt[3]{x+1}} dx$

### Пример экзаменационного теста

- Дать определение чётной и нечётной функции. Привести примеры чётной, нечётной функции и функции общего вида. Чем отличаются графики чётной и нечётной функций? (2 балла)
- Дать определение линейной функции и перечислить её свойства при  $k > 0$ . (2 балла)
- Дать определение предела функции на языке «эпсилон-дельта». (2 балла).
- Сформулировать определения правостороннего и левостороннего пределов функции. (2 балла)

5. Дать определение производной функции. Записать формулы для вычисления производной постоянной и показательной функций. (2 балла)
6. в чём состоит геометрический смысл производной функции? (2 балла)
7. Геометрический смысл и свойства дифференциала. (2 балла)
8. Записать условия монотонности функции через производную. (2 балла)
9. Доказать, что функция является возрастающей:  $y = 10x + 2$ . Выяснить, является ли функция четной или нечетной. (3 балла)
10. Найти пределы: 1)  $\lim_{x \rightarrow 8} (4x^2 + 2)$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x+8}{9x+5}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2+4x-5}{x+5}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{8}{x}\right)^{4x}$ . (4 балла)
11. Найти производные указанных функций: 1)  $y = \frac{1}{4x^2+1}$ ; 2)  $y = (x + 10)3^x$ ; 3)  $y = \sin^3 x - x \cos x$ . (3 балла)
12. Найти точку максимума функции  $y = 2\ln(x + 4)^3 - 8x - 19$ . (4 балла)

**2 семестр**  
**Рубеж 1**  
**Самостоятельная работа**

1. Найти частные производные первого и второго порядка от функции  $z = \ln(2x - 5y)$ .
2. Найти частные и полные дифференциалы от функции  $z = \ln(2x - 5y)$ .
3. Исследовать функцию на экстремум  $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$ .
4. В результате исследования зависимости между сроком эксплуатации автомобиля и расходами на его ремонт получены следующие данные:

$t$ , лет	1	2	3	4	5	6	7	8
$S$ , тыс. руб	120	140	230	370	445	570	655	770

- Найти: а) линейную зависимость  $S = at + b$  стоимости ремонта автомобиля от срока его эксплуатации; б) предполагаемую величину затрат на 10-й год его эксплуатации.
5. Вычислить приближенно  $(1,03)^{0,99}$ .
  6. Вычислить приближенно  $(0,99)^2 + \sqrt{3,98}$ .
  7. Найти и изобразить на плоскости область определения функции  $Z = \frac{\ln(x-3)}{\sqrt{y^2-x^2-4}}$ .

**Рубеж 2**  
**Самостоятельная работа**

1. Решить уравнение  $(x^2 - y^2)y' + 2x \cdot y = 0$ .
2. Решить уравнение  $y' - y + 5 = 0$ .
3. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка  $y' - xy^2 = 2xy$ .
4. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка  $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ .
5. Найти частное решение данного дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющее данному начальному условию:  $2x \cdot y' = 0; x_0 = 2, y_0 = 2$ .
6. Найти частное решение данного дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющее данному начальному условию:  $3y^2 - 4xy' = 0; x_0 = 1, y_0 = 2$ .
7. Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка:  $xy'' - y' + \frac{1}{x} = 0$
8. Решить дифференциальное уравнение второго порядка:  $y'' - 17y' + 72 = 0$ .

**Пример экзаменационного теста**

- Описать метод интегрирования подстановкой. Привести пример. (2 балла)
- Дать определение неопределённого интеграла, перечислить его свойства и простейшие правила интегрирования. (2 балла)
- Дать понятие определенного интеграла. (2 балла).
- Описать на примере применение метода интегрирования по частям при вычислении определённого интеграла. (2 балла)
- Дать определение полного дифференциала функции  $z = f(x, y)$ . Записать соответствующую формулу. Привести пример. (2 балла)
- Дать понятие условного экстремума функции двух переменных. (2 балла)
- Дать определение интеграла дифференциального уравнения, интегральной кривой, особого решения дифференциального уравнения. (2 балла)
- Дать определение линейного дифференциального уравнения, линейного однородного дифференциального уравнения. (2 балла)
- Найти частные производные первого и второго порядка, частные и полные дифференциалы от функции  $Z = e^{2x+5y}$ . (3 балла)

10. Найти интегралы: а)  $\int 2 \sin x dx$ ; б)  $\int \frac{4 dx}{\sin^2 x}$ ; в)  $\int \left( -5x^3 + 6x^2 - 4x + \frac{1}{x^5} \right) dx$ ; г)  $\int \frac{dx}{\sqrt{16 - x^2}}$ . (4 балла)

11. Найти частное решение данного дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющее данному начальному условию:  $y' = (y - 5)(8x + 1)$ ;  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 6$ . (3 балла)

12. Вычислить: а)  $\int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x dx}{1 + \sin^2 x}$ ; в)  $\int_0^{\pi} e^x \cos x dx$ ; г)  $\int_0^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg} 2x dx$ . (4 балла)

### Примерный вариант контрольной работы

Вариант выбирается по последней цифре зачётной книжки (номер слева от фамилии в приказе на зачисление). То есть, задания 1 варианта оканчиваются цифрой 1 (1, 11, 21 и т.д.), 10 варианта – цифрой 0 (10, 20, и т.д.). Контрольная работа выполняется от руки в тетради или на белых листах А4. Образцы решения ВСЕХ задач находятся в книге Просветова Г.И. Математический анализ. Задачи и решения.

#### 1 семестр

1-10. Для множеств  $A$  и  $B$  найти объединение  $A \cup B$ , пересечение  $A \cap B$  и разность  $A \setminus B$ .

Вариант	$A$	$B$	Вариант	$A$	$B$
1	{3, 2, 1, 5, 9}	{5, 9, 7}	6	{6, 9, 2, 3, 4}	{1, 4, 6}
2	{4, 5, 1, 3, 8}	{4, 1, 5, 9}	7	{9, 4, 6, 8, 3}	{1, 4, 9}
3	{1, 9, 5, 6, 4}	{5, 1, 3, 0}	8	{9, 8, 0, 6, 2}	{8, 4, 2, 6}
4	{8, 7, 0, 1, 5}	{8, 4, 6}	9	{3, 1, 8, 6, 5}	{3, 1, 2, 6}
5	{7, 9, 5, 2, 4}	{7, 9, 1, 4, 0}	10	{1, 8, 6, 3}	{3, 2, 5, 7}

11-20. Зная значение функции в точках  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , найти при помощи линейной интерполяции значение функции в точке  $x$ .

Вариант	$a$	$f(a)$	$b$	$f(b)$	$c$	$f(c)$	$x$
11	1,43	2,05	1,45	2,25	1,57	2,41	1,54
12	1,28	2,02	1,41	2,36	1,86	2,44	1,51
13	1,12	2,23	1,23	2,36	1,98	2,62	1,64
14	1,52	2,01	1,71	2,58	1,82	2,74	1,69
15	1,71	2,06	1,85	2,66	1,89	2,93	1,79
16	1,84	2,10	1,92	2,13	1,99	2,74	1,91
17	1,08	2,06	1,28	2,15	1,99	2,82	1,77
18	1,15	2,28	1,60	2,34	1,69	2,47	1,38
19	3,06	4,28	3,34	4,89	3,17	4,93	3,39
20	3,44	4,01	3,66	4,05	3,86	4,57	3,72

**21-30.** Изобразить схематически график функции  $y = \frac{kx + p}{mx + n}$ .

Вариант	$k$	$p$	$m$	$n$	Вариант	$k$	$p$	$m$	$n$
<b>21</b>	9	7	3	2	<b>26</b>	3	7	5	4
<b>22</b>	8	4	2	6	<b>27</b>	9	1	2	5
<b>23</b>	1	2	8	7	<b>28</b>	6	5	7	4
<b>24</b>	3	6	1	8	<b>29</b>	8	5	2	6
<b>25</b>	6	3	5	7	<b>30</b>	7	3	9	6

**31-40.** Выделить в выражении  $kx^2 + px + m$  полный квадрат.

Вариант	$k$	$p$	$m$	Вариант	$k$	$p$	$m$
<b>31</b>	9	7	3	<b>36</b>	3	7	5
<b>32</b>	8	4	2	<b>37</b>	9	1	2
<b>33</b>	1	2	8	<b>38</b>	6	5	7
<b>34</b>	3	6	1	<b>39</b>	8	5	2
<b>35</b>	6	3	5	<b>40</b>	7	3	9

**41-50.** Найти пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow k} (mx^2 + n)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{px + q}{rx + s}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow d} \frac{ax^2 + bx + c}{x - d}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^{mx}$ .

Вариант	$k$	$m$	$n$	$p$	$q$	$r$	$s$	$a$	$b$	$c$	$d$
<b>41</b>	9	7	3	2	5	3	7	1	-4	3	3
<b>42</b>	3	7	5	4	2	4	8	1	-11	10	10
<b>43</b>	8	4	2	6	8	9	5	1	4	-5	-5
<b>44</b>	9	1	2	5	2	9	3	1	9	14	-7
<b>45</b>	1	2	8	7	9	7	8	1	-24	128	8
<b>46</b>	6	5	7	4	7	1	3	1	-9	14	2
<b>47</b>	3	6	1	8	5	4	7	1	2	-8	-4
<b>48</b>	8	5	2	6	9	7	6	3	17	-6	-6
<b>49</b>	6	3	5	7	3	2	5	2	-21	-11	11
<b>50</b>	7	3	9	6	4	5	7	5	-24	-5	5

**51-60.** Найти производную функции:

51. а)  $y = \frac{x^2}{x-2}$ ; б)  $y = x^2 \sin x$ .

56. а)  $y = \frac{1}{3x^2-1}$ ; б)  $y = (x^2-1) \cdot e^x$ .

52. а)  $y = \frac{2x+5}{3x-2}$ ; б)  $y = (x-8) \cdot 5^x$ .

57. а)  $y = \frac{1}{4x^2+1}$ ; б)  $y = (x+10) \cdot 3^x$ .

53. а)  $y = \frac{x+2}{3x-1}$ ; б)  $y = (x+4) \cdot e^x$ .

58. а)  $y = \frac{3x-7}{x+4}$ ; б)  $y = (x+9) \cdot \ln x$ .

54. а)  $y = \frac{x^2-2x+6}{x-1}$ ; б)  $y = (x-7) \cdot \cos x$ .

59. а)  $y = \frac{x^2+6}{x^2-9}$ ; б)  $y = (x-4) \cdot \operatorname{tg} x$ .

55. а)  $y = \frac{5-x^2}{2+x^2}$ ; б)  $y = (x+2) \cdot \operatorname{ctg} x$ .

60. а)  $y = \frac{x}{4-x}$ ; б)  $y = x^3 \cdot \ln x$ .

**61-70.** Для функции  $ax^3 + bx^2 + cx + d$  найти производные первого и второго порядков, дифференциал, интервалы монотонности, локальные экстремумы, интервалы выпуклости вверх (вниз), точки перегиба, наибольшее и наименьшее значения на отрезке  $[0; 2]$ .

Вариант	$a$	$b$	$c$	$d$	Вариант	$a$	$b$	$c$	$d$
<b>61</b>	1	6	-15	8	<b>66</b>	1	-3	-24	-28
<b>62</b>	1	12	45	50	<b>67</b>	1	-6	9	-4
<b>63</b>	1	-3	-9	-5	<b>68</b>	4	24	36	16
<b>64</b>	1	3	-24	28	<b>69</b>	1	-12	45	50
<b>65</b>	-1	-3	9	-5	<b>70</b>	-2	0	24	0

**71-80.** Для функции  $kx^2 + mxy + ny^2 + px + qy + r$  найти частные производные и дифференциалы 1-го и 2-го порядков, производную по направлению вектора  $\vec{a}(b; c)$ , приближённое значение в точке  $B(1.98; 3.04)$  с помощью дифференциала, экстремумы, наибольшее и наименьшее значения в замкнутой области  $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ .

Вариант	$k$	$m$	$n$	$p$	$q$	$r$	$b$	$c$	Вариант	$k$	$m$	$n$	$p$	$q$	$r$	$b$	$c$
71	9	7	3	2	5	3	6	-5	76	3	7	5	4	2	4	-3	-2
72	8	4	2	6	8	9	2	4	77	9	1	2	5	2	9	-6	9
73	1	2	8	7	9	7	-3	-9	78	6	5	7	4	7	1	2	3
74	3	6	1	8	5	4	3	-2	79	8	5	2	6	9	7	-1	4
75	6	3	5	7	3	2	-3	9	80	7	3	9	6	4	5	2	4

**81-90.** Найти интегралы:

81. а)  $\int (9x + 7 \sin x) dx$ ; б)  $\int \frac{dx}{x+3}$ ; в)  $\int_2^5 e^x dx$ .

82. а)  $\int (3x^2 - 5 \cos x) dx$ ; б)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+4}}$ ; в)  $\int_2^3 2^x dx$ .

83. а)  $\int (8x^3 + 4\sqrt{x}) dx$ ; б)  $\int \frac{xdx}{x^2+6}$ ; в)  $\int_4^5 3^x dx$ .

84. а)  $\int \left( \frac{3}{x^2} - 2 \cos x \right) dx$ ; б)  $\int \sin(x+9) dx$ ; в)  $\int_2^3 \sqrt{x} dx$ .

85. а)  $\int \left( \frac{4}{x} + \sqrt{x} \right) dx$ ; б)  $\int \cos(7x-9) dx$ ; в)  $\int_1^4 x^3 dx$ .

86. а)  $\int \left( \frac{9}{\cos^2 x} - 2x \right) dx$ ; б)  $\int \frac{dx}{x+9}$ ; в)  $\int_2^5 \frac{dx}{x^2}$ .

87. а)  $\int \left( \frac{9}{\sin^2 x} + 6x^2 \right) dx$ ; б)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+5}}$ ; в)  $\int_1^4 \frac{dx}{x}$ .

88. а)  $\int \frac{dx}{x^2-1}$ ; б)  $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+3}}$ ; в)  $\int_2^4 \frac{dx}{x^3}$ .

89. а)  $\int (4 \sin x + 5x^3) dx$ ; б)  $\int \frac{xdx}{x^2+7}$ ; в)  $\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ .

90. а)  $\int (3x^5 - 5\sqrt{x}) dx$ ; б)  $\int \frac{xdx}{x^2-3}$ ; в)  $\int_1^2 4^x dx$ .

**91-100.** Доказать, что ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{kn+m}{pn+q}$  расходится.

Вариант	$k$	$m$	$p$	$q$	Вариант	$k$	$m$	$p$	$q$
91	-7	12	6	9	96	-9	20	8	16
92	-11	30	-10	25	97	-13	42	-12	36
93	-15	56	-14	49	98	-17	72	-16	64
94	-19	90	-18	81	99	-21	110	20	100
95	7	12	-6	9	100	9	20	-8	16

**101-110.** 1) Решить дифференциальные уравнения: а)  $y'' + ky' + m = 0$ ; б)  $y'' + ny' + p = 0$ ; в)  $y'' + r = 0$ .

2) Определить горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции  $g(x) = \frac{kx^2 - mx + n}{sx - t}$ .

Вариант	$k$	$m$	$n$	$p$	$r$	$s$	$t$
101	-7	12	6	9	9	-5	6
102	-9	20	8	16	16	-2	5
103	-11	30	-10	25	25	-4	4
104	-13	42	-12	36	36	2	10
105	-15	56	-14	49	49	-4	3
106	-17	72	-16	64	64	0	4
107	-19	90	-18	81	81	1	0
108	-21	110	20	100	100	-6	9
109	7	12	-6	9	121	0	9
110	9	20	-8	16	144	2	-8

**111-120.** Найти пределы:

111.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{arctg} 7x}{2x}$ .

112.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x}{\sqrt{1+2x} - 1}$ .

113.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 5x \sin x - 7 \cos 2x}{\operatorname{arctg} \sin^2 2x}$ .

114.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x - \sin^2 7x}{\operatorname{tg}^2 2x + \ln(1+9x)}$ .

$$115. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 5x}{4x + \sin 7x}.$$

$$116. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 7x - 2x^2) + \arcsin 5x - 6x^2}{\sin 4x + \tg^2 5x + (e^x - 1)^5}.$$

$$117. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \sin 6x}{\sin 2x - \cos 2x + 1}.$$

121-130. Определить точки разрыва функции:

$$121. \begin{cases} \sin x, & x < 0; \\ 7 + x, & 0 \leq x < 2; \\ x^3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$122. \begin{cases} \tg x, & x < 0; \\ x, & 0 \leq x < 2; \\ x^4, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$123. \begin{cases} \ctg x, & x < 0; \\ x, & 0 \leq x < 2; \\ x^2, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$124. \begin{cases} \cos x, & x < 0; \\ 1 + x, & 0 \leq x < 2; \\ x^2, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$125. \begin{cases} 3 + \tg x, & x < 0; \\ 3x, & 0 \leq x < 2; \\ -2 + x^2, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$126. \begin{cases} x^2, & x < 0; \\ x, & 0 \leq x < 2; \\ x^4, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$127. \begin{cases} x^3, & x < 0; \\ x^2, & 0 \leq x < 2; \\ x^4, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$128. \begin{cases} 2x^2, & x < 0; \\ \sqrt{x}, & 0 \leq x < 2; \\ x^3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$129. \begin{cases} 5x^2, & x < 0; \\ 3\sqrt{x+1}, & 0 \leq x < 2; \\ 1 + x^3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$130. \begin{cases} -2 + 5x^2, & x < 0; \\ 3\sqrt{x+1}, & 0 \leq x < 2; \\ 2 + x^4, & x \geq 2. \end{cases}$$

131-140. Найти производную  $y'_x$  и вторую производную  $y''_{xx}$  для функции, заданной параметрически.

Вариант	$x(t)$	$y(t)$	Вариант	$x(t)$	$y(t)$
131	$2\cos 9t$	$2\sin 3t$	136	$3\sin 5t$	$4\cos 2t$
132	$4\tg 3t$	$2\arcsin 8t$	137	$5\sin 7t$	$6\arccos 3t$
133	$6\ctg 2t$	$7\cos t$	138	$3\sin 6t$	$8\tg 7t$
134	$4\arccos 5t$	$9\sin 6t$	139	$4\arcsin 3t$	$8\tg 2t$
135	$5\tg 2t$	$8\arccos 5t$	140	$3\arcsin 5t$	$9\cos 4t$

## 6.5. Фонд оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

## 7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 7.1. Основная учебная литература

- Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 1. – М.: Интеграл-Пресс, 2001. – 416 с.
- Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 2. – М.: Интеграл-Пресс, 2001. – 544 с.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс. – М.: Айрис-пресс, 2004. – 608 с.

## **7.2. Дополнительная учебная литература**

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа - СПб.: Издательство "Профессия", 2001. - 432 с.
2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты): Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1983. – 175 с.
3. Шипачёв В. С. Высшая математика. – М.: Высшая школа, 2001. – 479 с.
4. Практические занятия по курсу «Математический анализ» для студентов I курса специальности 010101 «Математика» (I семестр) / Министерство образования и науки Российской Федерации [и др.] ; [сост.: А.Е. Мухин]. - Курган: Издательство Курганского государственного университета, 2009. - 73 с.

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

1. Методические рекомендации к выполнению контрольной работы.
2. Электронный экземпляр текстов лекций (хранится на диске в УМК)
3. Памятка студенту о работе в технологии индивидуализированного обучения.
4. Методические рекомендации по выполнению заданий исследовательского характера (входят в УМК).

## **9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

№	Интернет-ресурс	Краткое описание
1	<a href="http://www.edu.ru/">http://www.edu.ru/</a>	Федеральный портал «Российское образование»
2	<a href="http://highermath.ru">highermath.ru</a>	Курс высшей математики (теория)
3	<a href="http://mathelp.spb.ru">mathelp.spb.ru</a>	Лекции по высшей математике
4	<a href="http://elementy.ru">http://elementy.ru</a>	Энциклопедический сайт
5	<a href="http://ru.wikipedia.org">http://ru.wikipedia.org</a>	Энциклопедия Википедия
6	<a href="http://botaniks.ru/matem.php">http://botaniks.ru/matem.php</a>	Алгоритмы решения основных задач математического анализа
7	<a href="http://www.msu.ru">http://www.msu.ru</a>	Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова

## **10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

1. ЭБС «Лань»
2. ЭБС «Консультант студента»
3. ЭБС «Znanium.com»
4. «Гарант» - справочно-правовая система

## **11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

## **ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение по реализации дисциплины осуществляется в соответствии с требованиями ФГОС ВО по данной образовательной программе.

### **12. ДЛЯ СТУДЕНТОВ, ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме он-лайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п. 6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до сведения обучающихся.

Аннотация к рабочей программе дисциплины  
**«Математический анализ»**

образовательной программы высшего образования –  
программы специалитета

**10.05.03 – Информационная безопасность автоматизированных систем**  
**Специализация: Безопасность открытых информационных систем**

Трудоемкость дисциплины: 7 ЗЕ (252 академических часов)

Семестр: 1-2

Форма промежуточной аттестации: 1,2 семестр – экзамен, экзамен;

**Содержание дисциплины**

Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных, числовые и функциональные ряды, дифференциальные уравнения.