Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Курганский государственный университет»
(КГУ)

Кафедра «Математика и физика»

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по образовательной и
международной деятельности
_____ / А.А. Кирсанкин/
«____»_____ 2026 г.

Рабочая программа учебной дисциплины

# Комплексный анализ

образовательной программы высшего образования –
программы бакалавриата:

**01.03.01 – Математика**
Направленность: **Математическое и программное обеспечение экономической деятельности**

Формы обучения: очная

Курган 2026

Рабочая программа дисциплины «Комплексный анализ» составлена в соответствии с учебным планом по программе бакалавриата Математика (Математическое и программное обеспечение экономической деятельности) утвержденными:

- для очной формы обучения «26» июня 2026 года;

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании кафедры «Математика и физика»

«1» сентября 2026 года, протокол № 1

Рабочую программу составил:
доцент, к.ф.-м.н., Т.А. Вержбалович

Согласовано:

Заведующий кафедрой «Математика и физика» М.В. Гаврильчик

Специалист по учебно-методической работе учебно-методического отдела Г.В. Казанкова

Начальник управления образовательной деятельности И.В. Григоренко

## 1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Всего: 6 зачетных единиц трудоемкости (216 академических часа)

### Очная форма обучения

| Вид учебной работы | На всю дисциплину | Семестр |
|---|---|---|
| | | 5 |
| **Аудиторные занятия (всего часов), в том числе:** | **78** | **78** |
| Лекции | 30 | 30 |
| Практические занятия | 48 | 48 |
| **Самостоятельная работа (всего часов), в том числе:** | **138** | **138** |
| Контрольные работы | 18 | 18 |
| Подготовка к экзамену | 27 | 27 |
| Другие виды самостоятельной работы (самостоятельное изучение тем (разделов) дисциплины) | 93 | 93 |
| **Вид промежуточной аттестации:** | экзамен | экзамен |
| **Общая трудоемкость дисциплины и трудоемкость по семестрам в часах:** | **216** | **216** |

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к обязательной части учебного блока 1 (обязательная дисциплина)

*Краткое содержание дисциплины.*

Функции комплексного переменного и отображения множеств, Тригонометрические и гиперболические функции. Интеграл по комплексному переменному, применение вычетов, гармонические функции на плоскости.

Данная дисциплина является логическим завершением изучения других дисциплин данного цикла: математический анализ, численные методы и др., ее изучение является распространением и углублением математического анализа на комплексную область

Дисциплина «Комплексный анализ» необходимая дисциплина в формировании математической культуры специалиста.

Знания, полученные при изучении дисциплины «Комплексный анализ», лежат в основе математического образования, они необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений.

## 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Целью изучения дисциплины является получение фундаментального образования, способствующего развитию личности.

Цель данного курса – познакомить будущих математиков-прикладников с основными фактами комплексного анализа: понятием аналитической функции; конформным отображением, интегральным представлением Коши для аналитических функций, использованием его для разложения функций, а также приложениями комплексного анализа к вычислению интегралов, гидро- и аэродинамике, операционному исчислению.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

- способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности; (ОПК-1)

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

**Знать** основные аспекты теории аналитических функций; (ОПК-1)

**Уметь** выполнять действия с комплексными числами, вычислять значения элементарных функций, исследовать степенные ряды на сходимость, вычислять интегралы по определению и с помощью вычетов; (ОПК-1)

**Владеть** информацией о различных приложениях комплексного анализа; (ОПК-1)

Индикаторы и дескрипторы части соответствующей компетенции формируемой в процессе изучения дисциплины «Комплексный анализ», оцениваются при помощи оценочных средств.

Планируемые результаты обучения по дисциплине «Комплексный анализ», индикаторы достижения компетенций ОПК-1, перечень оценочных средств

| № п/п | Код индикатора достижения компетенции | Наименование индикатора достижения компетенции | Код планируемого результата обучения | Планируемые результаты обучения | Наименование оценочных средств |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ИД-1 ОПК-1 | **Знать**: основные понятия и методы изучаемых разделов; основные сферы их приложения | З (ИД-1 ОПК-1) | **Знает**: основные понятия и методы комплексного анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, | Вопросы для сдачи экзамена, задания для текущего контроля |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | методы их доказательства, возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном моделировании прикладных задач | |
| 2 | ИД-2 ОПК-1 | **Уметь:** применять изученные теоретические положения к решению разнообразных задач из курса «Комплексный анализ» | У (ИД-2 ОПК-1) | **Умеет :** решать задачи вычислительного и теоретического характера в комплексном анализе | Вопросы для сдачи экзамена, задания для текущего контроля |
| 3 | ИД-3 ОПК-1 | **Владеть:** математическим аппаратом комплексного анализа | В (ИД-3 ОПК-1) | **Владеет**: аналитическими методами решения прикладных задач | Вопросы для сдачи экзамена, задания для текущего контроля |

# 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## 4.1. Учебно-тематический план

## Очная форма обучения

| Рубеж дисциплины | Шифр раздела, темы дисциплины | Наименование раздела, темы дисциплины | Количество часов по видам учебных занятий | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы |
| ***5 семестр*** | | | | | |
| *Рубеж 1* | ***Р1*** | *Комплексные числа и операции над ними* | *2* | *4* | |
| | ***Р2*** | *Топология комплексной плоскости* | *4* | *4* | |
| | ***Р3*** | *Конформные отображения, функции в комплексной области.* | *4* | *6* | |
| | ***Р4*** | *Интеграл от функции комплексного переменного* | *4* | *14* | |
| *Рубеж 2* | ***Р5*** | *Числовые и функциональные ряды в комплексной области* | *5* | *4* | |
| | ***Р6*** | *Теория вычетов* | *8* | *8* | |
| | ***Р7*** | *Гармонические функции* | *2* | *5* | |
| | ***Р8*** | *Применение аналитических функций к задачам гидродинамики* | *1* | *3* | |
| | | ***Общий итог:*** | ***30*** | ***48*** | |

## 4.2. Содержание лекционных занятий

| Шифр раздела, темы дисциплины | Наименование раздела, темы дисциплины | Наименование и содержание лекций | Норматив времени, часы |
|---|---|---|---|
| | | ***5 семестр*** | **30** |
| ***Р1*** | ***Комплексные числа и операции над ними*** | Комплексные числа и операции над ними, геометрическое изображение модуль и аргумент комплексного числа, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа, формула Эйлера. Извлечение корня, логарифм. Степень с произвольным комплексным показателем. | 2 |
| ***Р2*** | ***Топология комплексной плоскости*** | Топология комплексной плоскости: окрестность точки, предел последовательности. Открытые и замкнутые множества, компактность. Лемма Лебега об открытом покрытии компактного множества. Компактификация комплексной плоскости, стереографическая проекция. Сфера Римана. Области и кривые. | 1 |
| | | Комплексные функции действительного и комплексной переменных, их геометрический смысл. Предел и непрерывность функции комплексного переменного, равномерная непрерывность. | 2 |
| | | Дифференцируемость и голоморфность функции комплексного переменного, условия Коши–Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформность отображения, критерий конформности в точке. | 1 |
| ***Р3*** | ***Конформные отображения, функции в комплексной области.*** | Линейная и дробно-линейная функции: конформные отображения, осуществляемые ими. Круговое, групповое свойства дробно-линейных отображений, свойство симметрии: задание дробно- линейного отображения тремя парами точек, отображение круга на круг и на полуплоскость.<br>Показательная и логарифмическая функции, тригонометрические и обратные тригонометрические функции в комплексной области. Общая степенная функция. Понятие о римановой поверхности, точки ветвления: области одноместности. Функция Жуковского. Гиперболические функции. | 4 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| ***Р4*** | ***Интеграл от функции комплексного переменного*** | Интеграл от функции комплексного переменного по кривой, его свойства. Первообразная и неопределенный интеграл, формула Ньютона–Лейбница.<br>Связь интеграла с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода, сведение к интегралу по действительному переменному. | 1 |
| | | Интегральная теорема Коши. Интегральные формулы Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. | 2 |
| | | Теорема Мореры. Принцип максимума модуля, лемма Шварца | 1 |
| ***Р5*** | ***Числовые и функциональные ряды в комплексной области*** | Числовые и функциональные ряды в комплексной области, | 2 |
| | | Абсолютная и равномерная сходимость. Теорема Вейерштрасса Степенные ряды, 1 теорема Абеля, радиус и круг сходимости. Теорема Коши–Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора | 1 |
| | | Неравенства Коши, теорема Лиувилля. Нули голоморфной функции. Теорема единственности аналитической функции.<br>Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение голоморфной функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Теоремы Сохоцкого, Пикара. | 2 |
| ***Р6*** | ***Теория вычетов*** | Вычет функции в точке. Теоремы о вычетах. Вычисление вычета в полюсах. Бесконечно удаленная точка как особая.<br>Применение вычетов к вычислению интегралов. Лемма Жордана. | 2 |
| | | Логарифмический вычет, принцип аргумента. Теорема Руше. Теорема Гурвица. Основная теорема алгебры.<br>Обобщенная теорема о логарифмическом вычете. | 2 |
| | | Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция, ее риманова поверхность. Теорема о монодромии. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. | 2 |
| | | Задача Дирихле, интеграл Пуассона. Целые и мероморфные функции. Порядок и тип целых функций. Произведение Вейерштрасса.. | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| ***Р7*** | ***Гармонические функции*** | Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Интеграл Шварца. Бесконечная дифференцируемость гармонических функций. | 1 |
| | | Аналитичность комплексно сопряженного градиента. Теорема о среднем, теорема единственности и принцип максимума – минимума, инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных. Теорема Лиувилля и теорема Харнака об устранимой особой точке. Разложение гармонических функций в ряды, связь с тригонометрическими рядами | 1 |
| ***Р8*** | ***Применение аналитических функций к задачам гидродинамики*** | Комплексный потенциал. Применение аналитических функций к задачам гидродинамики. Отображения посредством аналитических функций: принцип открытости и принцип области, теорема о локальном обращении. Однолистные функции, достаточное условие однолистности. Теорема Римана (без доказательства) и понятие о соответствии границ при конформном отображении. | 1 |

## 4.3. Содержание практических занятий

| Шифр раздела, темы дисциплины | Наименование раздела, темы дисциплины | Наименование и содержание лекций и практических занятий (с указанием часов) | Норматив времени, часы |
|---|---|---|---|
| | | ***5 семестр*** | **48** |
| ***Р1*** | ***Комплексные числа и операции над ними*** | Комплексные числа и операции над ними, геометрическое изображение модуль и аргумент комплексного числа. | 2 |
| | | Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа, формула Эйлера. Извлечение корня, логарифм. Степень с произвольным комплексным показателем. | 2 |
| ***Р2*** | ***Топология комплексной плоскости*** | Компактификация комплексной плоскости, стереографическая проекция. Сфера Римана. Области и кривые. | 2 |
| | | Комплексные функции действительного и комплексной переменных, их геометрический смысл. Предел и непрерывность функции комплексного | 1 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | переменного, равномерная непрерывность. | |
| | | Дифференцируемость и голоморфность функции комплексного переменного, условия Коши–Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформность отображения, критерий конформности в точке. | 1 |
| ***Р3*** | ***Конформные отображения, функции в комплексной области.*** | Линейная и дробно-линейная функции: конформные отображения, осуществляемые ими. | 2 |
| | | Показательная и логарифмическая функции, тригонометрические и обратные тригонометрические функции в комплексной области. | 2 |
| | | Общая степенная функция. Понятие о римановой поверхности, точки ветвления: области одноместности. Гиперболические функции. | 2 |
| ***Р4*** | ***Интеграл от функции комплексного переменного*** | Интеграл от функции комплексного переменного по кривой, его свойства. Первообразная и неопределенный интеграл, формула Ньютона–Лейбница. | 2 |
| | | Связь интеграла с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода, сведение к интегралу по действительному переменному. | 2 |
| | | Интегральная теорема Коши. Интегральные формулы Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. | 3 |
| | | Теорема Мореры. Принцип максимума модуля. | 1 |
| | | Числовые и функциональные ряды в комплексной области. | 2 |
| | | Абсолютная и равномерная сходимость. Теорема Вейерштрасса | 2 |
| | | ***Рубежный контроль 1*** | 2 |
| ***Р5*** | ***Числовые и функциональные ряды в комплексной области*** | Степенные ряды, теорема Абеля, радиус и круг сходимости. Теорема Коши–Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. | 2 |
| | | Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение голоморфной функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Теоремы Сохоцкого, Пикара. | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| ***Р6*** | ***Теория вычетов*** | Вычет функции в точке. Теоремы о вычетах. Вычисление вычета в полюсах. Бесконечно удаленная точка как особая. Применение вычетов к вычислению интегралов. Лемма Жордана. | 3 |
| | | Логарифмический вычет, принцип аргумента. Теорема Руше. Теорема Гурвица. Основная теорема алгебры. Обобщенная теорема о логарифмическом вычете. | 3 |
| | | Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция, ее риманова поверхность. Теорема о монодромии. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца. | 1 |
| | | Задача Дирихле, интеграл Пуассона. Целые и мероморфные функции. Порядок и тип целых функций. Произведение Вейерштрасса.. | 1 |
| ***Р7*** | ***Гармонические функции*** | Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Интеграл Шварца. Бесконечная дифференцируемость гармонических функций, | 3 |
| | | Аналитичность комплексно сопряженного градиента. Теорема о среднем, теорема единственности и принцип максимума – минимума, инвариантность гармоничности при голоморфной замене переменных. Теорема Лиувилля. | 2 |
| ***Р8*** | ***Применение аналитических функций к задачам гидродинамики*** | Комплексный потенциал. Применение аналитических функций к задачам гидродинамики. Отображения посредством аналитических функций. | 1 |
| | | ***Рубежный контроль 2*** | 2 |

### 4.4. Контрольная работа

Учебным планом предусмотрено две контрольные работы. Контрольная работа №1 (Рубеж 1), содержит задания по теме «Функции комплексного переменного», и контрольная работа №2 (Рубеж 2) по теме «Теория вычетов и ее приложения». Каждая работа носит индивидуальный характер.

## 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.

При прослушивании лекций рекомендуется в конспекте отмечать все важные моменты, теоремы и формулы, доказательство теорем, свойств, на которых заостряет внимание преподаватель. Перед лекцией необходимо повторить материал, выделить непонятные места в лекции, чтобы обсудить их на занятии.

Преподавателем запланировано применение на лекционных занятиях технологий коллективного взаимодействия, групповая форма работы обучающихся на этапе повторения материала.

Практические занятия будут проводиться с использованием различных технологий (индивидуализированного обучения, групповой формы обучения)

Для текущего контроля успеваемости по очной форме обучения преподавателем используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности. Поэтому настоятельно рекомендуется тщательно прорабатывать материал дисциплины при самостоятельной работе, участвовать во всех формах обсуждения и взаимодействия, как на лекциях, так и на практических занятиях в целях лучшего освоения материала и получения высокой оценки по результатам освоения дисциплины.

Выполнение самостоятельной работы подразумевает самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовку к практическим занятиям, к рубежным контролям, выполнение контрольной работы, подготовку к экзамену.

Рекомендуемая трудоемкость самостоятельной работы представлена в таблице:

**Рекомендуемый режим самостоятельной работы**
**Очная форма обучения**

| Шифр СРС | Виды самостоятельной работы студентов (СРС) | Трудоемкость, часы |
|---|---|---|
| С1 | Самостоятельное или углублённое изучение разделов, тем дисциплины курса:<br>- Аналитическое продолжение. Полная аналитическая функция, ее риманова поверхность. Теорема о монодромии. Принцип непрерывности. Принцип симметрии Римана–Шварца.<br>- Комплексный потенциал. Применение аналитических функций к задачам гидродинамики. Отображения посредством аналитических функций: принцип открытости и принцип области, теорема о локальном обращении. Однолистные функции, достаточное условие однолистности. Теорема Римана (без доказательства) и понятие о соответствии границ при конформном отображении.: | 41 |
| С2 | Подготовка к аудиторным занятиям (практические занятия по 2 часа на каждое занятие) | 44 |
| | Подготовка к рубежному контролю (по 4 часа на каждый рубеж) | 8 |
| | Контрольные работы | 18 |
| С3 | Подготовка к экзамену | 27 |
| Итого: | | **138** |

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

## 6.1. Перечень оценочных средств

1. Балльно-рейтинговая система контроля и оценки академической активности обучающихся в КГУ.
2. Банк заданий к рубежным контролям №1, №2.
3. Перечень вопросов к экзамену.
4. Контрольная работа (рубежный контроль №1, №2).

## 6.2. Система балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся по дисциплине

| № | Наименование | Содержание | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Очная форма обучения 1семестр** | | | | | | | |
| 1 | Распределение баллов за семестры по видам учебной работы, сроки сдачи учебной работы **(доводятся до сведения обучающихся на первом учебном занятии)** | Распределение баллов | | | | | |
| | | Вид учебной работы: | Посещение лекций | Работа на практических занятиях | Рубежный контроль №1 (№3) (контрольная работа) | Рубежный контроль №2 (№4) (домашняя контрольная работа) | Экзамен |
| | | Балльная оценка: | До 15 | До 22 | До 16 | До 17 | До 30 |
| | | Примечания: | 15 лекций по 1 баллу | 22практических занятий по 1 баллу | На 8-й лекции, В случае несвоевременной сдачи контрольной работы, она оценивается от 0 до 16 баллов (в случае сдачи на одну неделю позже установленного срока) и от 0 до 11 баллов (в случае сдачи на две недели позже установленного срока). | На 14 неделе. В случае несвоевременной сдачи домашней контрольной работы, она оценивается от 0 до 17 баллов (в случае сдачи на одну неделю позже установленного срока) и от 0 до 11 баллов (в случае сдачи на две недели позже установленного срока). | |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | Критерий пересчета баллов в традиционную оценку по итогам работы в семестре и зачета | 60 и менее баллов – неудовлетворительно;<br>61…73 – удовлетворительно;<br>74… 90 – хорошо;<br>91…100 – отлично |
| 3 | Критерии допуска к промежуточной аттестации, возможности получения автоматического зачета (экзаменационной оценки) по дисциплине, возможность получения бонусных баллов | Для допуска к промежуточной аттестации по дисциплине за семестр, обучающийся должен набрать по итогам текущего и рубежного контролей не менее 51 балла. В случае если обучающийся набрал менее 51 балла, то к аттестационным испытаниям он не допускается.<br>Для получения экзамена без проведения процедуры промежуточной аттестации обучающемуся необходимо набрать в ходе текущего и рубежных контролей не менее 61 балла. В этом случае итог балльной оценки, получаемой обучающимся, определяется по количеству баллов, набранных им в ходе текущего и рубежных контролей. При этом, на усмотрение преподавателя, балльная оценка обучающегося может быть повышена за счет получения дополнительных баллов за академическую активность.<br>Обучающийся, имеющий право на получение оценки без проведения процедуры промежуточной аттестации, может повысить ее путем сдачи аттестационного испытания. В случае получения обучающимся на аттестационном испытании 0 баллов итог балльной оценки по дисциплине не снижается.<br>За академическую активность в ходе освоения дисциплины, участие в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности обучающемуся могут быть начислены дополнительные баллы. Максимальное количество дополнительных баллов за академическую активность составляет 30.<br>Основанием для получения дополнительных баллов являются:<br>- выполнение дополнительных заданий по дисциплине дополнительные баллы начисляются преподавателем;<br>- участие в течение семестра в учебной, научно-исследовательской, спортивной, культурно-творческой и общественной деятельности КГУ. |
| 4 | Формы и виды учебной работы для неуспевающих (восстановившихся на курсе обучения) обучающихся для получения недостающих баллов в конце семестра | В случае если к промежуточной аттестации (экзамену) набрана сумма менее 51 балла, обучающемуся необходимо набрать недостающее количество баллов за счет выполнения дополнительных заданий, до конца последней (зачетной) недели семестра.<br>Ликвидация академических задолженностей, возникших из-за разности в учебных планах при переводе или восстановлении, проводится путем выполнения дополнительных заданий, форма и объем которых определяется преподавателем. |

### 6.3 Процедура оценивания результатов освоения дисциплины

Рубежные контроли проводятся в форме контрольных работ и самостоятельных письменных работ (3-4 заданий до 4 балла каждое).

На каждый рубеж обучающемуся отводится время не менее 90 минут.

Преподаватель оценивает в баллах результаты каждого обучающегося по количеству правильных ответов и заносит в ведомость учета текущей успеваемости.

Экзамен проводится по билетам, в которых один вопрос теоретический (оценивается до 10 баллов) и две задачи (до 10 баллов каждая). Время, отводимое студенту на экзаменационное задание, составляет 1.5 астрономических часа.

Результаты текущего контроля успеваемости и экзамена заносятся преподавателем в экзаменационную ведомость, которая сдается в организационный отдел института в день экзамена, а также выставляются в зачетную книжку обучающегося.

### 6.4. Примеры оценочных средств для рубежных контролей и экзамена

***Рубеж 1***

**1.Задание 1.** Выполните указанные действия над комплексными числами $z_1$ *и* $z_2$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $1-\sqrt{3}i$ | $\sqrt{3}+i$ | $z_1\bar{z}_2$ | $(\frac{\bar{z}_1}{z_2})^2$ | $\sqrt[3]{\bar{z}_2}$ |

**Задание 2.**

а) Построить фигуру на плоскости, определяемую данными неравенствами. Границы, принадлежащие фигуре, изобразить сплошными линиями, не принадлежащие – пунктирными.

б) Найти образ множества D при отображении $w=f(z)$ , изобразить D и его образ (табл. 2).

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $\begin{cases}\lvert z-1\rvert>1\\ \lvert z+1\rvert\geq 1\end{cases}$ | $\frac{1}{z}$ | $0<Im\ z\leq\sqrt{Re\ z}$ |

**Задание 3.** Вычислить значения данных функций $f(z)$ при указанных значениях аргумента z (табл.3).

| № | А | | Б | |
|---|---|---|---|---|
| | $f(z)$ | $Z$ | $f(z)$ | $Z$ |
| 1 | $sin\ z$ | $\frac{\pi}{4}+i$ | $Ln\ z$ | $2-3i$ |

**Задание 4.** Выяснить, в каких точках комплексной плоскости функция имеет производную, и вычислить ее

.

| № | а | б |
|---|---|---|
| 1 | $z\bar{z}+z$ | $x^3+3ix^2-3xy^2-iy^3$ |

**Задание 5.** Проверить, является ли функция действительной (или мнимой) частью голоморфной функции и, если да, найти эту функцию (табл.5).

| № | $U(x,y)$ | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $e^x\cos y$ | | |

***Рубеж 2***

**Задание 6.** Найти область сходимости степенного ряда (табл.6).

| № | Ряд | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^{2n-1}}{2^n(n+\ln n)}$ | | |

**Задание 7.** Вычислить криволинейный интеграл от функции *f(z)* по кривой Γ по определению (табл. 7).

| № | *f(z)* | Γ |
|---|---|---|
| 1 | $x$ | {z ∈ C: \|z\|=2} |

**Задание 8.** Разложить функцию *f(z)* в ряд Лорана с центром в точке $z_0$, найти область сходимости полученного ряда (табл. 8).

| № | *f(z)* | $z_0$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{1}{z^2(z-1)}$ | 1 | | | |

**Задание 9.** Для функции *f(z)*найти все её изолированные особые точки, определить из тип и найти вычеты в них (включая бесконечно удалённую точку)

| № | *f(z)* | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{e^z}{(z^2+\frac{\pi}{2})^2}$ | | |

**Задание 10.** Вычислить интеграл по указанному замкнутому контуру Γ

| № | Интеграл | Γ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\int_{\Gamma} \frac{dz}{(z^2+1)^2}$ | \|z+1\|=1 | | | |

**Задание 11.** Вычислить несобственный интеграл с помощью вычетов (табл. 11).

| № | Интеграл | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2-2ix-2}$ | | |

*Вопросы к экзамену*

*5 семестр*

1. Поле комплексных чисел. Геометрические интерпретации. Стереографическая проекция.
2. Последовательности и ряды комплексных чисел. Сходимость последовательностей в С.
3. Функции комплексного переменного. График и рельеф функции.
4. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Формальные производные. Необходимость условий Коши-Римана.
5. Достаточность условий Коши-Римана. Голоморфные функции.

6. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения.
7. Сопряженные гармонические функции.
8. Степенные ряды и их области сходимости. Формула Коши-Адамара.
9. Голоморфность суммы степенного ряда.
10. Линейная функция и ее свойства.
11. Дробно-линейная функция и ее свойства.
12. Степенная функция с натуральным показателем и ее свойства.
13. Показательная функция и ее свойства.
14. Тригонометрические функции.
15. Понятие многозначной функции. Логарифмы комплексных чисел.
16. Степень с произвольным показателем. Формула Муавра для корней n-ой степени.
17. Логарифмическая функция и ее свойства.
18. Криволинейный интеграл в комплексной области и его свойства.
19. Интегральная теорема Коши для односвязных и многосвязных областей.
20. Интегральная формула Коши.
21. Ряды Тейлора для голоморфных функций.
22. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора. Теорема Лиувилля.
23. Изолированность нулей голоморфных функций.
24. Теорема единственности для голоморфных функций.
25. Принцип максимума модуля для голоморфных функций.
26. Ряды Лорана и их области сходимости.
27. Разложение функций, голоморфных в кольце, в ряды Лорана.
28. Изолированные особые точки голоморфных функций и их классификация.
29. Связь вида ряда Лорана с типом изолированной особой точки.
30. Теорема Сохоцкого о поведении голоморфной функции в окрестности существенно особой точки.
31. Вычеты и их вычисление в изолированных особых точках.
32. Теоремы о сумме вычетов и о полной сумме вычетов.
33. Логарифмические вычеты и их вычисление в нулях и полюсах голоморфной функции.
34. Основная теорема алгебры о многочленах.
35. Применение теорем о вычетах к вычислению интегралов вида.
36. Применение теорем о вычетах к вычислению определенных интегралов от тригонометрических функций и несобственных интегралов.

### 6.5 Фонд Оценочных средств

Полный банк заданий для текущего, рубежных контролей и промежуточной аттестации по дисциплине, показатели, критерии, шкалы оценивания компетенций, методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов, приведены в учебно-методическом комплексе дисциплины.

## 7. ОСНОВНАЯ И ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 7.1. Основная учебная литература


1. Ионин Л.Д. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: методические указания для студентов III курса специальностей 010301 – «Математика» и 050201 – математика с дополнительной специальностью «Информатика» / Министерство образования и науки Российской Федерации, Курганский государственный университет, Кафедра фундаментальной математики и методики преподавания математики ; [сост.: Л.Д. Ионин]. - Электрон. текстовые дан. (тип файла: pdf ; размер: 441 Kb). - Курган : Издательство Курганского государственного университета, 2018. - 31, [1] с.: рис., табл. - Библиогр.: с. 31. http://dspace.kgsu.ru/xmlui/handle/123456789/5139
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями. 3-е изд., испр. - М.: 2003. — 208 с.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: 2002.
4. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. - М.: ГИФМЛ, 1961.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функцию функции комплексного переменного. - М.: Наука, 1977.
6. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В. и др. Лекции по теории функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1989
7. Соломенцев Е.Д. Функции комплексного переменного и их применения. – М.: Высшая школа, 1988. – 168с.


### 7.2. Дополнительная литература


1. Минькова Р. М. Функции комплексного переменного в примерах и задачах : учебно-методическое пособие учебно-методическое пособие для студентов. Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 56 с.
2. Свешников А.Г., Тихонов А.М. Теория функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1970.
3. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. ч.1. - М.: Наука, 1985.
4. Ионин Л.Д. Теория функций комплексного переменного. Учебно-методическое руководство по математическому анализу для студентов физико-математического факультета специальностей 010100 – Математика, 010400 – Физика. Курган, 1997.


## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Ионин Л.Д. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: методические указания для студентов III курса специальностей

010301 – «Математика» и 050201 – математика с дополнительной специальностью «Информатика» / Министерство образования и науки Российской Федерации, Курганский государственный университет, Кафедра фундаментальной математики и методики преподавания математики ; [сост.: Л.Д. Ионин]. - Электрон. текстовые дан. (тип файла: pdf ; размер: 441 Kb). - Курган : Издательство Курганского государственного университета, 2018. - 31, [1] с.: рис., табл. - Библиогр.: с. 31.

2. Ионин Л.Д. Теория функций комплексного переменного. Учебно-методическое руководство по математическому анализу для студентов физико-математического факультета специальностей 010100 – Математика, 010400 – Физика. Курган, 1997.

## 9. РЕСУРСЫ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

| | Интернет-ресурс | Краткое описание |
|---|---|---|
| | http://en.edu.ru/ | Портал является составной частью федерального портала "Российское образование". Содержит ресурсы и ссылки на ресурсы по естественно-научным дисциплинам (физика, математика, химия и биология). |
| | http://www.edu.ru/ | Федеральный портал «Российское образование» |
| | http://www.msu.ru | Сайт Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова |
| | | |

## 10. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1. ЭБС «Лань»
2. ЭБС «Консультант студента»
3. ЭБС «Znanium.com»
4. «Гарант» - справочно-правовая система

## 11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение по реализации дисциплины осуществляется в соответствии с требования ФГОС ВО по данной образовательной программе.

## 12. ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

При использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (далее ЭО и ДОТ) занятия полностью или частично проводятся в режиме онлайн. Объем дисциплины и распределение нагрузки по видам работ соответствует п. 4.1. Распределение баллов соответствует п. 6.2 либо может быть изменено в соответствии с решением кафедры, в случае перехода на ЭО и ДОТ в процессе обучения. Решение кафедры об используемых технологиях и системе оценивания достижений обучающихся принимается с учетом мнения ведущего преподавателя и доводится до обучающихся.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Аннотация к рабочей программе дисциплины

# КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

образовательной программы высшего

образования – программы Бакалавр 01.03.01 «Математика»

Направленность: Математическое и программное обеспечение экономической деятельности

Формы обучения: очная

Трудоемкость дисциплины: 6 ЗЕ (216 академических часа)
Семестр: 5
Форма промежуточной аттестации: экзамен

Содержание дисциплины

Понятие аналитической функции; конформного отображения, интегрального представления Коши для аналитических функций, использованием его для разложения функций.

**ЛИСТ**
**регистрации изменений (дополнений) в рабочую программу учебной дисциплины**
**«Комплексный анализ»**

**Изменения / дополнения в рабочую программу**
**на 20___ / 20___ учебный год:**

_____
_____
_____
_____
_____
_____

Ответственный преподаватель _____ / Ф.И.О. /

Изменения утверждены на заседании кафедры «___»_____20___ г.,
Протокол № ___

Заведующий кафедрой _____ «___»_____20___ г.

**Изменения / дополнения в рабочую программу**
**на 20___ / 20___ учебный год:**

_____
_____
_____
_____
_____
_____

Ответственный преподаватель _____ / Ф.И.О. /

Изменения утверждены на заседании кафедры «___»_____20___ г.,
Протокол № ___

Заведующий кафедрой _____ «___»_____20___ г.